遠心力の場における堰の流出係数について*

大山 義年**・伊藤 四郎**

梗概： 中心において面に垂直な軸のまわりに高速に回転する円形オリフィスより液が溢流する状態は重力の場において液が堰を越えて流出するのに類似しており、この場合も重力の場におけると同様に遠心力の場における堰の流出係数 C を次式のごとく定義することができる。

$$C = 3Q/(4\pi^2 N) \{ \Delta r(d - \Delta r) \}^{-3/2}$$

ここに Q は液の流量、 N は回転数、 Δr は溢流する液の厚み、 d はオリフィスの孔径である。

このように定義された流出係数を測定して次のごとき結果を得た。すなわち、液の運動粘度を ν として、レイノルズ数 Re を

$$Re = Q/[\pi \nu (d - \Delta r)]$$

とすると、

$$(i) \quad Re \leq 8 \quad \text{なる範囲では} \quad C = 0.25 Re^{0.45}$$

$$(ii) \quad Re \geq 8 \quad \text{なる範囲では} \quad C = 0.62$$

緒 言

ド・ラバル型遠心分離機を使用して比重の異なる二液を分離するとき、理想的な場合を考えて二液の境界面を假想し、この境界面が分離板の給液孔の位置にくるように調節板を選択したり、給液孔の位置を決定したりすることは普通におこなわれていることである。しかしこの假想した二液の境界面の半径を r_m とするとき、 r_m は次式によつて計算される。¹⁾

$$r_m = \sqrt{\frac{r_L^2 - r_H^2 (\rho_H / \rho_L)}{1 - \rho_H / \rho_L}} \quad (1)$$

ここに r_L , r_H はそれぞれ軽液および重液の吐出口の半径、 ρ_H , ρ_L はそれぞれ軽液および重液の密度である。しかし(1)式は力の静的な釣合いより求められたものであつて、液の流動による抵抗等についてはなんらの考慮も払われていない。もしかかるものを考慮するとすれば、吐出口附近の液の流出状態を知る必要がある。川口善雄氏²⁾は液として水のみを使用した場合を取扱い、水は重液の吐出口を満して洗れたのちはじめて軽液の吐出口より流出するとした。もしそうであれば重液吐出口の流動抵抗が分離機の性能を左右する一つの重要な因子となるであろう。

筆者らはド・ラバル型遠心分離機の研究の途上、上述のごとき理由によつて軽重二液の吐出量よりそれぞれの液の自由表面の半径を推定するため、円形の流出口を有する調節板より液が流出する場合のごとく、遠心力の場において液が堰を越えて流出する場合の流出係数を知る必

要にせられた。本報文はその測定結果の報告である。

遠心力の場における堰の流出係数

重力の場における堰の流出係数については、これが流量の測定に使用されるため、従来各種の堰について数多くの実験がおこなわれている。遠心力の場においても重力の場におけると同様に堰の流出係数を定義することができる。すなわち Fig. 1 のごとく堰 A を持つた回転容器 B の下部に液体が連続的に供給される場合、液は遠心力によつて図のごとく円筒状になつて壁に沿つて登り堰より流出する。いま堰をなす上部の円形流出口の半径を r_0 、液面の半径 r_1 とする。 r_0 と r_1 の間の任意の半径 r のところに幅 dr なる微小環状部を考えると、液が回転円筒 B と共に ω なる角速度で回転しているとして、これに作用する力の釣合から次式をうる。

$$dp/\rho = r\omega^2 dr/g_c \quad (2)$$

ここに ρ は液の密度、 dp は環状部の半径 r なる面と $(r+dr)$ なる面との圧力差である。ゆえに半径 r なる点の圧力 p は(2)式を積分して

$$p = \rho \int_{r_1}^r r\omega^2 dr = \frac{\rho\omega^2(r^2 - r_1^2)}{2g_c} \quad (3)$$

