広範囲に適用される攪拌所要動力式*

永田進治**・山本一夫**

横山藤平**・志賀周次郎**

1. 緒 言

著者らは先に櫛型攪拌機の所要動力式について報告した²⁾。しかしこの報告においては便宜上高粘度、中粘度および低粘度の範囲に分割して実験式を作成し、また邪魔板付の動力も別個の取扱いとした。しかしこのように細分したのではたとえ結果は正確であっても実際使用する上にかなり複雑な欠点がある。そこで著者らは攪拌動力の本質について、ある仮定を設けこれに基づいて動力式のまとめ方に定性的な方針を立てて広範囲の結果を一本の式にまとめる試みを行った。その結果工学的精度において充分使用できる動力式を得たのでここに報告する。

2. 実験式誘導の基礎概念

著者らは先に円筒形攪拌槽内の液の流動状態と攪拌動力との関係について報告した^{2), 3)}。その結果を簡単に述べれば攪拌液の粘度が低いときは、槽の中心部に羽根板とほぼ等しい速度で回転する固体的回転部が現われ、それより外部に自由渦の存在が認められる。Fig. 1 (a) はこれを図示したもので、羽根板面積 $ABCD$ の中 $abcd$ の範囲はあまり動力に関係しない部分とみなすことができ、動力に大きく影響する部分は $AadD$ および $BbcC$ の部分と考えられる。そして液の粘度が大となるにしたがってこの固体的回転部は小となり層流、乱流の境界付近

の Re において急激に縮小する。したがって羽根板のほとんど全面が動力に関係することになり、乱流範囲における最高動力を示すに至る。そしてこの最高値は邪魔板付の最高動力にほぼ相等しいとみることができる。もとより低粘度の範囲においても V_1, V_1' および V_2, V_2' のとき渦も生成しているのであるが中心部の強制渦に比較して流れに対する影響は比較的少いとみられる。次第に粘度が大となると軸の周りの渦動運動が弱くなるとともに Fig. 1 (b) のような二次的に生ずる循環流の範囲も著しく縮小して軸、羽根板および周壁付近に限られ、動力には粘性摩擦の影響が支配的となる。

以上のように考えると完全乱流範囲の動力と完全層流範囲の動力とは、自らその取扱が異なるべきものと思われるが攪拌槽内の流動は管路内の流れのように明瞭な臨界 Re を示さず、乱流より層流への変化は漸進的に行なわれる。したがってこの遷移範囲の動力は両者の影響を加え合わせた形で表わすのが合理的と考えられるのである。

まず乱流範囲について考えてみよう。Fig. 2 は攪拌槽内の水平方向の速度分布を模型的に示したものである。図において羽根板の線速度は OAA' であるのに対し、液の速度は OAA'' と考えられるから $(AA' - AA'') = u_r$ が両者の相対速度となる。

Fig. 1 Schematic diagram showing two sorts of vortices in an agitated vessel

Fig. 2 Diagram showing the relative velocity distribution between paddle and liquid

今羽根板の一部 dl をとると、この部分の受ける液の圧力抵抗 dF はつぎのように表わせる。

$$dF = K\rho u_r^2 b dl \quad (1)$$

相対速度 u_r は AA'' を直線で近似すれば

$$u_r = cn(l_c - l) \quad (2)^* \text{ と表わせる。ゆえに、この部分の分担する動力を } dP \text{ とすれば}$$

$$dP = \omega dM = 2\pi n^2 r dF = 4\pi n^2 r dF \quad (3)$$

となる。これに (1), (2)

* 一層正確に表わせば $u_r = 2\pi n(r_1 - r_c^2/r_1)(l_c - l)/l_0$ または $u_r = 2\pi n(r - r_c^2/r)$ とおく方が正しい。しかし、いずれにしても最終的には (9) 式の線な簡単な形にしないと式が複雑になるから、ここには簡単な近似法をとっておく。

