— 論 文 —

風成循環場におけるデータ同化手法の比較 *

高山 勝巳[†] ・ 広瀬 直毅[‡] ・ 久保田 雅久^{**}

要 旨

データ同化手法は、最適手法と経験的手法に大別できる。前者は同化結果の統計的・力学的最適性が保証された同化手法であり、後者は誤差や力学の考慮が不十分な手法である。本研究では、最適手法と経験的手法による風成循環場の推定精度について調査した。矩形海域を設定し、1.5層 reduced gravity model を用いて数値計算を行い、衛星高度計を模した観測データの同化実験を行なった。比較に用いた同化手法は、時間定常カルマン フィルタと直接挿入法である。直接挿入法については、観測データをモデル格子点に内挿した上で同化する方法に加え、観測点上で直接同化する場合も実験した。観測データの誤差に空間的な相関がある場合、カルマン フィルタと直接挿入法による同化精度に顕著な差が現れた。格子点で同化する直接挿入法で最適重み係数を用いたとき、観測された状態量についてはカルマン フィルタと同等の精度を持ちうるが、非観測の状態量はカルマン フィルタほど誤差が小さくならなかった。観測点で同化する直接挿入法の解析誤差は格子点で同化する方法の解析誤差よりも大きくなったが、逆に前者の観測量の予報誤差に関しては後者の誤差よりも小さくなった。経験的手法から最適手法に近い推定結果を得ることも可能だが、最適な重み係数を決定することは困難である。

キーワード：カルマン フィルタ, 直接挿入法, データ同化, reduced gravity model, 風成循環

1. はじめに

データ同化は、観測データと数値モデルを融合して両者よりも高精度な状態を推定する技法であり、幅広い目的で活用される可能性を秘める。例えば、データ同化によって解析データを作成し、データあるいはモデルだけでは判別できない現象をも捉えることが期待される。また、観測で得られた情報をモデルの力学に従って数値モデルに組み込むことにより、数値予報に

最適となる初期条件を与えることも可能である。実際、数値天気予報の初期値作成にデータ同化の技術が使用され、予報精度の向上に大きな貢献を果たしている。さらに、異なる観測データの数値モデルへの影響を調査して効果的な観測システムを構築する、あるいは数値モデルに最適な境界条件やパラメータを逆問題の解として推定するなど、データ同化は多方面への応用が考えられる。現在では、人工衛星や観測プロジェクトによる海洋観測データ数の増加、海洋大循環モデルや同化手法の発展、計算機の性能向上によって、データ同化を用いた現実的な海洋変動の再解析が行なわれるようになっている (例えば, Fukumori *et al.*, 1999)。

観測値を数値モデルに組み込むためのデータ同化手

* 2002 年 6 月 3 日 受領; 2003 年 6 月 4 日 受理
著作権: 日本海洋学会, 2003

[†] 九州大学大学院総合理工学府 〒 816-8580 春日市春日公園 6-1
主著者 e-mail address: taka@riam.kyushu-u.ac.jp

[‡] 九州大学応用力学研究所 〒 816-8580 春日市春日公園 6-1

^{**} 東海大学海洋学部 〒 424-8610 静岡市清水折戸 3-20-1

法は、最適手法 (optimal method) と経験的手法 (empirical method) に分類することができる。最適手法は力学的な制約条件の下に統計的に最適な同化結果を保証する、つまり数値モデルと観測データの両方に含まれる誤差と数値モデルに含まれる力学を考慮して、同化後の解析値の誤差を最小にする方法である。最適手法の代表例としては、4次元変分法 (4D-VAR) やカルマン フィルタ (Kalman filter : 以後、KF と省略) 等が挙げられる。しかし、その計算には莫大な計算量と計算時間が必要となり、高解像度の海洋大循環モデルにこれらの手法を厳密に適用することは困難とされてきた。この理由から、今までの最適手法を用いた同化研究は簡単で解像度の粗いモデルを使用した理想化された実験的状况に限定されてきた。

もう一方の経験的手法は、モデルの状態変数を観測値 (あるいは、観測値から推定した状態量) に近づけるように、簡便な方法で設計されたスキームを用いてデータ同化を行う。この手法は観測データをモデルに組み込む際に両者の誤差や力学の考慮が不十分な方法であり、同化後の解析値に含まれる誤差の評価が難しく、場合によっては数値モデルに人為的な誤差を混入させる可能性もある。経験的手法の代表例としては、直接挿入法や nudging 法、最適内挿法が挙げられる。しかし、最適手法に比べて計算負荷が小さいという利点から、経験的手法は現実的な海洋の解析を扱った同化研究に数多く用いられている (例えば、Smedstad *et al.*, 1997; 蒲地ら, 1998; 久保田と横田, 1999)。

ここ数年の研究で最適手法、特に KF に関して、現在の計算機的能力で十分に計算が可能な程度に計算量を減らす様々な近似が提案されている (例えば、時間定常 KF: Fukumori *et al.*, 1993; 空間縮小 KF: Fukumori and Malanotte-Rizzoli, 1995; 特異値分解を用いた縮小 KF: Pham *et al.*, 1998)。このような近似を施した最適手法 (準最適手法) による同化によって得られる解は厳密な最適性が保証されないが、条件次第では厳密な最適手法と区別できないくらいの性能を持つことが示されている (例えば、Fu *et al.*, 1993)。この準最適手法とある程度の解像度を持った数値モデル、さらに衛星高度計等の現実の観測データを用いた同化研究は最近になって行われ始めたが (例えば、Hirose *et al.*, 1999),

準最適手法と経験的手法を海洋モデルに適用した場合の特性を詳細に比較した実験はあまり行われていない。そこで本研究では、経験的手法として直接挿入法を、準最適手法として Fukumori *et al.* (1993) による時間定常 KF を用いて双子実験 (Identical twin experiment) を行い、両手法の同化結果についての比較を行なった。双子実験は、理想化された海洋の状態 (真値) が完全に分かるため、同化システムの性能や特徴を把握するのに優れている (石川ら, 2001)。

また、これまでの経験的手法を用いた同化の研究例では、ボックス平均や最適内挿法などを用いて観測データの格子化を行っているが、この作業において観測データに含まれる情報が失われてしまう、もしくは実際とは異なる情報が混入する (エイリアジング) 可能性がある。そのような格子化による影響を避けるために、本研究では直接挿入法に関して観測データを格子点に変換して同化する方法と、モデルの状態変数を観測点上に変換して観測点上で同化する方法に分けて、その違いについて調査した。