これがすべて速度エネルギーに変るとすれば

$$\frac{1}{2g_c} \rho v^2 = \frac{\rho\omega^2(r^2 - r_1^2)}{2g_c} \quad (4)$$

ここに v は半径 r における圧力エネルギーが速度エネルギーにかわつた場合の速度とする。(4)式より

$$v = \omega \sqrt{(r^2 - r_1^2)} \quad (5)$$

ゆえに前述の環状部より流出する理論的流量 dQ_m は

* 昭和26年6月15日受理

** 東京工業大学

Fig. 1

Type	D mm	D ₀ mm	e mm	d mm	Liquid
I	60	62	3	50, 40, 30, 20,	Water
II	87.5	89	6	80, 70, 60, 50, 40	Mashine Oil

$$dQ_{th} = 2\pi r dr \omega \sqrt{r^2 - r_1^2} \quad (6)$$

したがって理論的全流量 Q_{th} は (6) 式を積分して

$$Q_{th} = 2/3 \pi \omega (r_0^3 - r_1^3) \quad (7)$$

実際の流量 Q は Q_{th} に流出係数 C を乗じて

$$Q = C \cdot 2/3 \cdot \pi \omega (r_0^3 - r_1^3) \quad (8)$$

$$= C \cdot 4\pi^2/3 \cdot N \{ \Delta r (d - \Delta r) \}^{3/2}$$

ここに N は回転数, Δr は液の厚さで $\Delta r = r_0 - r_1$, $d = 2r_0$ である。ゆえに流出係数 C は

$$C = 3Q / (4\pi^2 N) \{ \Delta r (d - \Delta r) \}^{-3/2} \quad (9)$$

かかる流出係数はほとんど実測された例をみない。筆者らの知れるところではわづかに川口善雄氏がド・ラベル型遠心分離機について水を用い、軽液の吐出口より将に水が流出せんとするとき、重液の吐出口を液が充滿して流出すると假定して、重液の吐出口より流量を測定し、これより $C = 0.006 \sim 0.026$ なる値を得ているのみである。筆者らは次のごとき方法によつて直接実測から決定した。

実験装置および方法

実験装置の概要を Fig. 2 に示す。A は Fig. 1 のごとき回転容器で表に示すごとき各種寸法の堰を取付けられるようになっており、直流電動機によつて毎分 2,000 ~ 12,000 回転の範囲で駆動され、その回転数はストロボスコープで測定される。

液は E なる恒温槽から歯車ポンプ G によつて導管 D を

Fig. 2

Fig. 3

とおつて A の底部中心に供給される。流量はコック K_1 , K_2 で加減され、F なる空気室により流量の脈動が除かれる。流量はあらかじめ一定状態の下で直接液を容器に受けて測定した。

堰より流出する液の厚さ Δr は照明 L を用い、カセトメーターによつて 1/200 mm まで読取られる。

流出した液はカバー C で受けて恒温槽 E に戻される。液は水および機械油を用い、水の場合の回転容器は、Fig. 1 の表の I の寸法のもの、機械油の場合には II のものを使用した。機械油の粘度はオストワルド粘度計で測定した。その温度対運動粘度の関係を Fig. 3 に示す。

実験結果およびその考察

堰を越える液のレイノルズ数 Re を次式によつて定義する。

$$Re = v_m \cdot \Delta r \cdot \rho / \mu = v_m \cdot \Delta r / \nu \quad (10)$$

ここに v_m は液が堰を越えるときの軸方向の平均速度、 μ は液の粘度、 ν は運動粘度である。ゆえに

Fig. 4

Fig. 5

$$Re = Q / \{\pi \nu (d - \Delta r)\} \quad (11)$$

測定によつて得られた流出係数 C と Re を対数紙上に点綴すれば Fig. 4, Fig. 5 のごとくなる。Fig. 4 の機械油, Fig. 5 は水の場合である。これによれば測定値はかなり誤差はあるが大体排出口の半径に無関係に(10)式で定義されたレイノルズ数 Re の函数として示され, $Re \leq 8$ なる範囲では機械油についてのみ得られ結果であるが,

$$C = 0.25 Re^{0.45} \quad (12)$$

$Re \leq 8$ なる範囲では機械油の場合には

$$C = 0.62 \quad (13)$$

水の場合には

$$C = 0.4 \quad (14)$$

なる結果を得た。 $Re \geq 8$ なる範囲において機械油と水では相当の開きがあるが、測定値より C を算出したとき液は容器と同一角速度で回転していると假定したが、水の場合には粘度が小さいため、この假定が成立せず、水の回転は相当の遅れがあるものと考えられる。これがどの程度のものであるか大体のようすを推測するため、次のごとき理想的な場合について考えてみよう。すなわち角速度 ω_0 で回転している内径 r_2 なる円筒の内壁を同一角速度を有する液が厚さ $(r_2 - r_1)$ で一様に流下しているとき、急に円筒の角速度が ω_1 に変つたとする。このとき、液の切線方向の速度 v_θ は液の高さおよび切線方向には無関係で半径方向にのみ変化すると考えてよいから、液の運動方程式は次式によつてあらわすことができる。

$$\frac{1}{\nu} \frac{\partial v_\theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} \quad (15)$$

