粘性流体のオリフィス流量計における 差圧とレイノルズ数の関係について*

長谷川 猛虎**・平 井 英 二*

1. 結 言

オリフィス流量計による平均流速と差圧との関係は、ほとんど流出係数によって関係づけられている。しかるにレイノルズ数が小さいところでは流出係数とレイノルズ数の関係は複雑な曲線であるから暗探法によって差圧から平均流速を計算しなければならない不便がある。

筆者らは浅尾¹⁾の次元解析による研究を基礎として、DIN 標準オリフィスに関する実験式を作り流量測定の簡易化を図った。なお Fig. 8 のごとき流出係数とレイノルズ数との関係を表わす曲線と $(g_c \Delta P d^2 / \rho \nu^2)$ のべき指数 a の関係を説明することができた。

2. 次元解析の結果と考察

Fig. 1 に示すごときオリフィス流量計で流体が液体なるときオリフィスが幾何学的に相似であれば、管中の平均流速 $\bar{u}$ は一般に

$$\bar{u} = F\{D, d, (g_c \Delta P), l, \nu, \rho\} \quad (1)$$

で表わされる。次元解析の結果はつぎのごとくなる。

$$Re_D = \frac{D \bar{u} \rho}{\mu} = \psi \left\{ \left(\frac{g_c \Delta P d^2}{\rho \nu^2} \right), \left(\frac{d}{D} \right), \left(\frac{l}{D} \right) \right\} \quad (2)$$

レイノルズ数はオリフィス径基準のものもあるが、ここでは管径基準のレイノルズ数を使用した。 $\bar{u}$ はオリフィスの流出係数を C または C_0 とすれば、つぎのごとく表わしうる。

$$\bar{u} = C \left(\frac{d}{D} \right)^2 \sqrt{\frac{2 g_c \Delta P}{\rho}} \quad (3)$$

$$= \frac{C_0}{\sqrt{1 - (d/D)^4}} \left(\frac{d}{D} \right)^2 \sqrt{\frac{2 g_c \Delta P}{\rho}} \quad (4)$$

(3) および (4) 式を整理すれば、つぎの関係式が得られる。

Fig. 1 Schematic diagram of orifice

$$Re_D = \sqrt{2} C \left(\frac{g_c \Delta P d^2}{\rho \nu^2} \right)^{1/2} \left(\frac{d}{D} \right) \quad (5)$$

$$= \frac{\sqrt{2} C_0}{\sqrt{1 - (d/D)^4}} \left(\frac{g_c \Delta P d^2}{\rho \nu^2} \right)^{1/2} \left(\frac{d}{D} \right) \quad (6)$$

(6) 式を使用して

Tuве²⁾のコーナ
タップ型オリフィス
流量計のデータを整
理した結果を Fig. 2
に示す。 (d/D) が大
きくなれば $(g_c \Delta P d^2 /$

Fig. 2 Logarithmic correlation of $g_c \Delta P d^2 / \rho \nu^2$ and Re_D for corner tap orifice

* 昭和 31 年 10 月 22 日受理

** 金沢大学工学部

ρv^2) と Re_D との関係を表わす曲線は右方に移動し、その限界は $(d/D)=1$ の場合である。

$(d/D)=1$ すなわち管内流動で層流の場合は

$$f \cdot Re_D = 16 \quad (7)$$

(7) 式において f は摩擦係数を表わし、これはつぎのごとく書き表わされる。

$$f = \frac{g_c \Delta P D}{2 l \rho v^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{g_c \Delta P D^2}{\rho v^2} \right) (Re_D)^{-2} \left(\frac{l}{D} \right)^{-1} \quad (8)$$

したがって (7) 式はつぎのごとくなる。

$$Re_D = \frac{1}{32} \left(\frac{g_c \Delta P D^2}{\rho v^2} \right) \left(\frac{l}{D} \right)^{-1} \quad (9)$$

乱流の場合は平滑管の Blasius²²⁾ の式

$$f = 0.0791 Re_D^{-0.25} \quad (10)$$

より

$$Re_D = 2.87 \left(\frac{g_c \Delta P D^2}{\rho v^2} \right)^{0.571} \left(\frac{l}{D} \right)^{-0.571} \quad (11)$$

DIN 標準オリフィス⁶⁾ では $l \leq 0.12 D$ であるから $l = 0.12 D$ として、この関係を (9), (11) 式に代入して得られたつぎの関係を表わす線を Fig. 2 中に示す。

$$Re_D = 0.260 \left(\frac{g_c \Delta P D^2}{\rho v^2} \right) \quad (9')$$

$$Re_D = 9.63 \left(\frac{g_c \Delta P D^2}{\rho v^2} \right)^{0.571} \quad (11')$$

