輻射量伝達における最近の進歩**

—Recent Advance in Radiative Transport—

H. C. Hottel*

始め化学技術者は化学工業に特有な炉などの高温熱交換装置に限って輻射に関心を払って来たが、最近人工衛星、ロケット、ラムジェット、大気圏への再突入、プラズマおよび高温工業材料などに関して新しい問題が起ってくるにつれて次第に輻射の問題に興味をもつようになって来た。此の方面における発展には次の3つがある。

(1) 新データの取得：多くの

新しい表面の輻射能と吸収能（波長の変化による選択性を含む）、余弦法則（cosine law）からのずれ、圧力・温度・他成分存在の影響を含むガス体の輻射発散および吸収特性、ガラスと結晶体の波長による透熱性および粒子群と繊維質による散乱

(2) 広い技術的要求に適するべく厳密に仕立てられた計算方法の発展：ガス体を温度均一として取扱うかどうか：複雑な系における散乱や温度勾配を取扱う方法

(3) 特定の問題の解析：炉, 簡単な幾何学的モデル, 輻射と他の伝熱との相互作用

以下の短い展望においては、第2と第3の項目に着目する。

透過性媒体中の輻射量伝達方式

一定温度のガスを囲む包囲面内の輻射伝熱を計算することは簡単である⁽⁶⁾。然しガス温度が空間で変化する場合は複雑になる。わかりよくするために輻射を発散・吸収できる媒体中に一方向の温度場があり、媒体を包囲する壁面から(輻射平均自由行程で測って)遠い距離にある一定温度の平面を横ぎる輻射を考えてみよう。輻射エ

* Massachusetts Institute of Technology
Department of Chemical Engineering

訳者 國井 大蔵

*** 全輻射とも言う（訳者注）

**** 1から相当にはなれた屈折率 n をもつ輻射発散体 (ガス体でない) に対しては E は $n^2 E_{vac}$ である。ここに n^2 は最後の括弧内に属する。

ネルギー束は輻射能力*** $E(=\sigma T^4)$ だけではなくその差にも依存するので、 E の勾配が着目する平面両側の或る距離で一定であるならば、明らかにその平面に垂直な輻射強度はその勾配と平均自由行程 l_s に比例している筈である。ここに l_s は吸収係数 K の逆数であり、その関係式は次の通りである。

$$\vec{q}_{\text{rad}} = -\frac{4}{3K} \text{grad } E = -\frac{16 \sigma T^3}{3K} \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

この関係は2つの方法で求められる。分子拡散論と相似的に扱えば、光子は拡散係数 D 、エネルギー密度 ϕ およびエネルギー流束 (flux) $-D \text{grad} \phi$ をもつと考えられる。その速度を c とすれば拡散係数は $ds/3$ で与えられ、エネルギー密度は $4E/c$ で与えられるので(1)式は直接に求められる。もう1つのやり方は、厚さ dX のガス層から発する全輻射量のうち、特定な平面を通過するエネルギー流束を与える式を作り、その平面の両側の遠距離に関して積分すれば(1)式が得られる^(1,2)。上の関係式は極めて簡単であり、輻射流束の問題を積分方程式ではなく微分方程式の形で取り扱う事ができる。しかし着目平面両側で平均自由行程の3倍以下にまで E の勾配が一定である事を拡張すれば誤差が大きくなる。(1)式を使用する際の制限を示す1例として、平行な黒体の2平面があって異った輻射能力 E_2 と E_1 に保たれ、熱的に定常状態にある輻射吸収・発散ガス体をはさんでいる場合を考える。温度場、或いはむしろ標準化した輻射能力の場ともいうべき $\phi \{ (E_G - E_{s1}) / (E_{s2} - E_{s1}) \}$ は次の積分方程式の解から得られた^(3,12)。

$$\int_{y=0}^{y_0} \psi(y) d\bar{E}_2(y_0 - y) - \int_{y_0}^Y \psi(y) d\bar{E}_2(y - y_0) + E_2(Y - y_0)$$

0 と x_0 間にあるガスから x_0 と L 間にあるガスから 壁から

x_0 における単位厚さのガス層に対する流束 (flux)

$$= 2\psi(y_0)$$

x_0 における単位厚さのガス層からの輻射

ここに y_0, y および Y は Kx_0, Kx および KL をあらわす。 L は壁間の距離、 $\overline{E_2}(\quad)$ は第 2 指数積分⁽⁹⁾として

Fig. 1 The Three Regimes of Gas Radiative Transport.
Flux from hot wall to gas, or gas to cold wall.
Conditions: gray stagnant gas, black parallel walls.