さらに、実際の観測データには多様な相関を持つ現象が考えられる。大規模循環場を扱う比較的粗い格子のモデルに、モデルで解像できない現象 (例えば、暖水渦のような中規模スケールの現象) を含んだ観測データを同化する場合、こうした現象は表現誤差 (Cohn, 1997) として扱われるため、現象の持つ空間スケールは観測誤差の空間スケールに転嫁される。KF では観測誤差に相関を考慮して最適な重み (カルマン ゲイン) を決定できるが、直接挿入法では重みの決定に際して誤差相関が陽に考慮されないことから、中規模表現誤差が存在する状況でどのような同化結果が得られるか調べるのが望ましい。本研究では、観測誤差として空間的に無相関となる誤差 (ホワイト ノイズ) を与えた場合と、空間的に相関を持つ誤差を与えた場合に分けて実験し、それぞれの同化手法による結果について比較した。

2章では数値モデルと3種類の同化手法 (KF と2種類の直接挿入法) について説明した。3章では、双子実験の設定と駆動力や観測データに与えた誤差についての詳細を述べた。各同化手法を用いた結果と比較についてを4章に記し、5章でまとめと議論を行なった。

2. モデルと同化手法

2.1. 数値モデル

本研究で用いた数値モデルは、久保田・横田 (1999) で使用された、球座標系における線形の 1.5 層 reduced-gravity model である。支配方程式を以下に示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} - 2fV &= -\frac{g'H}{r \cos \phi} \frac{\partial h}{\partial \lambda} + \frac{\tau_\lambda}{\rho} \\ &+ A_H \left\{ \nabla^2 U - \frac{2 \sin \phi}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right. \\ &\left. - \frac{U}{r^2} (\tan^2 \phi + 1) \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + 2fU &= -\frac{g'H}{r} \frac{\partial h}{\partial \phi} + \frac{\tau_\phi}{\rho} \\ &+ A_H \left\{ \nabla^2 V - \frac{2 \sin \phi}{r^2 \cos^2 \phi} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \right. \\ &\left. - \frac{V}{r^2} (\tan^2 \phi + 1) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (V \cos \phi) = 0 \quad (3)$$

ここで、 U, V は東西方向、南北方向の流量、 h は上層の厚さ ($h = H + \eta_1$: η_1 は内部境界面変位)、 λ, ϕ は経度、緯度、 τ_λ, τ_ϕ は風応力の東西方向成分と南北方向成分を表している。その他のモデルで使用したパラメータについては、Table 1 にまとめている。

計算領域は緯度方向、経度方向共に 20° の矩形海であり、領域の南端を 20°N と設定した。格子間隔は東西方向、南北方向共に 1° である。支配方程式を差分化することによって、各変数の格子点配置には Arakawa C-grid (Mesinger and Arakawa, 1976) を用いた。空間に関しては中央差分、時間に関しては leap-frog スキームを用いて差分化を行なった。水平粘性項に関しては、leap-frog スキームを用いると不安定になってしまうために、DuFort-Frankel スキームを用いて差分化を行なっている (Kubota and O'Brien, 1988)。さらに、leap-frog スキームを用いることによって生じる解の分離を防ぐために、100 ステップに 1 回の割合で前方スキームを実行する。境界条件については、すべての境界で粘性境界壁条件としている。

2.2. 直接挿入法

一般的に、経験的手法を用いた多くの研究が nudging 法を利用している (例えば, Smedstad *et al.*, 1997; 久保田・横田, 1999)。nudging 法は通常、観測データ取得前後の時間で一定期間同化を行う「スモーカー」として作用するが、カルマン フィルタ (KF) は現在までに得られた観測データを同化する「フィルタ」である。フィルタとスモーカーの定義は、Gelb (1974) に記されている。本研究では、異なる同化手法から得られた解析結果の比較をすることが目的であるから、同化の条件設定を可能な限り同一にする必要があると考え、経験的手法にスモーカーである nudging 法ではなく、フィルタである直接挿入法を用いることとした。直接挿入法の厳密な定義は、モデルの状態変数を観測値、もしくは観測値から推測された状態量に置き換えること (Fukumori, 2001 を参照) であるが、本研究で使用する直接挿入法はモデルの状態量と観測から得られた状態量の重み付き平均をすることで、モデルの状態量を修正する。そのような意味で、本研究に用いた直接挿入法はスモーカーの時間間隔を無限小にした nudging 法の一つと考えることもできるだろう。

経験的手法でよく用いられることとして、地衡流修正 (geostrophic correction; Smedstad and Fox, 1994) のように、力学の関係式や統計量などを用いて観測量から非観測量の推定値を算出し、この推定値を同化に利用する方法がある。本研究と同じ数値モデルを使用した久保田・横田 (1999) の双子実験では、地衡流修正の有無によって生じる海面高度誤差の違いはほとんど無かったという結果が得られている。しかし、この実験では観測が得られた前後の期間で連続的に観測値を同化する nudging 法、つまりスモーカーが適用されている。このような場合には、観測量の情報がモデルの力学を介して非観測量の情報に変換できるため、地衡流修正が無い場合でも同化期間内で非観測量の修正が行われる。本研究では同化手法をフィルタに統一していることから、地衡流修正の使用なしにモデルの力学を通した非観測量の修正は期待できない。そこで、直接挿入法に関して地衡流修正を適用する。この地衡流修正を行うことで、カルマン フィルタと同様、数値モ

Table 1. Model parameter used in this study.

meaning	value
time interval	$\Delta t = 1200 \text{ s}$
Coriolis parameter	$f = 2 \Omega \sin \phi$
radius of earth	$r = 6,378 \text{ km}$
reduced gravity	$g' = 0.019 \text{ m s}^{-2}$
sea water density	$\rho = 1,026 \text{ kg m}^{-3}$
upper layer thickness at rest	$H = 1,024 \text{ m}$
horizontal eddy viscosity coefficient	$A_H = 1,000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

デルに含まれる全ての変数が同化によって修正される。このことは、前述した同化の条件設定を同じにする意味も含まれている。

時刻 t におけるモデルの予報変数を $\mathbf{x}_t(-)$ 、観測値を $\mathbf{y}_t$ とすると、同化後の解析値 $\mathbf{x}_t$ は以下のように表すことができる。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_t(-) + \alpha \{\mathbf{M} \mathbf{y}_t - \mathbf{x}_t(-)\} \quad (4)$$