すなわち Re_D が小さくなれば $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2)$ と Re_D との関係は (9') 式で示される直線の傾斜 45° に近づくようである。 Re_D が大きくなれば (11') 式にはほぼ平行して $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2)$ は増加する。また (d/D) が大きいほど $(d/D)=1$ の線すなわち管内流動の摩擦のみによる圧力降下の直線によく似た傾向を持つに至る。これは測定された差圧はオリフィスの絞りによる圧力降下とオリフィスおよび管壁と流体との摩擦による圧力降下との和であって、 (d/D) が大きくなれば摩擦による圧力降下が支配的となり、 (d/D) が小さくなればむしろ絞りによる圧力降下が支配的になる結果によるものと考えられる。

つぎに次元解析の結果を整理するために、一例として DIN 標準オリフィスで流出係数が一定となった場合について、 $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2)$ を一定として $D=0.3 \text{ m}$ の流出係数の値から計算された Re_D と (d/D) との関係を両対数および片対数方眼紙上に点綴したものを Fig. 3, 4 に示す。図からわかるように $(d/D) \leq 0.45$ では Re_D と (d/D) の関係は両対数方眼紙上で直線、 $(d/D) \geq 0.45$ では片対数方眼紙上で直線となる。このことは $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2)$ の全範囲にわたって同様な傾向をもっている。しかしその傾斜は一定でなく $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2)$ が 6.6×10^6 を境として異なっているため、筆者らは4つの区域にわけて取扱うことにし、 $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2)$ と ϕ の関係を Fig. 5 に示す。ただし ϕ は同図中の表に示すとおりである。同

Fig. 3 Logarithmic correlation of d/D and Re_D at constant $g_c \Delta P D^2 / \rho v^2 (=10^{12})$

Fig. 4 Correlation of d/D and $\log Re_D$ at constant $g_c \Delta P D^2 / \rho v^2 (=10^{12})$

図からわかるように Tuve¹⁵⁾ の 1.272" 真鍮管のデータと浅尾¹⁾ の 1" ガス管のデータとは同一曲線上に整理される。

Fig. 2 の $(d/D)=0.2$ の場合は $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2)$ が 10^7 より大きいデータがないが、Fig. 5 から逆に算出した値を Fig. 2 の点線にて示す。

つぎに (l/D) の影響について考えるに、DIN の規格は管径とタップ間の距離が幾何学的に相似であるから、 (l/D) は一定である。しかし管径が異なれば流出係数が異なっているので管径の影響が考えられる。この影響をみるために板谷⁴⁾ のデータのうち 最大の開口比 $=0.7$ すなわち $(d/D)=0.837$ の場合につき、筆者らの方法で整理すると Fig. 6 のごとくなった。 Re_D が小さいところでは D が異なるごとに $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2)$ と Re_D の関係はそれぞれ異った線上にあるが、 Re_D が大きくなれば同一線上に乗る。しかし $(d/D) \leq 0.45$ では D による偏差は 4% 以内であるから Fig. 2 および Fig. 5 では管径が 1~6" では D に無関係であると考えてさしつかえない。Fig. 6 からわかるように $(g_c \Delta P D^2 / \rho v^2) > 10^8$ では

Fig. 5 Logarithmic correlation of $g_c A P d^2 / \rho v^2$ and ϕ for corner tap orifice

D の影響はほとんどなく、かつ DIN によれば流出係数が一定となる範囲すなわち $(g_c A P d^2 / \rho v^2) > 5 \times 10^{10}$ でも $D=0.3$ m と $D=0.05$ m とにおいて流出係数 C の相異は最大 2% 程度であるから、 $(g_c A P d^2 / \rho v^2) > 10^8$ では D の影響は考えなくてもよい。

Fig. 5 によると $(g_c A P d^2 / \rho v^2)$ が $10^4 \sim 6.6 \times 10^6$ および $6.6 \times 10^6 \sim 10^{10}$ では $(g_c A P d^2 / \rho v^2)$ と ϕ の関係は大体直線であるから、つぎの実験式が得られる。

(A) $10^4 < (g_c A P d^2 / \rho v^2) < 6.6 \times 10^6$ の場合

(a) $(d/D) \leq 0.45$

Fig. 6 $g_c A P d^2 / \rho v^2$ vs. Re_D (from the data published by Itaya et al)

$$Re_D = 1.25 \left(\frac{g_c A P d^2}{\rho v^2} \right)^{0.492} \left(\frac{d}{D} \right)^{1.13} \quad (12)$$