知られる定積分をあらわす。(壁の輻射能力 E_{s2} に関係) 高温面からガス体あるいはガスから低温面への真の流束 q_{gs} は、上の積分方程式を解いて得られる ψ の値を次の関係式に代入すれば求められる。

$$\frac{(q/A)_{gs}}{E_{s2}-E_{s1}} = +2 \int_0^{KL} \psi(y) \overline{E_2(y)} dy = -2 \int_{y=0}^{KL} \psi(y) d\overline{E_2(y)}$$

$\overline{E_2(y)}$ は第3指数積分⁽⁹⁾である。解いた結果は Fig. 1 に示されているが、図中の実線から $(q/A)_{gs}/(E_{s2}-E_{s1})$ が、 KL すなわち壁を隔てる平均自由行程の数に対してどう変るかがわかる。

ここで少し考えるとわかる事であるが、吸収・輻射性媒体を通ずる輻射エネルギー伝達は次の3方式に分けられるであろう。

1) 両面間の光学的な深さが非常に大きい場合即ち平均自由行程の数が多い場合には、微小容積から発した輻射線は急速な減衰をうけるので、それによってエネルギーが損失となる真速度は局所的な状態即ち輻射能力場の勾配によってきまる。必要な数学的取扱いは熱伝導と同様であるがポテンシャル函数として温度 T ではなく T^4 を使用する必要がある。

2) 光学的深さが中程度である場合には、系の全部分がそこから見える他の部分に影響を与える。“見える”というのは直接に見えるだけではなく、黒体面でない表面が散乱鏡のような作用をなす場合やガス中の他成分による散乱効果をも含めての事である。“遠距離作用”(action-at-a-distance)があるので、積分方程式を解かなければならない。

3) 光学的深さが極めて小さい場合には、全容積から発散した輻射線は減衰しないで吸収面即ち系の境界面に到達する。任意平面において全容積と全表面の及ぼす影響の総和を代表する輻射線束は、平面の位置によって変化するし、温度勾配または黒体輻射能力の勾配は一般に一定ではない。然し全部の機構によって任意の容積から

出る正味の流束は単にその温度と境界面の条件によってきまるので、遠距離作用は存在しないといえるかもしれない。

極限の方式1と3に対応する関係は Fig. 1 中の点線で示されている。便宜上縦横軸を y と x であらわせば、輻射線拡散に対する(1)式は $y=4/3x$ に相当し、この関係は KL が十分に大きい場合の厳密解と一致する事がわかる。 KL が極めて小さい場合には、ガス層からの輻射線は減衰しないで壁面に到着する。そしてガス体中の部分には2つの壁面が均等によく見えるので、全部分は算術平均の輻射能力 $(E_{s1}+E_{s2})/2$ に

対応する均一温度にある。一定温度にあるガス層は KL が零に近づく極限において $2KL$ に漸近する輻射能を有する⁽⁴⁾。以上の考え方を組み合わせれば

$$\begin{aligned} q_{gs}/A &= \left(\frac{E_{s1}+E_{s2}}{2} - E_{s1} \right) 2KL \\ &= (E_{s2}-E_{s1}) KL \end{aligned}$$

これは3番目の方式を実現した事であり、Fig. 1 中 $y=x$ の点線で示される。簡単に言えばこの問題に対する第3の方式は KL が 0.1 より小さい領域である。

厳密な取り扱いが両極限の近似から数値的にどれ位違ってくるかを示すために、3方式の各場合を十分研究すれば、技術者である読者には式1からの比較的簡単な数字を使って多数の問題に対する解答を推算する態勢が多分出来るであろう。しかしここで悲観的な注釈をつけ加えなければならない。すなわち実在ガス体と灰色ガス体との差——異った範囲の PL において異った吸収帯が優位を示す傾向——が $K_{av}L$ の値を L に比例して変化させないようにする。そして実在ガス体の問題を Fig. 1 の真中の領域から(両側に)* あまり遠くに動かすことは困難である。 $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$ 系では、 P が 0.25 atm で一定に保たれ L が 0.5 から 8 ft. まで変えられた場合には、 $K_{av}L$ は 0.8 から 1.6 まで変っただけであった。

窯炉内のガス輻射

通常の燃料を燃焼して得られる焰やガスからの輻射線は周知のごとく水蒸気、炭酸ガスおよび煤によるものである。尤も一酸化炭素がいつも無視されてよいものではないが、久しい間 CO_2 と $\text{H}_2\text{O(V)}$ との輻射データは、温度 T_g と積の値 LP_{CO_2} 又は $P_{\text{H}_2\text{O}}L$ の函数として線図の形で表わされており、圧力の範囲を拡げるには別に示された補正係数(乗ずる形)で手加減してきた。分圧 P よりかはむしろ濃度 c が線束の通過する分子数を表すのに適当