ここで、太字の大文字は行列、小文字は列ベクトルを表していて、状態変数に付いている符号 $(-)$ は同化前の状態であることを示している。 $\mathbf{M}$ は観測データを観測点から格子点に変換させる役割と地衡流修正による流量の推定値を算出する役割を併せ持つ行列である。本研究では格子化に際して、半径 3° を影響半径とした。影響半径を 3° にすることで全ての格子点に観測データが内挿され、これ以下の半径では全ての格子点に観測データを内挿することはできなかった。 α は重み係数であり、 $0 \leq \alpha \leq 1$ の範囲で定義されている。 $\alpha = 1$ のとき、モデルの状態変数は完全に観測された状態に置き換わり、 $\alpha = 0$ のとき、観測データの情報はモデルに組み込まれない。 α は経験的にその値を決定することから、同化後の解析データが最適に近い状態となっているか判断するには α の値を変えて同化実験を数回繰り返し、その結果を比較しなければならない。そのため本研究では、係数 α を様々に変えて実験を行なった。

前章で説明したように (4) 式による同化手法では、全てのモデル格子点にデータが埋まるように観測データを補間しないと、観測値が存在する格子と存在しない

格子との不連続に起因して、同化後に人為的な波が発生する可能性がある。逆に影響半径を大きく取り過ぎてしまうと、観測データに含まれていた情報が平滑化などによって損なわれてしまい、同化の効果が薄れてしまう。この格子化すること自体の問題を明らかにするために、本研究では観測データを観測点上で直接同化する直接挿入法についても調査した。本研究では、この手法を **direct data insertion** (以後、DDI 法と省略)、(4) 式のように観測データを格子化してから同化する直接挿入法を **gridded data insertion** (以後、GDI 法と省略) と呼び、区別する。DDI 法を式に表すと以下のようになる。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_t(-) + \mathbf{C} \mathbf{H}_t^T \mathbf{W} \{\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t(-)\} \quad (5)$$

ここで、行列 $\mathbf{H}$ はモデル格子点から観測点に変換する行列で、観測行列と呼ばれている。上付きの T は行列の転置を表している。本研究では $\mathbf{H}$ として、観測点に最も近いモデル格子点値を抽出するように定義した。 $\mathbf{W}$ は行、列共に観測数の次元を持つ正方行列で、対角成分は α 、非対角成分は全て 0 になる。ただし、一格子に観測データが重複する場合、 α はその重複回数で割ることによって調整される。 $\mathbf{C}$ は地衡流修正を行うための行列である。結局、モデルの状態変数は行列 $\mathbf{H}$ によって観測点に変換され、観測とモデルのミスフィットを計算し、 α 倍したミスフィットを $\mathbf{H}^T$ によって元のモデル格子空間に戻して状態変数を修正することを (5) 式は意味している。DDI 法も GDI 法と同様に、重み係数 α を変化させる。

2.3. カルマンフィルタ

KF も基本的にはモデル推定値と観測データの重み付き平均として実行されるが、その重みは数値モデルと観測データの相対的な精度によって決定される。式で表すと以下ようになる。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_t(-) + \mathbf{K}_t \{\mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t(-)\} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t(-) \mathbf{H}_t^T \{\mathbf{H}_t \mathbf{P}_t(-) \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}\}^{-1} \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{K}$ はカルマン ゲインと呼ばれる重み行列で、 $\mathbf{P}$ と $\mathbf{R}$ は、モデル誤差共分散行列と観測誤差共分散行列をそれぞれ表している。上付きの -1 は逆行列を表している。 $\mathbf{H}$ は DDI 法で用いた観測行列 $\mathbf{H}$ と同じである。本研究の直接挿入法は経験的な重みを用いて、観測量と観測値から地衡流修正によって推定された状態量を修正するのに対して、KF はモデルの誤差と観測値の誤差から客観的に重み行列 $\mathbf{K}$ を決定し、直接観測されない状態量についてもモデルの力学に従って修正される。この点で KF は直接挿入法と大きく異なっている。

一般的に KF による同化を行う際には、モデルの時間発展と共にモデル誤差の時間発展式 (リカッチ方程式) を解かなければならない。モデルの時間発展の式とリカッチ方程式を以下に示す。

$$\mathbf{x}_{t+1}(-) = \mathbf{A} \mathbf{x}_t + \mathbf{G} \mathbf{w}_t \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{t+1}(-) &= \mathbf{A} \{\mathbf{P}_t(-) - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \mathbf{P}_t(-)\} \mathbf{A}^T \\ &+ \mathbf{G} \mathbf{Q}_t \mathbf{G}^T \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{A}$ はモデルの時間発展を表す行列で、状態遷移行列 (state transition matrix) と呼ばれている。 $\mathbf{G}$ は外力行列 (forcing matrix) で外力をモデル空間に射影させる行列であり、 $\mathbf{w}$ は外力ベクトル、 $\mathbf{Q}$ は外力の誤差共分散行列である。モデル誤差共分散行列 $\mathbf{P}$ の時間発展は状態遷移行列 $\mathbf{A}$ 、つまり、モデルの力学発展を考慮して表現されていることが、(9) 式から理解できる。

本研究では計算速度を向上させるために、Fukumori *et al.* (1993) による時間定常 KF を使用した。観測データが時間的、空間的に一定間隔で入力される場合、モデル誤差共分散行列 $\mathbf{P}_t(-)$ (と同化後のモデル誤差共

分散行列 $\mathbf{P}_t$) は一定値に収束する場合が多い。この定常なモデル誤差共分散行列 $\mathbf{P}(-)$ を事前に計算しておくことで同化の度に (9) 式を解く必要がなくなり、計算負荷を大幅に軽減することができる。次章で述べるが、本研究では空間固定の観測点で瞬時に観測データが得られると仮定しているため、この定常誤差が存在しうる。さらに、(9) 式の漸近解をすばやく解く倍化法 (doubling algorithm; Anderson and Moore, 1979) を用いて、 $\mathbf{P}(-)$ と定常なカルマンゲイン $\mathbf{K}$ を求めた。結局、時間変化しないカルマン ゲインを用いて同化を行うので、この KF は Wiener filter と等価である (Fukumori *et al.* 1993)。なお、本研究の計算領域は小さく、支配変数も少ないため、空間的な縮小近似 (Fukumori and Malanotte-Rizzoli, 1995) は行なっていない。