ここに t は角速度が ω_1 変つてからの時間、 r は液の任意の位置の半径である。この式を

$$\left. \begin{aligned} t=0 \text{ にて} & \quad v_\theta = r\omega_0 \\ t>0 \text{ の時器壁 } r=r_2 \text{ にて} & \quad v_\theta = r_2\omega_1 \\ \text{液の自由表面 } r=r_1 \text{ にて} & \quad \frac{\partial v_\theta}{\partial r} = \frac{v_\theta}{r} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

なる条件のもとに解くことにより、実験に使用した回転容器の上部および下部の影響を除外した場合の容器の回転による内部流体の切線方向の加速状態の大略を知ることができる。

これを解けば

$$v_\theta = \omega_1 x + 2(\omega_0 - \omega_1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n^2 \cdot u_1(\alpha_n x) \cdot e^{-\kappa \alpha_n^2 t}}{u_0(\alpha_n) - a^2 \cdot \alpha_n^2 \cdot u_2(\alpha_n a)} \int_a^1 u_1(\alpha_n x) x dx \quad (17)$$

ここに $x = r/r_2$, $a = r_1/r_2$, $\kappa = \nu/r_2^2$,

$$u_m(\alpha_n x) = \frac{J_m(\alpha_n x)}{J_1(\alpha_n)} - \frac{Y_m(\alpha_n x)}{Y_1(\alpha_n)}$$

であつて $J_m(\alpha_n x)$, $Y_m(\alpha_n x)$ はそれぞれ m 階の第1種および第2種ベッセル函数であり, α_n ($n=1, 2, 3, \dots, \infty$) は

$$\left\{ \frac{\partial u_1(\alpha_n x)}{\partial x} \right\}_{x=a} = \frac{u_1(\alpha_n a)}{a}$$

の根である。

(17)より $a=0.5$ のとき、自由表面すなわち $r=r_1$ したがつて $x=r_1/r_2=a$ における角速度と時間の関係

Fig. 6

を計算すれば Fig. 6 のごとくなる。 $a=0.5$ はほぼ機械油の場合には $d=4.37$ cm の堰に相当し、水の場合には $d=3$ の堰に相当する。実験の範囲では液が回転容器の下部から上部に達するまでの時間の大体7秒前後であるから、水が容器の円筒部によつて加速される度合は僅かであつて、大部分は水が容器の底部中心に供給されて周壁に近づくまでに加速されるものと推測される。機械油の場合は粘度が最も小さいときでも水の10倍以上であるから、機械油の場合は容器と全く同一回転をなしていると考えてもよいであろう。

ゆえに(13)式の値の方が(14)式の値より妥当であると考えられる。すなわち水の場合は Re の 10~1000 にわたつて大体一定の値を得ているから、もし回転数が完全に容器の回転数と一致しておれば C は 0.62 位の値を得たであろう。

結 論

遠心力の場における堰の流出係数 C を測定して次の結果を得た。

(1) 流出係数 C はレイノルズ数 Re の函数としてあらわされる。すなわち

$$Re \leq 8 \text{ なる範囲では} \\ C = 0.25 Re^{0.45}$$

$$Re \geq 8 \text{ なる範囲では} \\ C = 0.62$$

(2) 以上の値は液が同一の回転速度を有する場合で、

液体の層の間に滑りがあるときには適用できない。

附記： 本実験に協力された西山榮、滝田俊雄の両君に感謝する。

引用文献

- 1) Perry, J. H.: Chem. Eng. Handbook third edition p. 993 (1950)
- 2) 川口善雄：日立評論 昭10年 26巻 7号