* 訳者附加

である事が指摘されていた。しかし一定の PL をもつガスに温度上昇がある場合には、同じ長さあたりに分子の数は減少するけれども、分子吸収係数は温度によって上昇するので1部の埋合せができる。輻射能の理論計算には当然 c を含むべきであるが、ガス輻射能の計算や実測値の結果をあらわすのにパラメーターを PL とすれば技術的应用には便利である。現在使用される H_2O 輻射能線図上で、一定 cL の線は一定の PL の線よりも温度による変化が遙かに少いが、それでも温度を無視できる程度ではない。一方 CO_2 の輻射能は一定 cL の線であらわすと $PL > 0.05 \text{ atm} \cdot \text{ft}$, $1,000 \sim 2,400^\circ\text{F}$ の範囲で PL 一定の場合よりも温度による変化がずっと大きいことになる。

工業的に重要なガス体からの輻射は現在分子構造の知識からだけで計算できないのかどうかはよく質問される事かもしれない。これは Penner とその協力者たちが数年間目的とした所であり、優れた進歩をもたらした⁽⁸⁾。帯スペクトルについて各種の模型が考えられ、簡単な分子については成功を収めたのである。しかし、水蒸気の計算は将来にまたなければならぬものの例である。理論は水蒸気の異った吸収帯をあらわす数学的模型を選ぶ手助けとなり、定数の中のあるものを与えるが、他の定数は実際の水蒸気全輻射能線図と理論が合うようにして決められる。(その線図は理論発展をよそに20年もの間技術者たちが利用して来たものである。) しかしながら結果として得られる完成した模型こそ、実験的には研究できない温度と圧力における計算の基礎を与えるものである。

上述のような輻射性ガス分子の各種数学的模型の発展はもう1つの疑問を提起する。これらの模型は簡単な指数関数即ち Beer の法則をあらわす式 $\epsilon_G = 1 - e^{-KL}$ を含むけれどもこれに限定は受けない。ここに ϵ_G はガス輻射能、 K は吸収係数即ち平均自由行程の逆数、 L は通過距離である。(Beer の法則に従うガスはしばしば“灰色”ガス体と云われる。というのは通路に沿う輻射線吸収割合がその履歴に無関係であり、換言すればその“色”が変わらないからである。) 等温ガス体(の輻射能)* に対する L の利き方は波長帯が異ればちがってくる。すなわちあるものは直線的に、あるものは $L^{1/2}$, またあるものは $\log L$ に対して直線的に変化するが、その変化の法則はまた PL によってちがってくる。

それではガス輻射の“真”模型を使う代り

* 訳者附加

に、輻射線が周壁面ではねかえりときの多数回反射と、Beer の法則による吸収の考え方を応用することによって、例えば燃焼室のような囲み内での輻射操作を解析できるであろうか。若し不可能ならば、窯炉内のガス輻射計算は、物理的に全く簡単な条件下でさえも、各ガスによって異り同じガスでも異なる赤外線帯でちがうので、大切な研究課題となってくる。しかし着目する特定ガスの分子構造のいかに拘らず、その全輻射能 ϵ_G は通路長さ L の増加関数であり輻射能の1次微係数は通過長さの减小関数であるようである。したがって ϵ_G と L の関数関係は常に指数の多項式の形で表わしうる。

$$\epsilon_G = \sum_n a_n' (T_G) (1 - e^{-K_n L}) \quad (2)$$

ここに a_n' と K_n は正。かくしてガス体は割合が a_n' で吸収係数が K_n の灰色ガス体の混合したものと思倣す事ができる。もし“きれいな”ガス即ち吸収係数 $K_n = 0$ のガスが含まれるならば a_n の合計は1になる。よって輻射力に比例する任意の伝達過程においてはガスの各“灰色”成分による伝達量を別々に計算し、係数 a_n' に比例する重みをつけて加算すればガスによる全伝達量が得られる。

(2)式は要素中の CO_2 と $H_2O(V)$ の等モル混合ガスに応用してテストされた。この割合は $CH_{1.8}-CH_{2.2}$ 範囲の炭化水素燃料による窯炉ガスを代表するものである。Fig. 2 で $2,500^\circ\text{R}$ におけるガス輻射能 ϵ_G を通常の方法⁵⁾ で計算し、 $(P_{CO_2} + P_{H_2O})L$ の関数としてプロットした(円の点)。座標系が対数であるから曲線のどこで ϵ_G が PL に比例するか $\sqrt{PL}$ に比例するかがわかる。いま25パーセントの過剰空気を用い CH_4 を無燐焰とし

Fig. 2 The Emissivity of carbon dioxide-water vapor mixtures at 2500°R , in dependence on $(P_{H_2O} + P_{CO_2})L$, atm. ft. Comparison data points from Ref. (5). Gray-gas fit at $PL=3.4$, dotted line; gray-plus-clear gas, dashed line; three-gray-gas, solid line.