定常 KF では、モデルの外力誤差共分散 $\mathbf{Q}$ と観測値の誤差共分散 $\mathbf{R}$ を決定する必要がある、これらの誤差から重み行列 $\mathbf{K}$ が決定されるため、両誤差の評価には十分な注意が必要である。本研究では、これらの誤差を客観的に推定する手法として、Fu *et al.* (1993) による covariance matching を使用した。Covariance matching は、シミュレーションの結果と観測値、そして両者の差から、観測空間におけるシミュレーションの誤差共分散行列 $\mathbf{H} \mathbf{P}_{\text{sim}} \mathbf{H}^T$ と観測値の誤差共分散行列 $\mathbf{R}$ を推定する手法である。式にすると以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{H} \mathbf{P}_{\text{sim}} \mathbf{H}^T &= \{ \langle (\mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{x})(\mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{x})^T \rangle \\ &+ \langle \mathbf{H} \mathbf{x} (\mathbf{H} \mathbf{x})^T \rangle - \langle \mathbf{y} \mathbf{y}^T \rangle \} / 2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \{ \langle (\mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{x})(\mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{x})^T \rangle \\ &- \langle \mathbf{H} \mathbf{x} (\mathbf{H} \mathbf{x})^T \rangle + \langle \mathbf{y} \mathbf{y}^T \rangle \} / 2 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、(10) 式の $\mathbf{P}_{\text{sim}}$ はシミュレーションの誤差共分散行列であり、(9) 式の $\mathbf{K}$ がゼロ行列で $t \rightarrow \infty$ の場合、つまり観測値を同化せずに時間漸近したモデル誤差共分散に相当する。 $\mathbf{P}_{\text{sim}}$ がモデル誤差共分散行列の初期値 $\mathbf{P}_0$ に独立で、外力誤差共分散行列 $\mathbf{Q}_t$ が一定値であると仮定すると、(9) 式の $\mathbf{P}_{t \rightarrow \infty} (= \mathbf{P}_{\text{sim}})$ は $\mathbf{Q}$ のみから求まる線形の関係式となる。この関係を利用し、逆に $\mathbf{P}_{\text{sim}}$ から $\mathbf{Q}$ を推定することが可能となる。本研

Fig. 1. Schematic diagram describing the identical twin experiment. The control run driven by true wind stress gives the true state. Another forcing with random noise was used for the simulation. Observation data were collected from the control run with random error, and were assimilated into the model. The assimilation results were evaluated by comparing to the control run and simulation.

究では、この方法で算出された $\mathbf{Q}$ と (11) 式からの $\mathbf{R}$ を利用して、漸近したモデル観測誤差共分散行列 $\mathbf{P}(-)$ を推定した。また、前章でも述べたが、(11) 式によって推定される観測誤差 $\mathbf{R}$ には表現誤差が含まれていることにも注意が必要である。

3. 双子実験

双子実験の模式図を Fig. 1 に示す。双子実験には、真の状態を表す control run, 数値モデルとしての simulation, そしてモデルに同化させるための観測データの3つが必要となる。2章で説明した reduced gravity model に正しい外力と誤差を含む外力を与え、結果をそれぞれ control run と simulation とする。観測データとしては control run の結果に観測誤差を想定したノイズを加えたものを用いる。そしてこの観測データは simulation と同様の外力を与えたモデルに、各同化手法を用いて同化される。得られた同化の結果は control run や simulation と比較することで評価される。この章では、control run, simulation, 観測データの作成方法と、これらの変動量や RMS 誤差、そして covariance matching の結果について説明する。

モデルのスピンアップ期間では、以下のような東西方向成分のみの定常な風応力を与えた。

$$\begin{cases} \tau_\lambda = 0.05 \sin \left\{ \frac{\pi}{20} (\phi - 20) \right\} \\ \tau_\phi = 0 \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 τ_λ と τ_ϕ はそれぞれ、風応力の東西方向成分と南北方向成分であり、単位は N m^{-2} である。(12) 式から、風応力の東西方向成分は緯度によって変化するが、経度方向には変化しない。そして、風応力の南北方向成分は領域内の至る所で 0 N m^{-2} となる。この風応力場をモデルの外力として、静止状態から6年間の時間積分を実行し、定常状態を得た。この定常状態における海面変位を Fig. 2 に示す。内部境界面変位 η_1 から海面変位 η を得るための変換式は、以下の通りである。

$$\eta = \frac{g'}{g} \eta_1 \quad (13)$$

ここで、 g は重力加速度である。Fig. 2 には、計算領域の南部に亜熱帯循環を模した海面変位の高い領域、北部に亜寒帯循環を模した海面変位の低い領域が存在する。この定常状態を初期条件として、control run と simulation を作成した。

年変化する風応力場を与えるために、control run に与えた外力は次のように時間変化させた。

$$\begin{cases} \tau_\lambda = 0.05 (1 + \sin 2\pi t) \sin \left\{ \frac{\pi}{20} (\phi - 20) \right\} \\ \tau_\phi = 0 \end{cases} \quad (14)$$

ここで、 t は時間 (year) である。この風応力場を用いて、Fig. 2 に示した初期値からモデルを4年間時間積分し、最後の2年間の海面変位 η と流量 U, V を control run における状態として、10日毎に出力した。

一方、simulation に与えた海面の外力は control run で用いた風応力に、平均 0, 標準偏差 0.1 N m^{-2} の正

Fig. 2. Surface displacement at the steady state. Contour interval is 2 cm. Dots indicate observation points. This state was used as the initial condition of the experiment.

規分布に従う乱数を誤差として加えている。風応力の誤差は東西方向成分 τ_x だけに与えられている。そして control run と同様に、初期値から 4 年間時間積分し、最後の 2 年間で得られた海面変位と流量を simulation における状態として 10 日ごとに出力した。

最後に観測データの作成について述べる。観測点の配置を、定常状態における海面変位と共に Fig. 2 に示す。この観測点配置は人工衛星海面高度計（例えば、TOPEX/POSEIDON）の観測点を模して、計算領域内に入る観測数は 254 点存在する。観測データとしては、観測誤差に空間的な相関がない場合と、ある場合の 2 種類を作成した。観測誤差に空間的な相関がない場合の観測データは、control run で得られたモデル格子点上の海面変位 η を重線形補間によって各観測点に空間内挿し、平均 0、標準偏差 2 cm の正規分布に従う乱数をホワイトノイズとして加えて得られる。一方、観測誤差に空間的な相関がある場合については、相関がない場合と同様に、control run の海面変位 η を重線形補間によって各観測点に空間内挿し、平均 0、標準偏差 1 cm の正規分布に従う乱数を 3° の空間相関スケ-

ルを持つように誤差として与え、さらに空間的に相関のないホワイトノイズとして平均 0、標準偏差 1 cm の正規分布に従う乱数を加えた。観測データは 10 日間で得られ、全ての観測点上で同時刻に海面変位 η のみが得られていると設定した。つまり、海面変位以外のデータ（流量 U, V など）は観測されないと仮定している。

本研究では観測データが一定位置で同時刻に瞬間的に得られると仮定しているため、観測行列 $\mathbf{H}$ は時間に独立で一定となる。そのため、定常モデル誤差共分散行列 $\mathbf{P}(-)$ と定常な観測行列 $\mathbf{H}$ を (7) 式に代入すると、カルマンゲイン $\mathbf{K}$ も時間に独立となる。このカルマンゲインを事前に計算し、同化の際の重みとして利用する。