* 昭和32年3月30日受理

** 京都大学工学部

式の関係代入すれば

$$dP = 4\pi bc^2 K \rho n^3 (l_0 - l)^2 (r_1 - l) dl \quad (4)$$

となるからこの式を $l=0 \sim l_0$ の間に積分すれば攪拌羽根の動力がえられる。

$$P = 4\pi bc^2 K \rho n^3 \int_0^{l_0} (l_0 - l)^2 (r_1 - l) dl$$

$$= (1/3) \pi bc^2 K \rho n^3 l_0^3 [4r_1 - l_0] \quad (5)$$

このように l_0 の大きさが攪拌動力に対してきわめて重要な値となるのであるが、その正確な値を求めることは容易でない。ここには一先ず前報²⁾で求めた大まかな値を採用してみよう。

$$\left(\frac{r_0}{r_1} \right) = \frac{Re}{10^3 + 1.6 Re} \quad (6)$$

$$r_0 = r_1 - l_0 \quad (7)$$

$$\therefore l_0 = \left(\frac{10^3 + 0.6 Re}{10^3 + 1.6 Re} \right) \left(\frac{d}{2} \right) \quad (8)$$

(8) 式の値を (5) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} P &= \frac{\pi c^2 K b d^4 \rho n^3}{16} \frac{(10^3 + 1.93 Re)(10^3 + 0.6 Re)^3}{(10^3 + 1.6 Re)^4} \\ &\approx \frac{\pi c^2 K b}{16} \left(\frac{10^3 + 0.6 Re}{10^3 + 1.6 Re} \right)^3 \rho n^3 d^4 \\ \therefore \frac{P \cdot g_0}{\rho n^3 d^5} &\approx \frac{\pi c^2 K g_0}{16} \left(\frac{b}{d} \right) \left(\frac{10^3 + 0.6 Re}{10^3 + 1.6 Re} \right)^3 \\ &= B' \left(\frac{10^3 + 0.6 Re}{10^3 + 1.6 Re} \right)^3 \quad (9) \end{aligned}$$

(9) 式の誘導にあたっては、種々の仮定がなされている。例えば固体的回転部においては羽根板と液とは完全に同一角速度で回転していると考えたことや、(1)、(2) 式において係数 K および c を一定としたことおよび Re の変化に伴う l_0 の変化が (8) 式によって表わされるとしたことなどである。

したがってより一般的な形として、つぎの式を仮定し実験的に指数および係数を決定する方針をとることにする。

$$\frac{P \cdot g_0}{\rho n^3 d^5} = N_P = B \left(\frac{10^3 + 0.6 f Re^\alpha}{10^3 + 1.6 f Re^\alpha} \right)^p \quad (10)$$

つぎに層流範囲について考えると、この範囲では動力は液の粘度に比例して増大するから従来より知られているようにつぎの (11) 式の形が成立すると考えてよい。

$$\frac{P \cdot g_0}{\rho n^3 d^5} = A \left(\frac{d^2 n \rho}{\mu} \right)^{-1} = \frac{A}{Re} \quad (11)$$

以上の考察から著者らは層流、乱流両範囲を包含する式としてつぎの形を提案し実験の結果に基づいて、それぞれの係数の形を決定したいと考える。

$$N_P = \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 0.6 f Re^\alpha}{10^3 + 1.6 f Re^\alpha} \right)^p \quad (12)$$

一般に実験結果によれば Fig. 3 の実線のごとき結果

Fig. 3 Schematic diagram showing the method of determination of the empirical formula

がえられ N_P は Re の増加とともに減少するが、次第に減少比率が小となり遂に一定値に近づく。(12) 式において右辺の第 2 項は $B > B[(10^3 + 0.6 f Re^\alpha)/(10^3 + 1.6 f Re^\alpha)]^p > B(0.6/1.6)^p$ であり、この変化の傾向をよく表わしている。