Fig. 3 The Variation, with Temperature, of Weighting Factors a_n for Gas Absorption (dashed lines) and a'_n for Gas Emission (solid lines), for use in eqs. 2 and 3. The gas contains CO_2 and H_2O in equimolar quantities.

Fig. 4 Mean-beam Length for Radiation from Volume to End or Sides of Cylinders.

て燃焼する 16 ft の炉室が問題になっているとしよう。 $(P_{\text{CO}_2} + P_{\text{H}_2\text{O}})L$ の値は 3.4 である。(1)式と $PL=3.4$ の 1 点だけで合わせると灰色ガス体を表す点線となる。曲線を $PL=3.4$ と 6.8 の点で合わせ、第 2 項について $K=0$ とすれば破線のようにになるが、やはり実在ガス体を良く表すことには程遠い。尤も PL の領域で 2 から 10 までの一致が適当と考えるならば別であるが、この系はしばしば灰色ガスと“きれい”なガス体の混合と

云われることがある。 $K_4=0$ として 4 個所で合わせることを、すなわち 3 個の有限な K と a' をもつ表現を用いると、 PL の 2,500 倍* に及ぶ範囲でよく実測値と合致するような実線をうる。

かくして 3 つの灰色ガス体と 1 つの“きれいな”ガス体の混合物が、2,500°R にある実在の $\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$ 混合ガスを忠実にあらわすことがわかる。ガス温度が変化する場合は検討した結果、 K の値は一定で、ただ a' だけが Fig. 3 中の実線で示されるように温度によってきまると仮定すれば、(2)式は広い温度範囲で適用されることがわかる。この結論が等温でないガス輻射の問題を取扱うのに極めて重要である所以はあとでわかるであろう。同様に示す吸収能 α_{GS} も (2) 式に似た次の式で表わすことができる。

$$\alpha_{GS} = \sum_n [a_n(T_s)] (1 - e^{-K_n L}) \quad (3)$$

ここに重みづけの係数 a_n は輻射線源温度によってきまる。Fig. 3 中の点線はガス温度 2,500°R において 3 つの a_n を表面温度の関数として示したものである。実線と点線がお互によく合っている事実を見ると、ガス温度がかなり違っても吸収をあらわすに a には大した影響がないようである。

ここで強調したい事であるが、(2)式および(3)式でガス全輻射と全吸収のデータに合わせることを、すなわちガスを“灰色”ガス体の混合物としてあらわすことは作為的な手続きであって、その利点は等温でないガス系を考慮する場合に明瞭になろう。 a と a' は特定な波長領域で常に同じであるとはかぎらない。

平均輻射束の長さ

ガス輻射に関する多くの問題は、ガスの塊が適当な平均温度で等温状態にあると考えて正当に理想化できる。このような条件下では平均輻射束の長さ (mean beam length)^{4,5)} という周知の考え方が大巾に計算を簡単にする。もし D が灰色ガス形の代表寸法であり、 K が吸収係数であるならば、単位面積、単位時間としてガスの単

* 訳者注 最大値/最小値

位輻射力あたり境界面に対する輻射線束 (flux) は KD の関数であって、ガスの形が複雑な場合は一般に計算が面倒である。その結果を $1 - e^{-\alpha KD}$ に等しいとみると、 α は KD の広い領域ではほんの少ししか変化しないことがわかる。ここに αD を輻射束の平均長さと呼ぶ。Fig. 4 は α に関する最近の計算結果を示し、円筒の側面と底面に対する輻射を (円筒長さ/直径) の各値についてあらわすものである。いま q/AE を得るために αD を特定の値に固定して指数関数の形で使用するとき、真の q/AE を得るための補正係数 (shape factor) を形状係数とよぶ。Fig. 5 では、 $KD=0$ の場合に正しい $\alpha D (=D_0)$ の値を使用する場合、 ϕ が KD によってどう変るかが示されている。

明らかに ϕ の 1 からのずれは、 KD の高い値に対して正しい α の小さい値を用いれば減少できる。いま (長さ/直径) の比が 2 である円筒の端面への輻射を考えてみる。 $KD=0$ で $D_0=0.73 D$ であり、Fig. 5 にて ϕ は 1 から 0.83 に変化し更に KD が増加するにしたがって 1 に戻ることがわかる。平均の輻射束長さ $D_M=0.6 D$ に対しては、Fig. 6 (簡単な線) は ϕ が 1.216 から 0.88 に変化し更に 1 にもどること、即ち KD の 0.2 か

Fig. 5 Shape Factors for Radiation from Volume to End or Sides of Cylinders, based on mean-beam length D_0 applicable at $KD=0$. Number on line equals ratio, cylinder length/diameter.