Control run, simulation, 観測データ（誤差に相関がない場合とある場合）の海面変位の変動量（標準偏差）を Fig. 3 に示す。Control run には北部中央域と南西域に変動の大きな領域が存在し、計算領域の南部に変動量の小さい領域が存在している (Fig. 3a)。Control run に見られるこれらの変動は、季節変化する風の影響を受けている。Simulation についても、変動量の大きい領域は control run における位置とほぼ同じであるが、風応力に与えた誤差の影響を受けて、全領域で control run よりも大きな変動を示し、その空間分布にも局所的な変動の強弱が見られる (Fig. 3b)。観測データは、変動の空間分布が control run と似ているが、観測誤差の影響を受けて、ほとんどの領域で変動量が 2 cm 以上の変動がある (Fig. 3c, 3d)。変動量の空間平均は、control run が 1.44 cm, simulation が 2.00 cm, 観測データの誤差相関なしが 2.48 cm, 誤差相関を含んだ観測データは 2.54 cm であった。

Covariance matching を用いて simulation と観測データから、KF による同化に必要な誤差行列（モデル予報誤差 $\mathbf{HP}_{\text{sim}}\mathbf{H}^T$ と観測誤差 $\mathbf{R}$ ）の推定を行った。観測誤差に相関がない場合、covariance matching から得られた $\mathbf{HP}_{\text{sim}}\mathbf{H}^T$ と $\mathbf{R}$ の対角成分の平均、つまり海面変位に関する simulation と観測データの誤差分散の空間平均は、それぞれ 1.52^2 cm^2 と 1.94^2 cm^2 であった。Control run, simulation, 観測データから実際の simulation と観測データの誤差分散を計算した

Fig. 3. Spatial distribution of sea level variability of (a) control run, (b) simulation, observation data with (c) uncorrelated errors and (d) correlated errors. Contour interval is 0.5 cm. Dots indicate observation points.

結果、 $\mathbf{HP}_{\text{sim}}\mathbf{H}^T$ が 1.44^2 cm^2 、 $\mathbf{R}$ が 1.99^2 cm^2 となり、**covariance matching** による誤差行列の推定結果は実際の誤差とほぼ一致することが確認された。また、観測誤差相関がある場合についての **covariance matching** の結果は、行列の対角成分の平均で $\mathbf{HP}_{\text{sim}}\mathbf{H}^T$ が 1.47^2 cm^2 、 $\mathbf{R}$ が 2.08^2 cm^2 であった。実際の誤差分散は、 $\mathbf{HP}_{\text{sim}}\mathbf{H}^T$ が 1.44^2 cm^2 、 $\mathbf{R}$ が 2.06^2 cm^2 であり、観測誤差相関が存在する場合についても、**covariance matching** による誤差行列の推定は実際の誤差とほぼ一

致する。この結果から、**covariance matching** は **KF** による同化に必要な誤差共分散行列の推定を行う上で、非常に有効な手法である。

4. 同化結果

4.1. 観測誤差に相関がない場合

重み係数 α に対する海面変位 η と流量 U, V の RMS 誤差の依存性を Fig. 4 に示す。GDI 法、DDI 法共に、観

Fig. 4. Dependence of RMS error of assimilated estimates for (a) surface displacement (cm), (b) zonal volume transport ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) and (c) meridional volume transport ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) on weight coefficient α for the case of uncorrelated observation error. Solid and dashed curves indicate the filtered and predicted states, respectively. Circles and squares indicate errors arising from the assimilation with GDI and DDI, respectively. RMS errors of the simulation, observation and KF result of filtered and predicted states are shown by lines for reference.

測データを同化した直後の状態、つまり解析値 (filtered estimate) を実線で、同化する直前の状態、つまり予報値 (predicted estimate) を点線で示した。解析値に関して、GDI 法 (DDI 法) では $\alpha = 0.7$ (0.3) で海面変位誤差 (Fig. 4a), $\alpha = 0.9$ (0.4) で流量東西成分の誤差 (Fig. 4b), $\alpha = 0.5$ (0.2) で流量南北成分の誤差 (Fig. 4c) が極小値を取り、それより小さい重みでは simulation の結果に漸近し、大きい重み係数でも誤差が大きくなった。予報値に関する最適重み係数は解析値とほぼ同じであったが、GDI 法の海面変位と流量南北成分の誤差が最小となる重み係数がそれぞれ $\alpha = 0.5, 0.4$ となり、解析値よりも小さくなっている。GDI 法, DDI 法共に、各モデル変数で誤差を最小にする重み係数が異なっている。DDI 法において α を大きくすると、同化後の誤差は simulation の誤差よりも大きくなり、海面変位と流量南北成分に関しては解析値と予報値の精度が逆転していた。これは、観測誤差が数値モデルに混入したこと、観測値が同化される点と同化されない点があることによる人工的な波が発生したためと思われる。なお、地衡流修正を行わない、つまり海面変位のみ同化する実験も行ったが、この同化結果は地衡流修正をした実験よりも誤差が大きくなった (図には示していない)。

最適重み係数における GDI 法と DDI 法の同化結果を見ると、GDI 法の方が DDI 法に比べ効果的に誤差を減少させていることがわかる。また、GDI 法での最適係数は DDI 法の係数よりも大きい方にシフトしていた。この原因は、観測データの格子化において、複数の観測データに含まれていたホワイトノイズが平滑化によって打ち消しあって誤差が減少し、格子化された観測データの精度が向上したためである。実際、観測点における RMS 誤差は平均で 1.99 cm であったが、格子点での観測誤差を計算した結果、誤差は 0.79 cm まで小さくなった。ここで、KF におけるカルマンゲイン ((7) 式) の考え方と同様に、直接挿入法の最適重み係数をモデル誤差と観測誤差の比から推定する。簡単のために、最適係数はモデルの海面変位における誤差と観測誤差のみを考え、モデルの流量成分に関する誤差は考慮しない。また、本研究の直接挿入法では空間的に一様な重みにしているため、モデル誤差分散と観測誤差分散の空間平均を考える。このとき、最適な重み係

Fig. 5. Spatial distributions of surface elevation RMS error for (a) simulation, (b) GDI ($\alpha = 0.7$), (c) DDI ($\alpha = 0.3$) and (d) KF for the case of uncorrelated observation error. Shaded area indicates large value more than 1.8 cm. Contour interval is 0.3 cm. Assimilated point is overlapped.