使用記號

- $a=r_1/r_2$: [—]
- C : 遠心力の場における流出係数 [—]
- d : 堰をなす吐出口の直径 [cm]
- N : 回転数 [r.p.s]
- Q : 流量 [cm³/sec]
- Re : レイノルズ数 [—]
- r : 液の任意の場所の半径 [cm]
- r_H : ド・ラベル遠心分離機の重液の吐出口の半径 [cm]
- r_L : 同上の軽液の吐出口の半径 [cm]
- $r_0=d/2$: 吐出口の半径 [cm]
- r_1 : 遠心力の場における液の自由表面の半径 [cm]
- r_2 : 回転容器の内半径 [cm]
- $\Delta r=r_0-r_1$: 堰を越える液の厚み [cm]
- t : 容器の回転速度が変化してから時間 [sec]
- v : 圧力のエネルギーが速度エネルギーに変化したときの速度 [cm/sec]
- v_m : 堰より溢流する液の平均速度 [cm/sec]
- v_θ : 液の切線方向の速度 [cm/sec]
- $x=r/r_2$ [—]
- $\kappa=v/r_2^2$ [1/sec]
- μ : 液の粘度 [g/cm·sec]
- $\nu=\mu/\rho$: 液の運動粘度 [cm²/sec]
- ρ : 液の密度 添字 H, L はそれぞれ重液および軽液に対するもの [g/cm³]
- ω : 角速度 [rad/sec]

正誤訂正

15巻8号 374頁

第2図左側

誤

分離係数 S [—]

正

遠心効果 Z [—]

Discharge Coefficient of Weir in the Centrifugal Field

Y. Oyama and S. Ito.

Abstract

Discharge coefficients of a submerged weir in the centrifugal field are defined as follows,

$$C = \frac{3Q}{4\pi^2 N} \{\Delta r(d - \Delta r)\}^{-3/2}$$

where C = discharge coefficient of submerged weir in the centrifugal field, Q = flow rate of liquid, N = no. of revolution of liquid, r = thickness of the liquid film overflowing on the weir, d = diameter of the orifice.

Results of the discharge coefficients measured are

I) In the range of $Re \leq 8$

$$C = 0.25 Re^{0.45}$$

II) In the range of $Re \geq 8$

$$C = 0.62$$

where Re = Reynolds' number = $Q/\{\pi\nu(d - \Delta r)\}$

ν = kinematic viscosity of liquid.

* Tokyo Institute of Technology

アメリカ化学技術者協会から出る2種の新しいシリーズ物

"Chemical Engineering Progress Symposium Series"

"Chemical Engineering Progress Monograph Series"

Chemical Engineering Progress では受理した報文を消化しきれなくなつたので、こんど雑誌と別に不定期に適当な題目の下にまとめた特集シリーズを出すことになった。その第1号は超音波に関するものであつて、2回の特集講演会における論文と既存文献の抄録とが収められている。これに次いで1951年中に異相平衡に関する第2号及び第3号が刊行される由である。この特集シリーズの外にモノグラフ・シリーズも新たに刊行されることになった。この方の第1号は1950年度の Hougen 教授の特別講演：化学工学における反応動力学が採上げられている。

以上2種類のシリーズはいずれも会誌 Chem. Eng. Progress と同じ巻数、年号を附することになっている。どちらも発行毎に殆んど実費で会員及び会員外に頒布される。次に既刊の内容を大略紹介するが、詳しいことは Chem. Eng. Progress 47, 528 & 591 (1951) に抄録が出ているから参照されたい。

C. E. P. Monograph Series, Vol. 47 No. 1 (1951)

O. A. Hougen : Reaction Kinetics in Chemical Engineering. 74 pp. 会員外頒価 \$ 3.00 (下記と2冊ならば \$ 5.50) 応用動力学の領域、熱・質量・運動量の輸送、均一系反応、固体触媒の構造と活性、固体表面における触媒反応、触媒作用のない異相系反応

各種実用的方法の7章から成る。新しいトピックには遷移現象、流動層反応、温度勾配などが含まれている。

C. E. P. Symposium Series, Vol. 47 No. 1 (1951)

Supersonics 会員外頒価 \$ 2.75 (上記と2冊ならば \$ 5.50)

E. P. Neumann, J. L. Norton : 工業的エロゾル捕集に音波エネルギーの応用, p. 4

C. A. Stokes, J. E. Vivian : プロセス工業に音波エネルギーの応用, p. 11

A. Weissler : 超音波の物理化学的效果, p. 23

K. Sollner : 超音波の膠質学的效果, p. 30

J. C. Hubbard : 物質の研究面における超音波, p. 41

B. Carlin : 超音波による材料試験と検測, p. 46

E. A. Hiedemann : 音波及び超音波エネルギー応用の基礎原理, p. 56

T. F. Hueter : 超音波による生物学的効果の機構, p. 62

J. W. Butterworth : 工業用超音波源の動力, p. 76

B. W. Samsel : 工業工程に音波及び超音波エネルギーを応用する場合の物理的、経済的限界, p. 84

D. Thompson, C. A. Stokes, W. H. Janssen : 既往文献の抄録 (佐藤 一雄)