向流多段抽出法に関する計算 (第3報)*

— 効 率 に つ い て —

佐 藤 忠 正**

要旨： 抽剤比が一定なる場合の固体の向流多段抽出において段効率が与えられた場合の計算法について述べ、総括段効率は最終段の抽剤比が他の段と同一であると仮定した時の値と、これに対する補正項との和であらわしうることをあきらかにした。またこれらの計算圖表を作製して諸計算の簡略化をはかった。

通常おこなわれている固体の向流多段抽出の諸計算においては、抽剤比が一定な場合に対して平衡を仮定し吸着を無視した Baker¹⁾ の式が一般に用いられている。吸着が無視できない場合に対しては筆者は第1報¹¹⁾で Baker の式の抽剤比 $\alpha = W/w$ の代りに $\beta = S/s^*$ を用いればよいことをあきらかにし、更に第2報¹²⁾で本式を適当に変形することにより Kremser 効率^{*)} に対する諸圖表²⁾³⁾¹³⁾ が利用できることを指摘した。ここに W および S は任意の段において分離される抽剂量および抽質量、 w および s^* は平衡が成立した場合に抽残物中に残る抽剂量および抽質量である。

各段で平衡が成立しない場合に対しては筆者¹²⁾ その他⁶⁾¹⁰⁾ の計算法があるが、いずれもかなり複雑で実用上不便である。しかるに平衡が成立する場合は上のごとく圖表が利用できるの、総括段効率が分れば計算は容易になる。よつて本報では前報¹²⁾ でえた結果より、段効率が与えられた場合の総括段効率の計算法をあきらかにし、圖表を作製して平衡の成立しない場合の諸計算を簡略化しようとした。

1. 所要段数と総括段効率

固体の不連続向流多段抽出において、任意の段 j に対して一般に用いられている抽料中の抽質量基準の段効率は次のごとくである。

$$E_B = (s_{j+1} - s_j) / (s_{j+1} - s_j^\infty) \quad (1)$$

$$\text{または} \quad E_M = (s_{j+1} - s_j) / (s_{j+1} - s_j^*) \quad (2)$$

ここに s_{j+1} は段 j で最初抽料中にある抽質量、 s_j は抽出後抽料中に残る抽質量、 s_j^∞ は段 j で平衡が成立するまで抽出した時抽料中に残る抽質量 ($= S_j / \beta$)、 s_j^* は

段 j より実際に排出される抽剤と平衡な抽料中の抽質量 ($= S_j / \beta$)、 β は平衡が成立する場合の抽出液および抽残物中の抽質比 (附録A参照) であり、 β が各段等しい時 E_B および E_M は最終段 N を除き各段同一である (E_M は Murphree 段効率に相当)。次に最終段 N では最初抽剤が抽料に滲透してから抽出が始まると考え、本報では次の段効率を用いる

$$E_{BN} = \frac{\beta s_f + (\beta - \beta_N) S_{N-1} - \beta s_N}{\beta s_f + (\beta - \beta_N) S_{N-1} - \beta s_N^\infty} \quad (1a)$$

$$E_{MN} = \frac{\beta s_f + (\beta - \beta_N) S_{N-1} - \beta s_N}{\beta s_f + (\beta - \beta_N) S_{N-1} - \beta s_N^*} \quad (2a)$$

ここに $S_N^\infty = S_D / \beta_N$ 、 $s_N^* = S_D / \beta_N$ である。而して物質移動係数が一定な場合は、段 N と他の任意の段の間に次の関係が成立する (附録B参照)。

$$E_{BN} = 1 - (1 - E_B)^{\frac{\beta(1+\beta_N)}{\beta_N(1+\beta)}} \quad (1b)**)$$

$$E_{MN} = \frac{\beta_N \left[1 - \left\{ \frac{\beta(1-E_M)}{\beta + E_M} \right\}^{\frac{\beta(1+\beta_N)}{\beta_N(1+\beta)}} \right]}{\beta + \left\{ \frac{\beta(1-E_M)}{\beta + E_M} \right\}^{\frac{\beta(1+\beta_N)}{\beta_N(1+\beta)}}} \quad (2b)**)$$

総括抽出効率： 以上の段効率を用いて前報でえた結果をあわせれば次のごとくなる。すなわち

$$\epsilon_0 = \frac{\beta(s_f + S_D - s_D) - \beta_N S_f}{\beta(s_f + S_D - s_D) + \beta_N [s_D - \{1 + (1/\beta)\} S_f]} \quad (3)$$