(b) $(d/D) \geq 0.45$

$$Re_D = 0.132 \left(\frac{g_c A P d^2}{\rho v^2} \right)^{0.492} e^{2.95(d/D)} \quad (13)$$

(B) $6.6 \times 10^6 < (g_c A P d^2 / \rho v^2) < 10^{10}$ の場合

(a) $(d/D) \leq 0.45$

$$Re_D = 0.979 \left(\frac{g_c A P d^2}{\rho v^2} \right)^{0.497} \left(\frac{d}{D} \right)^{1.04} \quad (14)$$

(b) $(d/D) \geq 0.45$

$$Re_D = 0.184 \left(\frac{g_c A P d^2}{\rho v^2} \right)^{0.490} e^{2.26(d/D)} \quad (15)$$

流出係数が一定なる範囲に対する実験式はつぎのごとくになった。

(C) $(g_c A P d^2 / \rho v^2) > 5 \times 10^{10}$ の場合

(a) $(d/D) \leq 0.45$

$$Re_D = 0.894 \left(\frac{g_c A P d^2}{\rho v^2} \right)^{0.5} \left(\frac{d}{D} \right)^{1.04} \quad (16)$$

(b) $(d/D) \geq 0.45$

$$Re_D = 0.142 \left(\frac{g_c A P d^2}{\rho v^2} \right)^{0.5} e^{2.26(d/D)} \quad (17)$$

ただし (12), (14) 式および (16), (17) 式は D が 1~6" の範囲内では管径に無関係に使用することができるが、(13), (15) 式の使用範囲は $D=1 \sim 1\frac{1}{4}$ " である。

なお $(g_c A P d^2 / \rho v^2)$ が 10^{10} より大きいところのデータ

Fig. 7 Logarithmic correlation of $g_c \Delta P d^2 / \rho \nu^2$ and Re_D for composite orifice

Fig. 8 Relation between C_0 and Re_d for corner tap orifice

はないが管径の影響を無視すれば (14), (16) 式および (15), (17) 式をそれぞれ Fig. 5 の点線のごとく結ぶことができる。

Tuве ら^{3,5)}による種々の型のオリフィスを総合したオリフィスの流出係数 C_0 と Re_D の関係を筆者らの方法で整理すると Fig. 7 に示すように Fig. 2 のコーナタップ型オリフィスの $(g_c \Delta P d^2 / \rho \nu^2)$ 対 Re_D とほとんど同じ値を示している。

3. 流出係数とレイノルズ数の関係

Tuве らによる流出係数 C_0 とオリフィス径基準のレイノルズ数 Re_d の関係を参考のために Fig. 8 に示す。(12)~(17)の実験式は一般につきのごとく表わしうる。

$$Re_D = K \left(\frac{g_c \Delta P d^2}{\rho \nu^2} \right)^a \phi \left(\frac{d}{D} \right) \quad (18)$$

(6), (18) 式から

$$C_0 = K^{1/2a} (Re_d)^{(2a-1)/2a} \phi_1(d/D) \quad (19)$$

ただし

$$\phi_1 \left(\frac{d}{D} \right) = \left\{ \frac{1 - (d/D)^4}{2} \right\}^{1/2} \left\{ \frac{\phi(d/D)}{d/D} \right\}^{1/2a} \quad (20)$$

(19) 式から (d/D) が一定の場合に

$a > 0.5$ ならば C_0 は増加関数

$a < 0.5$ ならば C_0 は減小関数

$a = 0.5$ ならば C_0 は最大または一定

である。Fig. 2 において Re_D が小さいところ、すなわち Re_d が小さいところでは $a > 0.5$ であるから Fig. 8 のごとく C_0 は増加関数となる。Fig. 2 の鎖線は $a = 0.5$ すなわち C_0 の最大の点を結んだものである。この最大値をすぎれば $a < 0.5$ となり、 C_0 は次第に減少し、 $a =$

0.5 に近づき、ついに $a = 0.5$ となり、 C_0 が Re_d に無関係に一定値となってくる。また Fig. 2 において (d/D) が大きいほどべき指数 a の変化も大きいので C_0 の変化もまた大きくなる。すなわちべき指数 a は必ずしも 0.5 でない。これは (3), (4) 式において平均流速 $\bar{u}$ が $(2g_c \Delta P / \rho)$ の 0.5 乗に必ずしも比例するものでないことを意味する。