数 α は以下の式で計算できる。

$$\alpha = \sigma_m^2 / (\sigma_m^2 + \sigma_o^2) \quad (15)$$

σ_m^2 はモデルの海面変位に関する誤差分散, σ_o^2 は観測誤差分散である。GDI 法において, σ_m^2 は 1.44^2 cm^2 , σ_o^2 は格子化された観測データの誤差分散で 0.79^2 cm^2 であるから, (15) 式から求まる GDI 法最適係数は 0.77 となり, この値は Fig. 4a に見られる GDI 法の海面変位における最適係数 (0.7) に近い値となっている。同様

に DDI 法について考えると σ_m^2 は GDI 法と同じ 1.44^2 cm^2 で, σ_o^2 は 1.99^2 cm^2 になり, 求まる最適な重み係数は 0.34 となる。この値も Fig. 4a で示された DDI 法における海面変位の最適係数 (0.3) に近い値となった。また, この (15) 式の関係から, GDI 法の格子化された観測誤差は DDI 法の観測点における誤差より小さいために, GDI 法の最適係数が DDI 法の係数より大きくなることも推測できる。ただし, この推定は海面変位に

におけるモデルと観測の誤差のみを考慮したものであるため、この最適係数が流量に対して最適となる保証はない。

Fig. 4には、KFによる同化前後のRMS誤差も示してある。KFの結果は解析値、予報値共に、全ての変数でGDI法の最適重み係数における精度と同等か、それ以上の精度を示している。特に予報値におけるKFの同化結果はGDI法やDDI法よりも精度が良く、GDI法やDDI法よりも長い間、モデルに組み込まれた観測の情報を保持している。また、解析値におけるGDI法の誤差極小値は全ての変数でDDI法の誤差極小値よりも小さくなったが、予報値の海面変位のみは逆に、DDI法の誤差極小値がGDI法の極小値よりも小さくなっていた。これは最適な重み係数が与えられていれば、DDI法による同化はGDI法よりも同化時の情報を長く保持できる可能性があることを示唆している。

海面変位におけるsimulation, GDI法($\alpha = 0.7$), DDI法($\alpha = 0.3$), KFのRMS誤差空間分布をFig. 5に示す。図には解析値の誤差分布のみを示しているが、予報値と解析値の空間構造に大差はない。図に示されている点は、各同化手法における同化点(GDI法では格子点, DDI法, KFでは観測点)を表している。同化を行っていないsimulation(Fig. 5a)では1.8 cm以上の誤差の大きい領域(Fig. 5で影の付いた領域)を持つが、同化後の誤差空間分布はどの手法でも、その大きさ以下になっている。GDI法による同化後の誤差分布(Fig. 5b)は、領域の中央部や北西部に1.2 cm以上の誤差の大きい領域が一部あるが、0.6 cm前後で空間的に一様な分布をしていた。DDI法の誤差分布(Fig. 5c)にはパッチ状の小さな空間構造が存在し、観測点付近で誤差が小さく、観測点から離れた領域で誤差が大きい傾向が見られた。Fig. 5dに示したKFによる同化後の誤差空間分布においてもFig. 5cと同様の空間分布が存在するが、DDI法ほど観測点付近と遠方との違いは顕著ではない。GDI法の結果における一様な誤差分布の原因は、格子化された観測データにある。DDI法は観測点に一番近い格子点の値を観測点での値と仮定しているため(2章)、格子点付近に観測がない場合、この格子点では全く同化が行われない(ただし、地衡流修正は行われる)。観測点に近い格子点では誤差が減少し、遠

Fig. 6. The same as Fig. 3 but (a) GDI ($\alpha = 0.03$), (b) DDI ($\alpha = 0.05$) and (c) KF with correlated data errors.

方ではそのままの誤差となるため、DDI法の結果はこのような空間分布を持つ。KFではモデルの力学に従って観測の情報が影響する範囲の格子点全てを補正するため、DDI法ほどの局所的な誤差構造は見られない。

各同化手法で RMS 誤差が最小になったときの海面変位変動量 (標準偏差) の空間分布を Fig. 6 に示す。これらの結果は、control run, simulation, 観測誤差に相関がない場合の観測値の変動量空間分布 (Fig. 3a, 3b, 3c) と比較される。全ての同化手法で simulation と観測の双方に含まれていた誤差を小さくし、変動量が同化前の両者より control run の変動に近づいていることが Fig. 6 から理解できる。しかしながら詳細を見ると、control run (Fig. 3a) の北部中央域にある最大の変動量が 3 cm 程度であるのに対して、GDI法の結果 (Fig. 6a) では 2.5 cm, DDI法の結果 (Fig. 6b) では 4 cm となり、それぞれ変動量を過小評価、過大評価していることが分かる。GDI法では格子化において観測誤差と共に観測情報成分の平滑化が起こるため、control run の変動を十分に再現できていない。DDI法の変動量が過大評価になった原因は、モデルの誤差や観測の誤差が十分にに取り除けていないためである。KFによる北部中央域の変動量 (Fig. 6c) は control run と概ね一致していた。また control run の変動量が 0.5 cm から 1.0 cm 程度になる比較的変動の小さい南部領域を注目すると、この領域の simulation における変動量は 1.5 cm, 観測では 2 cm で両者とも control run と比べて大きな値を取ったのに対し、全ての同化結果で 1 cm 前後の変動量となった。変動の大きさがモデル誤差や観測誤差よりも小さい現象であっても、同化によって simulation と観測データのノイズを落とすことで、同化後の結果は control run の変動量をかなり再現できている。

4.2. 観測誤差に相関がある場合

これまででは、観測誤差がホワイトノイズとなる場合を扱ってきたが、実際の観測誤差には空間的な相関が考えられる。そこで第 3 章で説明したように、観測誤差に 3° 程度の空間相関がある場合における同化についても実験を行った。

重み係数に対する海面変位と流量の RMS 誤差の依

Fig. 7. The same as Fig. 4 but for the case of correlated data errors.