であらわされる総括抽出効率 ϵ_0 は、段数および段効率を与えた場合次式で計算される。***)

$$\epsilon_0 = \left. \begin{aligned} & \frac{\{1/p + (1-1/p)q\} p^{N-1}}{\{1/p + (1-1/p)q\} p^{N-1}/\beta}, \quad (\beta \neq 1) \\ & = (N+q-1) \sqrt{(N+q+r-1)}, \quad (\beta = 1) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

* 昭和26年2月23日受理 ** 北海道大学工学部應用化学教室

*) ガス吸収、液は抽出のように抽剤比が最終段をふくむ皆等しい場合の総括分離効率をあわす⁸⁾¹⁴⁾。

**) 一般に $1 \geq E_{BN} \geq E_B$ 、 $1 \geq E_{MN} \geq E_M$ であり、 $\beta_N = 0$ の時 $E_{BN} = E_{MN} = 1$ 、 $\beta_N = \beta$ の時 $E_{BN} = E_B$ 、 $E_{MN} = E_M$ となる。

また $\beta = \infty$ の時 $E_B = E_{BN} = E_M = E_{MN}$ である。

***) 本報では前報における $\beta q / \beta_N p$ を q とおいた。

ここに p , q および r は次式であらわされる値である。

$$p = \frac{\beta + 1 - E_B}{1 + \beta(1 - E_B)} = \frac{\beta}{E_M + \beta(1 - E_M)} \quad (5)$$

$$q = \frac{E_{BN}\{1 + \beta(1 - E_B)\}}{E_B\{1 + \beta_N(1 - E_{BN})\}} = \frac{E_{MN}\{E_M + \beta(1 - E_M)\}}{E_M\{E_{MN} + \beta_N(1 - E_{MN})\}} \quad (6)$$

$$r = \frac{1 + \beta(1 - E_B)}{\beta E_B} = \frac{E_M + \beta(1 - E_M)}{\beta E_M} \quad (7)$$

残留抽質量 s_D は上式で求めた ϵ_0 の値より容易に算出することができる。また平衡が成立する場合は、 $p = \beta$, $q = 1$, $r = 1/\beta$ なる故、(4)は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_0 &= (\beta N_p + 1 - \beta) / (\beta N_p + 1 - 1), (\beta \neq 1) \\ &= N_p / (N_p + 1), (\beta = 1) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。 N_p は平衡の成立する場合の段数、すなわち理想段数をあらわす。

所要段数：次に(3)であらわされる ϵ_0 なる分離をおこなうのに要する実段数 N および理想段数 N_p を求める場合は、(4)および(8)を書換えた次式

$$N = \left\{ \frac{\log \left\{ \frac{1 - (1/\beta)}{1 - \epsilon_0} + \frac{1}{\beta} \right\}}{-\log \left\{ \frac{1}{p} + \left(1 - \frac{1}{p}\right)q \right\}} \right\} / \log \beta, (\beta \neq 1) \quad (9)$$

$$= \{\epsilon_0(q + r - 1) - (q - 1)/(1 - \epsilon_0), (\beta = 1)\}$$

$$N_p = \log \left\{ \frac{1 - (1/\beta)}{1 - \epsilon_0} + \frac{1}{\beta} \right\} / \log \beta, (\beta \neq 1) \quad (10)$$

$$= \epsilon_0 / (1 - \epsilon_0), (\beta = 1)$$

が用いられる。いま通常の操作範囲の β (普通 $\beta = 1.5 \sim 3$) に対して ϵ_0 対 N_p をプロットすれば Fig. 1* のごとくなるが、平衡の成立しない場合でも総括段効率が分れば本図より ϵ_0 または N を求める。

総括段効率：しかるに総括段効率 E_{op} は与えられた分離に要する理想段数と実段数との比であらわされるから、(9)および(10)を用いて整理すれば結局

$$E_{op} = N_p / N = E + (\epsilon / N) \quad (11)$$

のごとくあらわすことができる。ここに

$$\left. \begin{aligned} E &= \log p / \log \beta, (\beta \neq 1) \\ &= 1/r, (\beta = 1) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