ら ∞ までの範囲で 1.12 から 0.88 を通り 1 になることを示している。しかしながらこれは灰色ガス体についての事である。Fig. 3 から得られる $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$ に関する定数を用い、3つの吸収係数の同時作用を許せば、Fig. 5 中の曲りくねった曲線が得られるが、これから $(P_{\text{CO}_2} + P_{\text{H}_2\text{O}}) \cdot D$ の実用的に重要な範囲では ϕ は 1 から 5% 以上のずれを示さないことがわかる。よって大い技術的応用には、適当な平均輻射束長さを選ぶことにより ϕ が示す 1 からのずれは無視して差支えない。

Table 1 には、円筒に対する平均輻射束長さの推奨値が与えられている。ここに D_0 は $KD=0$ に対する値で

Fig. 6 Shape Factor ϕ for Radiation to the End of a Cylinder, based on fixed mean-beam length of $0.6 D$. Cylinder length/diameter = 2. Comparison of "gray" gas (simple curve) with $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$ mixture at $2,500^\circ\text{R}$ (multiply-inflected curve).

Table 1. Recommended Mean-Beam Length for Cylinders

Cylinder length	Radiation to end			Radiation to side			Sides + ends
Diameter, D	D_0/D	D_M/D_0	D_M/D	D_0/D	D_M/D_0	D_M/D	D_0/D
0.5	.475	.90	.43	.525	.87	.46	0.500
2.0	.730	.83	.60	.817	.93	.76	0.800
∞	.814	.80	.65	1.000	.94	.94	1.000

D =diameter; D_0 =mean beam length when $KD=0$;
 D_M =recommended average mean beam length.

あり、 D_M は平均の平均輻射束長さ推奨値である*。

Table 1 から実用上かなり重要な問題点がでてくる。 D_M の D_0 に対する比は円筒の端面に対する輻射では 0.80 と 0.90 の間で変化し、側面に対する輻射では 0.87 と 0.94 間に変化することがわかる。よって 0.88 なる値は寸法の比が変化する円筒に関し、寸法比が中間の範囲のものに対応するように考えられ、定量的には研究されていない形に対してかなり良い推定値になる筈である。そこで D_0 を決定する問題だけが残る。すぐわかる事であるが、 KD が零に近づく、即ちガスから発した輻射線のガス体内吸収がなくなる場合に、ガスの全容積から壁へ当る輻射は黒体輻射力の $4KV$ 倍である。全表面積と半球の考え方に基けば、同じ輻射は単位輻射力当り $K\alpha DA$ である。これらの等置およびこの αD は D_0 である事から次の関係式が成り立つ。

$$D_0 = 4V/A$$

もし任意の形のガス塊において全境界面に対する輻射束 (flux) が問題である場合は、以上のようにして D_0 を立体形の平均水力半径の 4 倍として簡単に計算し、これに 0.88 を乗ずれば平均輻射束長さの平均値をかなりよく推定する事ができる。

簡単化された窯炉計算

燃焼室操作の数学的模型は多くのことで実際から相当はなれているにかかわらず、支配的変数間の正しい本質的關係を保存するのに思いのほか成功しているが、これははじめに次の諸仮定を使用している。もっともその中で後にゆるめられるものもあるが。

(1) 燃焼室内のガス塊と焰は単一の平均温度 T_G で示すことが出来る。

(2) ガスは灰色ガス体である。

(3) 面積 A_1 である熱吸収面の表面は灰色体であり、単一温度 T_1 で示すことが出来る。

(4) 炉壁を貫流する熱損失は無視でき、面積 A_R の耐火壁面に対する内部からの対流伝熱も無視できる。

(5) 吸熱表面と耐火表面は、壁のどんな部分から吸熱表面を見る角関係** (view factor) も同一であるよう

な配置にある。これは吸熱面と耐火壁面とが仲よくいりまじっている場合にだけ可能なことである。この場合壁は "speckled" 即ち "斑紋入り" といわれる。

(6) 燃焼ガスは燃焼室から対流加熱部分 (もし存在するならば) に、室内の伝熱を特長ずける温度 T_G よりも B だけ低い温度で排出される。 B を選ぶのに要する透察には注意を払う必要があり、これに関しては後述する。