なおノズルの場合は流出

係数とレイノルズ数の関係はレイノルズ数に比例して流出係数が増加し、次第に一定値に近づいていく。これを $(g_c \Delta P d^2 / \rho \nu^2)$ と Re_D の関係線図にすれば Fig. 2 の $(g_c \Delta P d^2 / \rho \nu^2)$ の中央部分が存在しないものと想像される。

【例題】 1" ガス管でモビール油（密度 = 0.92 gr/cm³，粘度 = 4 gr/cm·sec）を輸送している。この管に孔径 13.8 mm の DIN 標準オリフィスを挿入したとき、差圧が 20 cm Hg であった。流量は毎時何程か。

【解】 Fig. 2 を使用するために $(g_c \Delta P d^2 / \rho \nu^2)$ を計算する。

$$\Delta P = (0.20)(13,550 - 920) = 252.6 \quad [\text{Kg/m}^2]$$

また変換係数 $g_c = 9.81 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{Kg} \cdot \text{sec}^2 = 1.271 \times 10^8 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{Kg} \cdot \text{hr}^2$ ，粘度 $\mu = 4 \text{ gr/cm} \cdot \text{sec} = 1,440 \text{ kg/m} \cdot \text{hr}$ であるから

$$\frac{g_c \Delta P d^2}{\rho \nu^2} = \frac{(1.271 \times 10^8)(252.6)(0.0138)^2}{(920)(1,440/920)^2} = 2.71 \times 10^3$$

また $(d/D) = (0.0138/0.0276) = 0.5$ であるから，Fig. 2 において $(g_c \Delta P d^2 / \rho \nu^2) = 2.71 \times 10^3$ ， $(d/D) = 0.5$ の交点より

$$Re_D = 25.2$$

ゆえに平均流速は

$$\bar{u} = \frac{(25.2)(1,440)}{(0.0273)(920)} = 1.43 \times 10^3 \quad [\text{m/hr}]$$

流量 Q は

$$Q = (\pi/4)(0.0273)^2(1.43 \times 10^3) = 0.855 \quad [\text{m}^3/\text{hr}]$$

すなわち流量は毎時 0.855 m³ である。また(4)式と Fig. 8 を使用して流出係数を暗探法で計算すると， $C_0 = 0.664$ となり，これより求めた流量も 0.855 m³/hr となる。

4. 結 び

オリフィス流量計により流量を測定するにあたり，次元解析を応用することによって，流出係数を使用するよりも簡易な方法を提案した。この方法を使用して Tuve らと浅尾の DIN 標準オリフィスのデータを整理した結果は Fig. 2 および Fig. 5 のごとくなり，実験式(12)～(17)式を得た。

終りにのぞみ本研究について懇切なご指導を賜った東京工大山教授および伊藤助教授に心から感謝の意を表します。

Nomenclature

a : Exponent	[—]
C : Discharge coefficient	[—]
$C_0 = C\sqrt{1-(d/D)^4}$: Discharge coefficient	[—]
D : Diameter of pipe	[m]
d : Diameter of orifice	[m]
$f = g_c \Delta P D / 2 l \rho \bar{u}^2$: Friction factor	[—]
g_c : Conversion factor	[kg·m/Kg·hr ²]
K : Constant	[—]
l : Distance between two taps	[m]
ΔP : Pressure drop	[Kg/m ²]
Q : Rate of flow	[m ³ /hr]
$Re_D = D \bar{u} \rho / \mu$: Reynolds' number based on pipe diameter	[—]
$Re_d = d \bar{u}_0 \rho / \mu$: Reynolds' number based on orifice diameter	[—]
$\bar{u}$: Average velocity in pipe	[m/hr]
$\bar{u}_0$: Average velocity at orifice	[m/hr]
μ : Viscosity	[kg/m·hr]
ν : Kinematic viscosity	[m ² /hr]
ρ : Density	[kg/m ³]
$\emptyset$: Functions indicated in the table of Fig. 5	
ϕ, ϕ_1 : Arbitrary function	
Ψ : Arbitrary function	

Literature cited

- 1) Asao, H.: *Memoirs Ehime Univ.*, Section 3, 2, 19 (1952)
- 2) Blasius, H.: *Phys. Zeits.*, 12, 1175 (1911)
- 3) Brown, G. G. et al: "Unit Operations," p. 158 (1951)
- 4) Itaya, M. et al: *Trans. of Japan Soc. of Mech. Engrs.*, 21, No. 101, 3 (1955)
- 5) Tuve, G. L. and Sprengle, R. R.: *Instrument*, 6, 201 (1933)
- 6) VDI Durchfluss Messregeln DIN-VDI 1952, 4te Aufl. (1937)