*) Sherwood(13) の図表の一部を拡大したものに相当するが、本図の ϵ_0 対 N_p の方がより一般的である。

$$\epsilon = \log \left\{ \frac{1}{p} + \left(1 - \frac{1}{p}\right)q \right\} / \log \beta, (\beta \neq 1) \quad (13)$$

$$= (q - 1)/r, (\beta = 1)$$

であつて、 E は最終段の抽剤比が他の段と等しい、すなわち $\beta_N = \beta$ と仮定した時の総括段効率、 ϵ/N はこれに対する補正項をあらわし、段数の多い時はあきらかに補正項は省略できる。上式によれば E および ϵ は ϵ_0 および段数には無関係であり、理想段数 N_p および実段数 N はそれぞれ互に次式で算出される。

$$N_p = E_{op} N = EN + \epsilon \quad (11a)$$

$$N = N_p / E_{op} = (N_p - \epsilon) / E \quad (11b)$$

ゆえに実段数 N を与えて総括抽出効率 ϵ_0 (または s_D) を求める場合は、(11a) より N_p を求め、次に N_p に対する ϵ_0 を Fig. 1 より求めればよい。また逆に ϵ_0 より所要段数を求める場合は Fig. 1 より理想段数 N_p を求めて(11b) より実段数 N を算出すればよい。

計算を省略するため、いま(12)にもづいて E 対 E_B および E 対 E_M をプロットすると Fig. 2a および 2b のごとくなる。次に(13)は含まれる因子が多いので簡単に図示できないが、普通の固体抽出でみられるように原抽料が抽料を全く含まず、また吸着が無視できる場合は Fig. 3 のごとくなる。ただし段 N と他の間に(1b)または(2b)が成立するものとした。また参考のため $E_{BN} = E_B$ および $E_{MN} = E_M$ なる場合の図を示すと、それ

Fig. 1 Over-all Separation Efficiency ϵ_0 vs. Extraction Factor β .

Fig. 2a Over-all Plate Efficiency E vs. Step Efficiency E_B for $\beta_N = \beta$.

Fig. 2b Over-all Plate Efficiency E vs. Murphree Plate Efficiency E_M for $\beta_N = \beta$.

Fig. 3. Correction Factor ϵ vs. Plate Efficiency E_B or E_M for $w_f = 0$ and $\gamma = 1$, when Eq. (1b) or (2b) is established.

Fig. 5 Correction Factor ϵ vs. Murphree Plate Efficiency E_M for $w_f = 0$, $\gamma = 1$, and $E_{MN} = E_M$.

Fig. 4 Correction Factor ϵ vs. Step Efficiency E_B for $w_f = 0$, $\beta = 1$ and $E_{BN} = E_B$.

それ Fig. 4 および 5 のごとくなる。

以上は不連続操作について求めたが、連続操作の場合も同様であり、ただ段効率としては E_M を用い、 $E_{MN} = E_M$ に対する Fig. 5 を用いればよい。

例題： 含油分18%なる原料大豆を、不連続向流多段抽出法により残油分 1%となるまで抽出したい。濃度 0.17wt% なる抽剤を 1.15 [kg 溶液/kg 原料大豆] 使用し、また各段で抽残物と共に残る抽剤量は一定で 0.8 [kg/kg 純抽残物] である。最後段 N を除く各段の段効率は等しく $E_B = 0.800$ (すなわち $E_M = 0.718$ なる時、a) (1b) の成立する場合、b) $E_{BN} = E_B$ とみなした場合、c) $E_{MN} = E_M$ とみなした場合、d) 補正項を無視した場合の所要段数を求む。ただし原料は抽剤を含まず吸着は無視できるものとする。

解 原料は抽剤を含まずまた吸着は無視できるから

$$W_f = W = 1.15(1 - 0.0017)/(1 - 0.18) = 1.40$$

$$\beta = \alpha = W/w = 1.40/0.80 = 1.75$$

$$\beta_N = \alpha_N = W_D/w = (1.40 - 0.80)/0.80 = 0.75$$

$$\epsilon = 0.18/0.82 = 0.2195, s_D = 0.01/0.99 = 0.0101$$

これらの値を(3)に代入すれば $\epsilon_0 = 0.9827$ となる。よつて Fig. 1 より必要な理論段数は $N_p = 5.78$ となる。次に Fig. 2a より $E = 0.656$ をうる。したがつて

a) Fig. 3 より $\epsilon = 0.223$, ゆえに実段数 N は

$$N = (N_p - \epsilon)/E = (5.78 - 0.223)/0.656 = 8.48$$

である。直接(9)を用いて計算してもよい。この場合最終段効率 E_{BN} は(1b)より 0.909 である。

b) Fig. 4 より $\epsilon = 0.093$, ゆえに $N = 8.66$

c) Fig. 5 より $\epsilon = 0.153$, ゆえに $N = 8.58$

この場合は(A・1)より $E_{BN} = 0.856$ に相当する。

d) $\epsilon = 0$, ゆえに $N = 8.81$ 。この場合は $q = 1$ より $E_{BN} = 0.718$ に相当する。また $E_{Op} = E_B$ とみなした時は $N = 7.23$, $E_{Op} = E_B$ とみなした時は $N = 7.23$, $E_{Op} = E_M$ とみなした時は $N = 8.05$ となる。 β が1に近い時はこれらの差はもつと大きくなる。