一方 Re が臨界 Re より小になると第一項が支配的な大きさとなり層流範囲を表わすことがわかる。

3. 実験式の係数の決定

3.1 A および B の決定法

Fig. 3 は攪拌機の所要動力を表わす N_P-Re 線図の一例を模式的に示したものである。図中の R_1 は既報¹⁾の高粘度範囲および中粘度範囲の適用限界 Re で大体において層流域と乱流域との境界点とみなすことができる。その値は大凡 $10 \sim 10^2$ の程度であるから、この Re 付近では (6) 式より明かなようにほとんど固体的回転部はなくなり (12) 式の右辺第 2 項は $B \times 1^p = B$ となる。したがって R_1 における動力数を N_{P1} と書けば (図中 B' 点)

$$N_{P1} = A/R_1 + B \quad (13)$$

となる。(13) 式の右辺第一項は Fig. 3 の層流範囲の動力線 AC の延長が $Re = R_1$ なる垂線との交点 D の $N_P = N_{P0}$ を表わしている。したがって

$$A = N_{P0} \times R_1 \quad (14)$$

$$B = N_{P1} - N_{P0} = N_{P1} - A/R_1 \quad (13')$$

もちろん A は (14) 式によらなくても完全層流範囲の一点における N_P 例えば $Re=1$ における $(N_P)_{Re=1}$ より求められる。

$$A = (N_P)_{Re=1} \quad (15)$$

3.2 p の決定法

つぎに $Re \rightarrow \infty$ の場合を考えてみよう。 $N_P \sim Re$ 線図で Re を無限大に近づければ N_P は一定値に漸近する。この値を $N_{P\infty}$ と記すことにする。

$$N_{P\infty} = \lim_{Re \rightarrow \infty} \left\{ \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 0.6fRe^\alpha}{10^3 + 1.6fRe^\alpha} \right)^p \right\}$$

$$= B \left(\frac{0.6}{1.6} \right)^p$$

$$\therefore p = \frac{\log(B/N_{P\infty})}{\log(1.6/0.6)} = 2.35 \log \left(\frac{B}{N_{P\infty}} \right) \quad (16)$$

3.3 f および α の決定法

この両係数の決定法は便宜上後ほど第7節において説明する。

4. A の計算式

(15) 式により $Re=1$ における N_p を実測値より読みとれば Table 1 のごとくなる。これらの数値を一つの

Fig. 4 Correlation of A vs. (b/D)

Fig. 5 F_1 vs. (d/D)

Table 1 Observed values of A

d/D	0.2	0.3	0.4	0.5	0.7	0.8	0.9
0.05	—	26.3	—	22.3	—	24.0	—
0.1	—	41.8	—	32.5	36.2	33.6	32.7
0.2	—	63.3	54.6	51.7	50.0	52.0	59
0.3	—	84.4	—	75.0	73.0	74.0	82
0.4	—	—	—	93.0	88.0	96.0	110
0.5	200	135	122	107	110.0	122	134
0.6	—	—	—	—	—	—	160
0.7	—	190	172	145	146	163	183
0.8	—	—	—	—	—	182	213
0.9	—	228	228	190	175	212	260

式にまとめるため種々の試みを繰返した結果 $A=14+F(b/D, d/D)$ とおくのが便利であることを知った。すなわちまず $(A-14)$ を縦軸にとり (b/D) に対して図示すると Fig. 4 のごとくなり (d/D) によって異なるがすべて傾斜 1 の直線で近似される。したがって

$$A = 14 + (b/D)F_1(d/D) \quad (17)$$

と表わされる。ここに F_1 は $(b/D)=1.0$ における F の値である。この F_1 を Fig. 4 より読みとって (d/D) に対して図示すれば Fig. 5 のごとくなり $(d/D)=0.6$ を対称軸とする放物線で近似される。すなわち $(d/D)=0.3 \sim 0.9$ に対して次式のごとく表わされる。

$$F_1 = 670(d/D - 0.6)^2 + 185 \quad (18)$$

ゆえに

$$A = 14 + (b/D)\{670(d/D - 0.6)^2 + 185\} \quad (19)$$

5. B の計算式

前述の (13') 式の形で実測値より読みとった B の値を示せば Fig. 6 のごとくなり、これらはいずれも平行線 (破線) で近似されるから

$$\log B = \log m - n(d/D) \quad (20)$$

その傾斜 n は Fig. 6 より 1.14 と与えられる。

つぎに (20) 式の $\log m$ は Fig. 6 の $(d/D)=0$ における $\log B$ の値であり、これを読みとって等分方眼紙に図示すれば Fig. 7 のごとくなる。ゆえに