Relationship between the Pressure Drop in an Orifice Meter and the Reynolds' Number for Newtonian Fluid Flow

T. Hasegawa* and E. Hirai*

In computing the flow rate of Newtonian fluid in a circular pipe, the mean velocity $\bar{u}$ is calculated by the following equation :

* Department of Chemical Engineering, Kanazawa University

$$\bar{u} = C \left(\frac{d}{D} \right)^2 \sqrt{\frac{2g_c \Delta P}{\rho}} = \frac{C_0}{\sqrt{1 - (d/D)^4}} \left(\frac{d}{D} \right)^2 \sqrt{\frac{2g_c \Delta P}{\rho}}$$

But it takes much trouble to calculate $\bar{u}$ at a comparatively low Reynolds' number, because the discharge coefficients C or C_0 have to be determined by the trial and error method. Therefore using the method of dimensional analysis the authors have derived the following relations:

$$Re_D = \frac{D\bar{u}\rho}{\mu} = \Psi \left[\left(\frac{g_c \Delta P d^2}{\rho \nu^2} \right), \left(\frac{d}{D} \right), \left(\frac{l}{D} \right) \right]$$

Making use of the dimensionless groups mentioned above, the authors have rearranged the data published by Tuve⁵⁾ and Asao,¹⁾ and have drawn Figs. 2 and 5 for DIN standard orifices, and have derived Experimental Equations (12)~(17), where $D=1\sim6''$ for Equations (12), (14), (16), (17), and $D=1\sim1\frac{1}{2}''$ for Equations (13) and (15).

The authors have found that it is easier to calculate the flow rate of Newtonian fluid by Fig. 5 or Equations (12)~(17) than by using discharge coefficients.

Corcoran Opfell Sage "Momentum Transfer in Fluids" について

題名から想像できるようにこれは化学工学者が書いた乱流理論である。乱流の話となるといまのところきわめてやさしい話（混合距離理論）か、きわめてむずかしい話（統計理論）しかできない。その間にはなんの連絡もなくテンソルとか確率論とかいう絶壁がそそり立っている。そこをどうつないで行くかというのは問題であろうけれどこの本はやさしい話とむずかしい話が別々に書いてあって、その間の絶壁は附録として巻末に出してある。いきの良い読者は一度アタックしてみよというわけであろう。

まず内容を調べてみると、混合距離理論・速度分布と摩擦係数の関係・Navier-Stokes 方程式の一般的性質と乱流・乱流の統計的理論・境界層の理論（層流および乱流）という具合になっている。

このうち乱流の統計理論以外についてはいままでにも Schlichting のような優れた記述があるので特に取立てていうことはないが、混合距離理論を円管流動以外の一般の流れにも適用して行きたいというのが特長である。このために von Kármán の相似性の仮定を非常に強調している。

Prandtl によっても Taylor によっても混合距離はそれぞれの流れについて適当に仮定して行かねばならないが、von Kármán の立場からはそれが計算できるからである（ちなみに著者らは California 工大の先生であるが、ここには有名な Guggenheim 航空研究所があり、von Kármán はその所長である。）

しかし、混合距離理論がいかに有効にみえてもそれは速度プロファイルをうまく説明するための便宜に

過ぎないから、たとえば燃焼室内とか攪拌槽内の乱流の状況について考えて行く助けにはならない。このためには乱流の構造に対する本格的な研究を参照する必要があるが、物理屋さんの話が統計的だからまともについて行くのは容易でない。この本ではこの方面で達成された成果だけをまとめて記してある。だから取扱われている範囲は dissipation of energy decay of turbulence・turbulent shear flow・Kolmogoroff の理論と最新の話題全般にわたっているが理解は必ずしも容易でない。

たとえば energy dissipation を表わす

$$\epsilon = -15 \mu \bar{u}^2 f''(o)$$

という式はこの理論の中核をなす式であるが、この本のようにさらっと一行で書かれてしまうと、その重要性とか意味の深さに気付かれる人がどの位いるであろうかと思う。乱流理論の結果は案外にあってないものである。しかしそれを導いてくる過程において乱流の本質についていろいろ教えられるところが多いと思う。その意味でご不満の方は Batchelor の "Theory of Homogeneous Turbulence" をお読みになることをおすすめする。Townsend の "Structure of Turbulent Shear Flow" も一読をおすすめしたい本である。

この本の reference がととのっているのには感心する。外国の学者の実用的感覚とその反面基礎的学識の深さには驚かされるが、この本の reference を見て行くと Onsager とか Heisenberg の論文が参照してあるのを見てますますその感じを深くした。

(西村 肇)