2. 結 論

a. 固体の向流多段抽出において平衡が成立する場合(3)で定義される総括抽出効率 ϵ_0 と理想段数 N_p の関係は Fig. 1 のごとくなる。平衡が成立しない場合の ϵ_0 と実段数 N の関係は、段効率が与えられた場合(4)または(9)のごとくなるが、Fig. 1 と総括段効率を用いてこれらの諸計算を簡単にすることができる。*)

b. 段効率と総括段効率の関係をあきらかにして、総括段効率 E_{Op} は(11)のように $\beta_N = \beta$ とみなした時の総括段効率 E と、これに対する補正項 ϵ/N との和であらわしうることを指摘し、図表を作製した。なお物質移動係数にもとづいて最終段 N と他の任意の段の段効率の関係をあきらかにした。

c. 液量、濃度等は以上では純抽剤および重量を基準にとつたが、これらは溶液および容積基準でも差支えない。 β が各段で異なる場合は文献⁵⁾⁷⁾等の方法が応用されよう。

御援助を賜つた武谷憲教授、東工大藤田重文教授および計算をお願いした高田寛助手に深く感謝する。なお本研究は文部省科学研究費によつて行つたものである。

記号の説明 [下記以外は文献¹²⁾参照]

E : (12)で與えられる $\beta_N = \beta$ の時の総括段効率

E_B : (1)で與えられる段効率

*) 文献 4) 15) 等ではガス吸収、液々抽出等におけるごとく $\beta_N = \beta$ なる特別な場合について述べている。

E_M : (2)で與えられる段効率

$E_{Op} = E + (\epsilon/N)$: 総括段効率

$N = (N_p - \epsilon)/E$: 実段数

$N_p = NE_{Op} = EN + \epsilon$: 理想段数

p, q, r : (5)(6)(7)で與えられる値

S, s : 抽剤相, 抽料相中の抽質量

W, w : 抽剤相, 抽料相中の純抽剤量

下部記號 f, D : 系に供給, 排出されるものに対応する。

$\beta = S/s^* = W/\gamma w$, $\beta_N = S_N/s_N^* = W_D/\gamma w$: 平衡が成立する場合の任意の段および最終段の抽質比

$\gamma = x^*/X = Ws^*/wS$: 平衡恒数 (分配係数)

ϵ : (13)で與えられる総括段効率補正項の分子

ϵ_0 : (3)で與えられる総括抽出効率

参考文献

- 1) Baker : *Chem. Met. Eng.*, 42, 669 (1935)
- 2) Chase : *Ind. Eng. Chem.*, 34, 1499 (1942)
- 3) Colburn : *ibid.*, 33, 459 (1941)
- 4) Colburn & Pigford : *Chem. Engrs. Handb.* 550 (1950)
- 5) Edmister : *Ind. Eng. Chem.*, 35, 837 (1943)
- 6) Grosberg : *ibid.*, 42, 154 (1950)
- 7) Horton & Franklin : *ibid.*, 32, 1384 (1940)
- 8) King, Katz & Brier : *T. A. I. C. E.*, 40, 533 (1944)
- 9) Kremser : *Nat. Pet. News*, 22, No. 21, 42 (May 21, 1931)
- 10) Ruth : *Chem. Eng. Progress*, 44, 71 (1948)
- 11) 佐藤, 辻野 : 化学機械, 14, 264 (1950)
- 12) 佐藤 : 化学機械, 15, 101 (1951)
- 13) Sherwood : *Absorption and Extraction*, 85 (1937)
- 14) Souders & Brown : *Ind. Eng. Chem.*, 24, 519 (1932)
- 15) Tiller & Tour : *T. A. I. C. E.*, 40, 317 (1944) : *Chem. Engrs. Handb.*, 554 (1950)