存性を Fig. 7 に示す。Fig. 4 と同様に、実線が解析値、点線が予報値を示している。解析値の RMS 誤差が極小値となる重み係数は GDI 法 (DDI 法) で、 η が $\alpha = 0.03$ (0.05), U が $\alpha = 0.9$ (0.3), V では $\alpha = 0.4$ (0.05) となった。予報値では、 η が $\alpha = 0.02$ (0.05), U が $\alpha = 0.8$ (0.3), V では $\alpha = 0.3$ (0.05) で RMS 誤差が最小になった。GDI 法と DDI 法の海面変位における予報値の誤差 (Fig. 7a) は、 $\alpha = 0.2$ 以上で simulation の誤差よりも大きくなっていった。また DDI 法では、海面変位 (Fig. 7a) と流量南北成分 (Fig. 7c) の解析値と予報値の精度の逆転が見られた。KF の RMS 誤差は解析値と予報値の両方で、さらに全ての支配変数で simulation の誤差より小さくなっていただけでなく、GDI 法や DDI 法の誤差最小値より小さな誤差となった。

観測誤差に相関がないときと同様に、(15) 式を使って、海面変位に対する最適重み係数の推定をした。観測点における観測誤差は 2.06 cm で、誤差相関がないときの実験 (1.99 cm) と同程度の誤差であるのに対し、格子化後の観測誤差は 1.48 cm (誤差相関なしでは 0.79 cm) となった。誤差に相関があるために、誤差相関がない場合よりも格子化による観測誤差の減少幅が小さくなっている。これらの誤差から推定された海面変位に対する最適係数は、GDI 法で 0.49, DDI 法で 0.33 になった。これらの重み係数は、実際に同化後の誤差を最小にした係数と大きな隔たりがある (しかし、GDI 法の海面変位解析値 (Fig. 7a) には $\alpha = 0.5$ 付近に極小値が存在し、これは上記の推定値に近い)。この結果は観測の誤差に相関がある場合に、モデル誤差分散と観測誤差分散の両者からでは海面変位に対する最適係数が十分に推定できないことを示唆している。KF では観測誤差の分散だけでなく共分散成分も考慮してカルマンゲイン $\mathbf{K}$ を計算できるので、観測誤差に相関がある場合にも効果的に誤差を小さくできていた。

各同化実験で解析値の海面変位 RMS 誤差が最小になった場合についての空間分布を Fig. 8 に示す。前述したように、観測誤差の大きさは相関がない場合と比べてほとんど変わらないにも関わらず、Fig. 8 に示した同化後の RMS 誤差はどの同化手法であっても、相関がない場合より誤差が大きくなっている。特に GDI 法や DDI 法 (Fig. 8a, 8b) では、誤差相関がない場合 (Fig. 5b,

Fig. 8. The same as Fig. 5 but (a) GDI ($\alpha = 0.05$), (b) DDI ($\alpha = 0.05$) and (c) KF for the case of correlated data errors.

5c) の同化結果には見られなかった 1.8 cm 以上の誤差領域 (影の付いた領域) が多く残り、また、その空間分布は最適重み係数が小さな値であったために、同化なしの *simulation* の RMS 誤差の空間分布 (Fig. 5a) と似ている。KF の誤差分布は、GDI 法や DDI 法よりも空間的に一様な分布となっていて、1.8 cm 以上の誤差を持つ領域は少なくなっている (Fig. 8c)。

5. まとめ

経験的手法として観測データを格子点に変換して同化する直接挿入法 (GDI 法) と、観測点上で同化する直接挿入法 (DDI 法)、そして最適手法として時間定常カルマンフィルタ (KF) を用いて双子実験を行い、三つの手法による同化結果の比較を行った。特に観測誤差の空間相関に対する依存性に注目した。

観測誤差相関がない場合の重み係数と RMS 誤差の依存性 (Fig. 4) から、GDI 法と DDI 法共に、各変数で誤差が最小となる係数に違いが見られた。重み係数が大きくなると、特に海面変位と流量の南北成分において、*simulation* の誤差よりも同化後の誤差が大きくなった。これは、同化の結果が *simulation* の状態よりも悪くなる、つまり同化によってモデル場が汚染されたことを示唆している。GDI 法による同化は、観測データをモデル格子点に補間すると同時に平滑化が行われるため、観測点におけるホワイトノイズが相殺され、格子化された観測データの精度が高くなり、最適な重み係数はかなり大きくなった。DDI 法では直接観測点で同化を行うことから、係数が大きいと観測誤差の影響が直接的にモデル場に反映し、返って同化後の誤差が大きくなる結果となった。観測誤差に相関がない場合で最適な重み係数を使用した GDI 法の結果は、DDI 法の最適係数の結果より誤差が小さく、KF の結果とほとんど変わらなかった。GDI 法や DDI 法の海面変位に対する最適重み係数は、モデル誤差分散と観測誤差分散の比から推定することができた。

観測誤差相関なしでの RMS 誤差の空間分布 (Fig. 5) から、GDI 法では計算領域全体でほぼ一様に誤差が減少し、DDI 法では観測点付近と遠方で誤差の減少量に違いが見られた。KF も DDI 法と類似した違いが見ら

れたが、その差は DDI 法ほど顕著ではなかった。GDI 法の結果における一様な誤差分布の原因は、格子化する際にホワイトノイズが平滑化によって打ち消しあい、誤差が減少したためである。DDI 法では格子点近傍の観測点の有無によって、同化後の誤差の減少量に違いが生じ、パッチ状の空間分布を持った。KF では観測の情報が影響する範囲を広く補正するため、局所的な誤差構造は解消される。

各同化手法による同化後の変動量 (Fig. 6) から、GDI 法による同化は変動量を過小評価、DDI 法では過大評価していることが分かった。GDI 法では格子化において観測情報成分の平滑化が起こり、*control run* の変動を再現できていなかった。DDI 法の過大評価は、モデル誤差や観測誤差が十分に取り除けていないことを意味している。KF による同化後の変動量は *control run* と概ね一致していた。

次に、観測誤差に相関がある場合の重み係数と RMS 誤差の依存性 (Fig. 7) を調べた。Fig. 4 と同じ様に、GDI 法と DDI 法共に各変数で誤差が最小となる係数に違いが見られた。経験的手法を用いて実際の海洋観測データを数値モデルに同化する場合、一つのモデル変数の誤差が小さくなったとしても他のモデル変数の誤差が小さくなる保証はなく、同化に使用しなかった海面高度データや流速データなどの多種類の独立データを使って同化の結果を評価する必要がある。直接挿入法の両手法で大きな重み係数の場合は *simulation* より誤差が大きくなる傾向があり、DDI 法に関しては海面変位 (Fig. 7a) と流量南北成分 (Fig. 7c) における解析値と予報値の精度の逆転が見られた。GDI 法や DDI 法の海面変位に対する最適重み係数は、モデル誤差分散と観測誤差分散から推定できなかった。KF の RMS 誤差は解析値・予報値を問わず、全ての支配変数で *simulation* の誤差より小さくなっていただけでなく、GDI 法や DDI 法の最小誤差よりも小さかった。KF による同化に必要なモデル誤差共分散行列 $\mathbf{P}$ と観測の誤差共分散行列 $\mathbf{R}$ の推定は、*covariance matching* によって適切に推定できることも本研究で確認された。モデル誤差と観測誤差が未知である現実海洋のデータ同化においても、*covariance matching* は有効な手法である。