(7) ガスから吸熱面への対流伝熱は無視できる。

(後に除去される)

既に表示されている通り⁵⁾、1 から 4 までと 7 の仮定から、温度 T_G のガス体から発して T_1 の吸熱面へ移る正味の輻射束に対する関係式が導かれる。

$$q_{G \rightarrow 1} = \overline{GS}_1 \sigma (T_G^4 - T_1^4) \quad (4)$$

ここで $\overline{GS}_1$ はガスと表面 A_1 間の全輻射交換面積係数 (total-interchange-area factor***) である。 $\overline{GS}$ は耐火壁表面と吸熱面の配置、焰の輻射能および吸熱面の輻射能を考慮に入れるものである。

他に必要な関係式はエネルギー収支の式であって、仮定 4 と 6 により次の形をとる。

$$\frac{H_{in} - q_{G \rightarrow 1}}{H_{in}} = \frac{T_G - B - T_0}{T_{AF} - T_0} \quad (5)$$

ここに H_{in} は空気と燃料の時間あたりのエンタルピであって基準温度 T_0 のもとに測定されたものであり、燃料燃焼の正味発熱量と燃料・空気の顕熱の和である。(5) 式はエネルギー収支と同時に "断熱焰温度" (adiabatic flame temperature) T_{AF} を定義する式であるが、これはガスの解離を無視し、 T_0 から出口温度 $T_G - B$ までの範囲で利用できるガス平均熱容量を、そのまま T_0 からその温度 T_{AF} まで利用して得られるものである。(4) 式と (5) 式から T_G を消去し、 q の下附記号を取り去れば次の式となる。

$$-\frac{q}{\sigma \overline{GS}_1} + T_1^4 = T_{AF}^4 \left[1 + \frac{B}{T_{AF}} - \frac{q(T_{AF} - T_0)}{H_{in} T_{AF}} \right]^4$$

上式は 4 個の無次元項間の関係に整理される。

$$\left(\frac{q(T_{AF} - T_0)}{H_{in} T_{AF}} \right) \left(\frac{H_{in}}{\sigma T_{AF}^3 (T_{AF} - T_0) \overline{GS}_1} \right) + \left(\frac{T_1}{T_{AF}} \right)^4 = \left[1 + \left(\frac{B}{T_{AF}} \right) - \left(\frac{q(T_{AF} - T_0)}{H_{in} T_{AF}} \right) \right]^4 \quad (6)$$

次の無次元項を定義する。

μ' = 変形炉効率 (reduced furnace efficiency), 実際の効率 q/H_{in} に温度比 $(T_{AF} - T_0)/T_{AF}$ を乗じた値
 D' = 変形燃焼負荷 (firing density),

* 訳者注 文意を明らかにするために多少の語を補った。

** 可視係数とでも訳すべきであろうが、化学工学関係では角関係を慣用するのでこれを用いた。機械工学では形態係数という。

*** 古い文献の記号では $\overline{GS}_1$ は $A_1 F_{1G}$ とよばれた。最近の記号は文献⁶⁾にくわしく展開されている。

Fig. 7 The Thermal Performance of well-stirred Furnace Chambers. Reduced efficiency as a function of reduced firing density and reduced sink temperature.

$$= \frac{H_{in}}{\sigma T_{AF}^3 (T_{AF} - T_0) A_T} \frac{A_T}{GS_1} = D \frac{A_T}{GS_1}$$

即ち1種の輻射能力に対するエネルギー入量の比
 τ = 擬断熱焰温度 T_{AF} に対する吸熱面温度 T_1 の比
 $B' = B/T_{AF}$ 輻射発散部分から室出口までの温度降下
 が焰温度に対してとる比

新しい無次元項によって(6)式を表すと、

$$\mu'D' + \tau^4 = (1 + B' - \mu')^4 \quad (7)$$

室の効率 μ は燃焼負荷、吸熱面温度およびガス温度降下 B の関数のように見える。ここで B は確定できない量であるが、そして燃焼負荷の項は、燃料種類、過剰空気、焰温度とガス輻射能に影響を及ぼす空気予熱などの操作条件や、壁の部分の吸熱面に占められている割合、壁面の輻射能などを考慮に入れるためのものである。簡単にした燃焼負荷に含まれる GS_1 の項は次式で与えられる⁵⁾。

$$\frac{1}{GS_1} = \frac{1}{A_1} \left(\frac{1}{\epsilon_1} - 1 \right) + \frac{1}{\epsilon_g \left(A_1 + \frac{1}{\frac{1}{A_R} + \frac{\epsilon_g}{1 - \epsilon_g} \frac{1}{A_R F_{R1}}} \right)}$$