附 録

A. 濃度 $X = S/W$ なる抽剤と平衡な抽料中の抽質量 s^* , その見掛けの濃度 $x^* = s^*/w$, $\gamma = x^*/X = Ws^*/wS$ とする時, 一般に任意の段に対しては $\beta = S/s^* = W/\gamma w$, 最後段 N に対しては $\beta_N = S_D/s_N^* = W_D/\gamma w$ である。 γ が変化する時はその平均値を用いるが, 多くの場合 $\gamma = 1$ とみなしてよい。

B. これらの段効率と前報で用いた ϵ との間には, 次の関係が成立する。すなわち任意の段に対し

$$E_B = \frac{\epsilon}{(\epsilon)_{\epsilon=0}} = \left(\frac{\beta+1}{\beta} \right) \epsilon = \frac{(\beta+1)E_M}{\beta+E_M} \quad (\text{A} \cdot 1)$$

$$E_M = \beta/(\beta-\epsilon) = \beta E_B/(\beta+1-E_B) \quad (\text{A} \cdot 2)$$

段 N に対しても全く相似の関係が成立し, これらより物質移動係数と段効率との関係が容易に導かれ, 各段の段効率は最終段 N を除き等しくなることがわかる。ま

た King 等⁸⁾ の実験結果からも各段の段効率 ϵ は等しいと (1b) (2b) がえられ、また以上の関係を前報の結果に
してよい。これらの段効率と物質移動係数の関係より 代入すれば (4)~(7) がえられる。

Calculation of Countercurrent Multiple Extraction (3)

— Plate Efficiencies —

Tadamasa Sato*

Problems of countercurrent multiple contact extraction are solved using plate efficiencies, in the case where the equilibrium line is straight. For the extraction of solids we assumed uniform concentration of the underflow, the immiscibility of underflow with overflow, and the constant underflow.

The number of actual plates required for a given separation defined as Eq. (3), may be calculated by Eq. (9). Relations between the over-all plate efficiency E_{op} , individual plate efficiency E_M or E_B and extraction factor β are also obtained. The individual efficiencies are defined as Eq. (1)~(2). The over-all plate efficiency E_{op} , consists of E and ϵ/N as Eq. (11), where E means the over-all plate efficiency when it is assumed that β_N equals β , and ϵ/G is the correction factor. Fig. 2a and 2b are the charts for calculation of E . Fig. 3, 4 and 5 are the charts for calculation of ϵ , for several types of operation when distribution constant $\gamma=1$ and $w_f=0$. The calculation may be simplified by using these charts.

*) Hokkaido University.

核動力は未だ安くない

Chem. Eng. 3 (1951) に、C. G. Suits 氏 (General Electric Co.) は、核動力を用いた発電装置を假想して、現在の石炭による場合と比較している。その方法は、まず、400,000 kW の標準発電装置を基準にして考え、その動力費は、石炭の場合 4.5 mills/kWhr. であり、その内訳は、表に示す通りである。それに対し、ボイラの代用として、核反応器を設置したとき、同じ動力費になるようにするために、この核反応器の建設費をどの位迄見積ることが出来るかを、三つの場合 A, B, C を想定し、その可能性を検討している。

A) 核燃料費を石炭と同一とし、運転費、固定費(反応器またはボイラ以外の)も同じとする。

B) 燃料費を無視する場合、すなわち原料ウランウムがその有するエネルギーを、いわゆる“燃焼”されつくすことができると考えるか、或は原料使用残査がその燃料費と同額で賣れると考えた場合である。

C) 燃料費は無視でき、しかも燃料使用残査が、プルトニウム含有物として 2 mills/kWhr. の程度に賣ることができると考えた場合である。

結局 C) の場合のみ、実際の建設費に対応することができるといふわけである。

動力装置の型	石炭によるボイラ	核反応器		
		A	B	C
燃料費 mills/kWhr	2.0	2.0	0.0	0.0
運転費 "	1.0	1.0	1.0	1.0
副産物価格 "	0.0	0.0	0.0	-2.0
固定費 (ボイラまたは反応器を除く) "	0.8	0.8	0.8	0.8
許容し得る反応器に対する建設費 "	0.7	0.7	2.7	4.7
総計(動力費) "	4.5	4.5	4.5	4.5
固定費は年18%償却するものとしての反応器の建設費、百万ドル		11.1	38.3	65.5
実際に考えられる建設費、百万ドル		50~100		
可能性		無	無	有

【假定】 4.5 mills/kWhr. 400,000 kW. 出力の発電装置を想定し、利息6%; 税金2%; 発電機、スイッチギア、変圧器等の固定費年11%償却として21.6百万ドル; 石炭燃焼用ボイラの固定費年11%償却として18.4百万ドル。

(高島 洋一)