$$\log m = -4.0(b/D - 0.5)^2 + 1.3 \quad (21)$$

と表わすことができる。図中に引かれた曲線はこれを示したものである。

したがって (20) 式は

$$B = 10^{1.3 - 4(b/D - 0.5)^2 - 1.14(d/D)} \quad (22)$$

と表わせる。これを Fig. 6 上に図示すれば、実線のごとくなる。

6. p の計算式

N_p 対 Re の実測曲線を右方に外挿して $N_{P\infty}$ の値を推

Table 2 Extrapolated values of $N_{P\infty}$								
d/D	0.15	0.2	0.3	0.5	0.7	0.8	0.9	
b/D								
0.05	0.8	0.62	0.42	0.23	0.15	0.13	0.12	
0.1	1.0	0.8	0.53	0.30	0.2	0.17	0.16	
0.2	—	—	0.66	0.36	0.235	0.215	0.2	
0.3	—	—	0.72	0.39	0.255	0.235	0.225	
0.5	—	—	0.79	0.41	0.265	0.24	0.23	
0.7	—	—	0.82	0.42	0.27	0.245	0.235	

定すれば Table 2 の値がえられる。これと (22) 式より算出される B の値を (16) 式に代入すれば p が算出される。Fig. 8 (a) はこれを図示したものである。Fig. 8 (b) は $(d/D)=0.5$ における p の値を読みとり、これを (b/D) に対して図示したもので、これらの結果を実験式にまとめれば

$$p = 1.1 + 4(b/D) - 2.5(d/D - 0.5)^2 - 7(b/D)^4 \quad (23)$$

$(b/D) \leq 0.3$ の範囲では右辺第 4 項は無視してよい。

7. 係数 f および指数 α の決定

上記のごとく決定された A , B および p の値を用いまず (12) 式を $f=1$, $\alpha=1$ において表わせばつぎのごとくなる。

$$N_P = \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 0.6Re}{10^3 + 1.6Re} \right)^p \quad (24)$$

この (24) 式を Fig. 3 の上に描くと一般に鎖線のごとく実測値と一致しない。もとよりこの鎖線は A , B , E の 3 点を通るはずである。今中粘度範囲において同一の N_P に対して実測線の与える Re と (24) 式の与える Re' とを読みとって、それぞれ横軸および縦軸に点綴すれば Fig. 9 のごとくなる。図によって明かなように (d/D) , (b/D) により特に規則的な関係がみられないので、両者の関係をつぎのごとく表わすことにする。

$$Re' = 2 Re^{0.66} \quad (25)$$

Fig. 8 Correlation of the exponent p vs. (d/D) and (b/D)

Fig. 6 Correlation of B vs. (d/D)
Comparison of the observed data (dotted line) and those calc. by Eq. (22) (solid line)

Fig. 7 $\log m$ vs. (b/D)

Fig. 9 Correlation of Re' vs. Re

この読みかえられた Re の値を (24) 式に代入すれば求める関係がえられることになる。すなわち

$$N_p = \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 1.2Re^{0.66}}{10^3 + 3.2Re^{0.66}} \right)^p \quad (26)$$

ここに

$$A = 14 + (b/D) \{ 670(d/D - 0.6)^2 + 185 \} \quad (19)$$

$$B = 10^{1.3 - 4(b/D - 0.5)^2 - 1.14(d/D)} \quad (22)$$

$$p = 1.1 + 4(b/D) - 2.5(d/D - 0.5)^2 - 7(b/D)^4 \quad (23)$$

(26) 式を計算して図示すれば Fig. 10 のごとく実測値との一致はかなり良好である。(実測値については前報¹⁾の Fig. 3 を参照されたい。)

一般に翼幅が翼長に近い攪拌翼の結果は計算式 (26) と良好な一致を示さない傾向がある。

8. 羽根板角度および液深さの影響

羽根板角度が小となれば動力はもちろん小となるが、その程度は液の粘度により、一層正確に言えば Re によってかなり差がある。Fig. 11 曲線 (1), (2), (3), (4) の近くの点群は実測値を示したもので Re がある値より小になると θ による差が少くなり、図示の範囲よりさらに Re が小となると實際上 θ による差は無視できる程度となる。これは羽根板面に作用する摩擦抵抗が支配的になるためと理解される。この関係を簡単に表わすために