観測誤差相関がある場合の RMS 誤差空間分布

(Fig. 8) から, GDI 法や DDI 法による同化後の誤差空間分布には, 1.8 cm 以上の誤差を持つ領域が多く存在していた。最適重み係数が GDI 法で $\alpha = 0.03$, DDI 法で $\alpha = 0.03$ であるため, これらの手法を用いて同化した後の誤差分布は simulation(Fig. 5a) に近い空間構造を持っている。KF による誤差は, GDI 法や DDI 法より小さかった。

Fig. 4 と Fig. 7 の海面変位に対する最適重み係数に注目すると, 予報値の RMS 誤差は GDI 法よりも DDI 法の方が小さくなっていた。結論をより一般化するためには, 観測データの空間配置や観測数の増減など様々な条件を与えて GDI 法と DDI 法を比較する必要があるが, 本研究の条件では同化変数の予報値を見る場合, DDI 法は GDI 法よりも有効な手法であった。

本研究の結論として以下のことが言える。GDI 法は最適重み係数を選択すれば KF と同程度の精度を持つが, 各支配変数によって最適重みが異なるため, 重み係数の決定は困難である。DDI 法の精度は GDI 法よりも劣っていた。また, モデルで再現することのできない物理現象が観測データに含まれている場合(本研究における観測誤差に相関がある実験に相当する), 経験的手法の精度は最適手法の精度に劣る。経験的手法の精度を向上させるためには, 表現誤差を考慮して観測データを格子化する必要がある。

謝 辞

本研究は文部科学省科学振興調整費「人・自然・地球共生プロジェクト」課題 7 によって援助されています。

References

- Anderson, B. D. O. and J. B. Moore (1979): *Optimal Fitting*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 357 pp.
- Cohn, S. E. (1997): An introduction to estimation theory. *J. Meteor. Soc. Japan*, **75**, 257–288.
- Fu L.-L., I. Fukumori, and R. N. Miller (1993): Fitting dynamic models to the Geosat sea level observation in Tropical Pacific Ocean. Part II: A linear, wind-driven model. *J. Phys. Oceanogr.*, **23**, 2,162–2,181.
- Fukumori, I. (2001): Data Assimilation by Models, p. 237–265. In *Satellite Altimetry and Earth Sciences*, edited by L. -L. Fu and A. Cazenave, Academic Press, San Diego, Calif.
- Fukumori, I. and P. Malanotte-Rizzoli (1995): An approximate Kalman filter for ocean data assimilation: An example with an idealized Gulf stream model. *J. Geophys. Res.*, **100**, 6,777–6,793.
- Fukumori, I., J. Benveniste, C. Wunsch, and D. B. Haidvogel (1993): Assimilation of sea surface topography into ocean circulation model using a steady-state smoother. *J. Geophys. Res.*, **100**, 6,777–6,793.
- Fukumori, I., R. Raghunath, L.-L. Fu, and Y. Chao (1999): Assimilation of TOPEX/Poseidon altimeter data into a global ocean circulation model: How good are the results? *J. Geophys. Res.*, **104**, 25,647–25,665.
- Gelb, A. (1974): *Applied Optimal Estimation*, M. I. T. Press, Cambridge, MA, 374 pp.
- Hirose, N., I. Fukumori, and Yoon, J.-H. (1999): Assimilation of TOPEX/POSEIDON altimeter data with reduced gravity model of Japan Sea. *J. Oceanogr.*, **55**, 53–64.
- 石川 洋一, 淡路 敏之, 小守 信正 (2001): 2 ジャイヤー系のデータ同化について—海面高度計データと漂流ブイデータの同時同化による平均海面高度場の修正—. 月刊海洋, **33**, 76–82.
- 蒲地 政文, 倉賀野 連, 吉田 隆, F. Uboldi, 吉田 典哉 (1998): 中・高緯度海洋データ同化システムの開発. 測候時報, **65**, S1–S19.
- Kubota, M. and J. J. O'Brien (1988): Variability of the upper tropical Pacific Ocean model. *J. Geophys. Res.*, **15**, 13,930–13,940.
- 久保田 雅久, 横田 秀和 (1999): 北太平洋 1.5 層モデルに対する TOPEX 海面高度データの同化. 海の研究, **8**, 253–267.
- Mesinger, A. and A. Arakawa (1976): Numerical methods used in atmospheric models. *GARP Pub. Ser.* **17**, Vol.1, World Meteorol. Organ., Geneva, 64 pp.
- Pham, D. T., J. Verron, and M. C. Roubaud (1998): A singular evolutive extended Kalman filter for data assimilation in oceanography. *J. Mar. Sys.*, **16**, 323–340.
- Smedstad, O. M., D. N. Fox, H. E. Hurlburt, G. A. Jacobs, E. J. Metzger, and J. L. Mitchell (1997): Altimeter data assimilation into an 1/8° eddy resolving model of the Pacific ocean. *J. Meteor. Soc. Japan*, **75**, 429–444.

Comparison of Data Assimilation Methods in a Wind Driven Ocean Circulation Field

Katsumi Takayama *, Naoki Hirose †, and Masahisa Kubota ‡

Abstract

Data assimilation methods can be divided into two categories; One is the optimal method that ensures statistical and dynamical optimality of the results, the other is the empirical method assuming simplified errors and dynamics. In this study, we investigated accuracy of data assimilation by using both the optimal and empirical methods. A 1.5-layer reduced gravity model was performed in a rectangular region and the data assimilation was carried out with pseudo-observation of the sea level. The data assimilation schemes were steady Kalman filter and data insertion methods. Two ways of the data insertion methods were further examined: One assimilates data interpolated at the model's grid points, and another computes model-data misfit directly on the observed positions. Significant difference was found in the accuracy between the Kalman filter and the direct insertion methods in case that spatially correlated error of the observation data was considered. The empirical method using an appropriate weight coefficient with the gridded data showed comparable accuracy to the Kalman filter with measured variable, but was less accurate with non-measured variables. The analysis (filtered) error of the data insertion method assimilated on observation point was larger than the gridded data insertion method, but the prediction accuracy of the former was higher than the latter. The estimated results of empirical methods could be close to the accuracy of optimal method, but it was difficult to choose appropriate weight coefficient.

Key words: Kalman filter, data insertion, data assimilation, shallow water model, wind-driven circulation

(Corresponding author's e-mail address: taka@riam.kyushu-u.ac.jp)

(Received June 3, 2002; accepted June 4, 2003)

(Copyright by the Oceanographic Society of Japan, 2003)

* Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University, Kasuga 816-8580, Japan

† Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University, Kasuga 816-8580, Japan

‡ School of Marine Science and Technology, Tokai University, Shizuoka 424-8610, Japan