角関係 (view factor) F_{R1} は耐火壁面 R から発して直接に A_1 に当る輻射の割合であり、簡単化した仮定5にすれば $A_1/(A_1 + A_R)$ に等しい筈である。室の壁面で吸熱面が占める割合を冷面割合 C として A_1 と A_R をそれぞれ CA_T と $(1 - C)A_T$ であらわし、(ここに A_T は全包囲面積) 上式に代入すると次式となる。

$$\frac{A_T}{GS_1} = \frac{1}{\epsilon_g} + \frac{1}{C\epsilon_1} - 1$$

もし炉内ガスが十分に攪拌されていれば、輻射ガス温度と排出ガス温度は相近ずき、その極限においては(7)式の B の項はなくなって次の式となる。

$$\mu'D' + \tau^4 = (1 - \mu')^4 \quad (8)^*$$

以上の結果から得られる理想的な窯炉は 攪拌がよく、斑紋状の壁をもつ灰色ガス体をふくむ 燃焼室 (well-stirred speckled-walled gray-gas combustion chamber) と呼びうる。その特性は Fig. 7 に示すが、これは異った τ' の値に対して μ' と D' の関係を与える。多くの興味ある特性が次のようにあらわされる。

(1) 燃焼速度が減少するにつれて (D' が減少) 効率が上り、極限において $1 - \tau$ に漸近する。

(2) 吸熱面温度が断熱焰温度にくらべて低い場合には ($\tau < 0.3$)、吸熱面温度の変化は炉の熱効率に比較的小さな影響しか与えない。

(3) 炉壁が黒体である吸熱面によって完全に掩われる状態に近ずくと、即ち $C\epsilon_1$ が1に近ずけば、 D' に対する焰輻射能の影響は逆比例関係となる。極端に高い燃焼負荷では μ' が D' に逆比例し、さらに伝熱の効率が焰輻射能によって直接に変化するようになる。しかし低い燃焼負荷においては ϵ_g の影響はずっと少い。

(4) 炉壁が相当程度まで耐火表面で掩われているか吸熱面が黒体でない場合には ($C\epsilon_1 \ll 1$)、焰輻射能が変化してもその伝熱に対する影響は比例するよりはずっと少い。例えば吸熱面温度が断熱焰温度の60%であり、吸

* すぐわかる事であるが、もし3つの項が再定義されれば(8)式は(7)式を包含する事になる。即ち μ' と τ を $1 + B'$ で割り、 D' を $(1 + B')^3$ で割ればよい。しかし(7)式のように B' を唯一の項に含む事がのぞましい。

熱面の輻射能が0.8であって室壁面の40%を占めており、焰輻射能が0.3で室の熱効率が25%である場合には、焰輻射能が0.3から0.6に2倍になっても、伝熱量はたった11%増加するだけ、即ち μ' は25から27.8%に変化するだけにすぎない。

操作条件の全領域が“攪拌のよい燃焼室方程式”であらわされるので、窯炉を熱量の面から分類するためにFig. 7を使うと面白い。燃焼室即ち石油工場の熱分解および加熱用管式加熱炉輻射伝熱部分、家庭用ボイラー、平炉および均熱炉などの操業範囲の概略を影のついた面積であらわしているが、これは C , ϵ_G , T_{AF} , 燃焼速度(firing rate), 過剰空気・空気予熱などの設計・操作条件を変えた場合に、その炉型が操業に大きな影響を受ける範囲にあるか、少しか受けない範囲にあるかを図式的に示すものである。炉の条件がFig. 7のもとになる仮定全部を許容できず、推算した数値に誤差がある場合でさえも、考えられる変化の影響は半定量的に推算することができるのである。

ガスの伝熱温度と排出温度が異なるのは完全な攪拌状態から離れているためであるが、この事は(7)式の中で温度差 B を含むことで諒承されて来た。 B にありうるばらつきをしらべるために、著者は炉室操業に関する竹内¹¹⁾とSarofim¹⁰⁾が行った最近の計算を応用した。取扱った炉は攪拌のよい室とは大へんに異り、直径の2(および4)