(26) 式の右辺第 2 項に、適当な補正項を乗ずる方法をとることにした。図は省略するが、液深さの影響も同様に Re の大なる範囲でやや大きく、 Re が小になると次第に小となり層流範囲に入れば液深さは動力に影響しなくなる。したがってこの液深さの影響も (26) 式の右辺第 2 項に適当な補正項を乗ずることにより表わすのが便利である。これら両因子の影響を含めて次式がえられる。

$$N_p = \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 1.2Re^{0.66}}{10^3 + 3.2Re^{0.66}} \right)^p \left(\frac{H}{D} \right)^{(0.35 + b/D)} (\sin \theta)^{1.2} \quad (27)$$

この (27) 式の計算線を Fig. 11 上に描けば、それぞれ曲線 (1), (2), (3)……などとなり実測値との一致は、かなり良好である。図は省略するが $(d/D) = 0.3 \sim 0.8$, $(b/D) = 0.05 \sim 0.2$ の範囲においてこの結論は確認されている。

つぎに $(d/D) < 0.3$ の範囲、例えば $(d/D) = 0.2 \sim 0.15$ の翼は直角羽根としては、ほとんど使用されることはないが、傾斜羽根板よりなる翼としては意味がある。これを仮に簡易プロペラーとよぶことにする。

先に Fig. 5 に示したように F_1 の値は $(d/D) < 0.3$ の範囲ではかなり実験式より外れてくるから (27) 式による計算値と実測値との良好な一致は期待し難いが、実験の結果は比較的良好な一致を示した。

このように (27) 式はきわめて広範囲に適用できて、多少の誤差を許すならば普通に使用されるすべての攪拌翼の動力を推定するのに用いられる。

9. 邪魔板付最高攪拌所要動力

9.1 臨界レイノルズ数 (R_c)

前報¹⁾ にのべたように $(w/D)_{NB}=0.5$ 付近の邪魔板条件で動力は最高値を示すことが明かにされた。

先に第2節において説明したように、液の粘度が高くなり固体的回転部が消滅する Re における動力の値は最高邪魔板条件の動力 (P_{max}) とほぼ相等しくなると推定し、この付近を乱流より層流への境界 Re と考えた。攪拌系においては層流より乱流への遷移は漸進的に行なわれるので臨界 Re なる語は適切ではないが、仮にこの P_{max} に等しくなる Re を臨界 Re と表わすことにする。

著者らが先に係数 B を求める場合に用いた R_1 はややこの R_c に近いものを予想して用いた訳であるが、ここにいる R_c は便宜上 Fig. 3 に示すごとく

$N_{Pmax}=(P_{max} \cdot g_c / \rho n^3 d^5)$ 対 Re の点綴線を直線で近似し、これを左方へ延長して N_P 対 Re 線との交点の Re と定義する。この R_c の値を各種の翼長、翼幅の 90° 翼について求めれば次式がえられる。本式の求め方は(23)式と類似しているから省略する。

$$R_c = \frac{25}{(b/D)} (d/D - 0.4)^2 + \left(\frac{b/D}{0.11(b/D) - 0.0048} \right) \quad (28)$$

9.2 90° 翼の最高攪拌所要動力式

9.1 に示した定義より明かなように (28) 式で算出される R_c において $N_{Pmax}-Re$ 線と N_P-Re 線は交わるこ

Fig. 10 Relation between power number and Reynolds number for paddles having various widths

Fig. 11 Effect of blade angles upon the power number at various Re

Fig. 12 Comparison of the observed data and the calculated values of N_{Pmax}

となる。したがってこの R_0 を (26) 式に代入すれば N_{Pmax} が求まる訳である。またより一般的には (27) 式において $\sin \theta = 1$ とおいた式に代入すれば任意の液深さにおける N_{Pmax} がえられることになる。ところが R_0 は一般に小さい値であるから、つぎの簡単な式が使えることになる。

$$N_{Pmax} = \frac{A}{R_0} + B \left(\frac{H}{D} \right)^{(0.35+b/D)} \quad (29)$$

Fig. 10 の曲線 (1'), (2') はその計算曲線で実測値との一致は大体満足すべきものである。(29) 式はまた液深さが変化しても N_{Pmax} はあまり大きく変らないことを示している。

Fig. 12 は各種翼長、翼幅の羽根板について N_{Pmax} の実測値と計算値とを比較したもので両者の一致はかなり良好である。

9・3. 角度羽根櫛型攪拌機の最高所要動力式

角度羽根の場合には乱流より層流への遷移 Re がきわめて不明瞭である。ここには本来の意味を放棄して単に邪魔板付の最高動力に相当する $(N_{Pmax})_{\theta}-Re$ 曲線と $N_{P0}-Re$ 曲線との交点と定義してこれを R_{θ} と記すことにする。 R_{θ} は近似的に $\theta=90^{\circ}$ の R_0 より次式によって求められる。

$$R_{\theta} = 10^{4(1-\sin \theta)} R_0 \quad (30)$$

したがって角度羽根攪拌機の最高所要動力は (27) 式の Re に (30) 式で求められる R_{θ} を代入すれば容易に算出されることになる。Fig. 11 の曲線 (1'), (2'), (3'), (4') はこの計算によって求められた線で、実測値との一致は必ずしも良好とはいえないが、これは一致の最も悪い一

例である。図は省略するが他の翼長、翼幅の結果は Fig. 12 に示すごとく、基準値 N_{Pmax} の一致が良好であるから $(N_{Pmax})_{\theta}$ の結果も Fig. 11 に示した結果よりも良好である。

10. 結 論

(1) 矩形板よりなる広義の櫛型攪拌機の所要動力式を求めた。その結果は次式によって示され、普通の使用範囲に対しては何等制限を設けずに適用しうる。ただし羽根板枚数は 2 枚とする。2 枚羽根以外の場合に対しては前報¹⁾の近似法が適用される。

$$N_P = \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 1.2Re^{0.66}}{10^3 + 3.2Re^{0.66}} \right)^p \left(\frac{H}{D} \right)^{(0.35+b/D)}$$

$$(\sin \theta)^{1.2} \quad (27)$$

$$A = 14 + (b/D) \{ 670(d/D - 0.6)^2 + 185 \} \quad (19)$$

$$B = 10^{[1.3 - 4(b/D - 0.5)^2 - 1.14(d/D)]} \quad (22)$$

$$p = 1.1 + 4(b/D) - 2.5(d/D - 0.5)^2 - 7(b/D)^4 \quad (23)$$

(2) 邪魔板付最高攪拌所要動力は次式で算出される R_0 ($\theta=90^{\circ}$ の場合) および R_{θ} (羽根板角度 θ の場合) を (27) 式の Re に代入すれば求められる。

$$R_0 = \frac{25}{(b/D)} (d/D - 0.4)^2 + \left\{ \frac{b/D}{0.11(b/D) - 0.0048} \right\} \quad (28)$$

$$R_{\theta} = 10^{4(1-\sin \theta)} R_0 \quad (30)$$

(3) これらの実験式による計算値と実測値とは全実験範囲にわたり、かなりよく一致することを示した。

付 記

本動力式は前田宏幸、鈴江得三郎、二木 巧、吉村 智の諸氏の協力の下に過去数年間にわたって行なわれた実験の結果を基にして得られたものである。上記の諸氏の努力に対し深甚なる謝意を表する。また本研究の大部分は文部省科学研究費 (各個) 59354 (昭 29) および 59285 (昭 31) によった。付記して感謝の意を表する。

Nomenclature :

- A : Proportional constant used in Eqs. (11), (12), (26) and (27) [—]
- B : Proportional constant used in Eqs. (10), (12), (26) and (27) [—]
- b : Width of impeller blades [m]
- c : Proportional constant [—]
- d : Impeller diameter [m]
- D : Tank diameter [m]
- F : Force of resistance acting on impeller blades [Kg]

f : Correction factor used in Eq. (10)	Re' : Modified Reynolds number defined by Eq. (25)
g_0 : Gravitational conversion factor [kg·m/Kg·sec ²]	R_1 : Re at the transitional points between laminar and turbulent regions
H : Liquid depth [m]	R_e : Reynolds number at the point of intersection of $N_{Pmax}-Re$ and N_P-Re lines
K : Proportional constant [—]	R_θ : Reynolds number at the point of intersection of $(N_{Pmax})_\theta-Re$ and $(N_P)_\theta-Re$ lines
$l = (r_1 - r)$ (refer to Fig. 2) [m]	u_r : Relative velocity of impeller and liquid [m/sec]
$l_0 = (r_1 - r_0)$ (refer to Fig. 2) [m]	w : Width of baffle-plates [m]
M : Moment of force acting on the impeller shaft [Kg·m]	α : Exponent for correction used in Eq. (10) [—]
$N_P = (P \cdot g_0 / \rho n^3 d^5)$: Power number [—]	ρ : Density of liquid [kg/m ³]
$N_{Pmax} = (P_{max} g_0 / \rho n^3 d^5)$: Power number for P_{max} [—]	μ : Viscosity of liquid [kg/m·sec]
$(N_{Pmax})_\theta$: Power number for $(P_{max})_\theta$ [—]	θ : Angle of blades to the horizontal plane [—]
n : Impeller speed in r.p.s. [1/sec]	ω : Angular velocity of impeller [radian/sec]
n_B : Number of baffle-plates [—]	
P : Power consumption of impellers [Kg·m/sec]	
P_{max} : Maximum power consumption of impellers [Kg·m/sec]	
p : Exponent used in Eqs. (10), (12), (26) and (27) [—]	
r : Radial distance from the axis to any section of impeller [m]	
r_1 : Radius of impellers [m]	
r_0 : Radius of cylindrical rotating zone [m]	
$Re = (d^2 n \rho / \mu)$: Reynolds number [—]	

Literature cited

- 1) S. Nagata, T. Yokoyama and H. Maeda : *Chem. Eng. (Japan)*, 20, 582 (1956)
- 2) S. Nagata, N. Yoshioka and T. Yokoyama : *Annual Rep. of Chem. Eng. (Japan)*, 8, 43 (1950), *Memoirs of the Faculty of Eng. (Kyoto Univ.)*, 17, 175 (1955)
- 3) S. Nagata, M. Yanagimoto and T. Yokoyama : *Chem. Eng. (Japan)* in Press.

Empirical Equations for the Power Requirement of Mixing Impellers, Having a Wide Range of Applicability

S. Nagata, K. Yamamoto, T. Yokoyama and S. Shiga

1) An empirical equation by which to calculate the power consumption of paddle-agitators were obtained as follows :

$$N_P = \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 1.2 Re^{0.66}}{10^3 + 3.2 Re^{0.66}} \right)^p \left(\frac{H}{D} \right)^{(0.35 + b/D)} (\sin \theta)^{1.2} \quad (27)$$

$$\text{where } A = 14 + (b/D) \{ 670(d/D - 0.6)^2 + 185 \} \quad (19)$$

$$B = 10^{[1.3 - 4(b/D - 0.5)^2 - 1.14(d/D)]} \quad (22)$$

$$p = 1.1 + 4(b/D) - 2.5(d/D - 0.5)^2 - 7(b/D)^4 \quad (23)$$

This equation has a wide range of applicability with slight errors.

The powers consumed by the impellers having various number of blades can be calculated by the method of approximation mentioned in the previous report¹⁾.

2) The maximum power consumption of paddle-agitators can also be calculated by Eq. (27), in which for Re are substituted the values of R_e and R_θ obtained from the following equation.

For the paddle having a blade angle of 90°,

$$R_e = \frac{25}{(b/D)} (d/D - 0.4)^2 + \left\{ \frac{b/D}{0.11(b/D) - 0.0048} \right\} \quad (28)$$

For the paddle having an arbitrary angle of θ ,

$$R_\theta = 10^{4(1 - \sin \theta)} R_e \quad (30)$$

3) Fairly good agreements were obtained between those values calculated by the equations and those obtained by the experiments.