倍の長さをもつ円筒形の室であってその端面から燃料が入れられ、焼焼端から出口までピストン流れとしてガスが動いてゆく場合である。この論文の最後に示す方法で、流れに沿ったガス温度の変化が考慮された。炉の両端は耐火壁面であって壁の吸熱面温度は1,000°F(および2,000°F)である。燃料は $(CH_2)_x$ であり、理論空気により炉端からはかって直径の半分に等しい長さの場所で焼燃を完了する。燃焼生成ガスは灰色ガスではなく“真”のガス体として取扱い、{(1)式で $n=4$ }側面と端面に対する対流伝熱が考えに入れられた。半径方向に対してはガス温度にも輝度(luminosity)にも変化がないとした。計算は手早いものであって10個の連立方程式からの多くの解を含み、電子計算機IBM 709を使用した。現在の議論に関連する結果を次の2項すなわち“変形燃焼負荷”(reduced firing density)と“変形効率”(duced efficiency)の関係としてプロットしてみると、(8)式からのかなりなパラツキとずれを示すが(Fig. 8), これはガス温度差 B の影響と考えられる以上のものである。これは次の2つの理由によると考えられる。(1) $\overline{GS}_1$ の項は真ガス体では温度に敏感であること、(2)対流伝熱は μ' , D' , τ の関係式には含まれていないのに、新しい炉の実測結果をこれと比較している。対流伝熱は各試験において全伝熱量の4%から42%まで変化していた。

Fig. 8 Comparison of Plug-flow Furnaces with "well-stirred" Chambers.

これらの2つの効果を入れるためにはもっと適切なものとして D' を定義し^(7a,11), ガス体が押し出し流れをなす4種の炉の操作状態を計算したものがFig.8にプロットされている。三角形の点は $\tau \approx 0.33$ である短い炉と長い炉をあらわし, 円形の点は $\tau \approx 0.57$ である短い炉・長い炉をあらわす。2種の点群を通る両実線は, 高い D' の値に対して, 理想化された攪拌のよい室の操作状態をあらわす両点線すなわち(8)式と完全に一致するのが見られる。これこそ本当に B の影響に期待されるところであり, 十分に高い焼燃速度 (firing rate) においてはガス流が押し出し流れであるか攪拌のよいものであるかの違いがなくなる。

実線と点線の差は, B' が μ' によってどのように変化するかを見つけるのに用いられた。炉が長いか短*いかに関係なく, また吸熱面温度が $1,000^\circ\text{F}$ か $2,000^\circ\text{F}$ にかにも無関係に, 簡単な関係式 $B' = \mu'/4$ が μ' の値として1%の誤差内で(7)式を実測値と一致される事が見出された。

この発見から筆者が永年の間ボイラ炉と管式加熱炉に用いて来た大ざっぱな決め方, すなわち輻射ガスの温度と排出エンタルピーを示すガス温度は約 $200 \sim 300^\circ\text{F}$ だけ異ると近似的に仮定したことが確かめられる。 $T_{AF} = 3,500^\circ\text{R}$ で $\mu' = 0.4$ のときは, $B' = \mu'/4$ の関係式からガス温度差 B は 350°F と求められる。

攪拌のよい炉室と押し出し流れ炉室の両者は, 実際に出会う両極端よりもずっと異っている。その状態を大ざっぱに示す。Fig.8で押し出し流れの炉室は流れ方向と直角の温度勾配を考えに入れていないので, 実際に期待される最良の炉よりもずっと効率のよい炉をあらわしている。工業的応用と一致する結果をうるには, 押し出し流れの理想化をどれくらい悪い方に修正したらよいか, あるいは攪拌のよい炉室の理想化を良い方に修正したらよいかというのは Sarofim⁽¹⁰⁾による研究の主目的であり, 彼は次項に記述する方法で円筒形炉における循環流の効果を検討しているのである。

効率増加の方向

軸上の燃料供給, 循環流, 軸方向の輻射束と半径方向の温度勾配を考慮に入れると, 炉室の効率は“混合のよい”炉室以下の値に低下する場合があるように思われる。この事が先の論文で主題とするところである。

* もつと厳密な解析により, 炉の長さの影響が少しある事がわかった。すなわち長い炉よりも短い炉の方が μ' によって B' が多少よいけいに変化する。しかしその差異は大して重要なものではない。

等温でない輻射発散・吸収性媒体を含む囲みの中における輻射交換——混合灰色ガス体区分方法 (The Mixed-Gray-Gas Zone Method)

輻射量伝達の基礎方程式を解くことは, 1方向の温度場を除き全く困難なことであり, 幾何学的にもっとも簡単な形状に対してさえも, 殆んどすべての研究者はその取扱いを“灰色”ガス体だけに限って来た。

技術者の多くの問題, すなわち前の方程式で処理可能な2~3の場合に該当しないものであるが, 風がわりな形の炉の問題, 流れの影響をうける温度場, 前に言及されたように軸方向と半径方向が同時に温度勾配, ジェット混合などの問題に対しては, その系を区分する事に代るものがないように見える。よって積分—微分方程式と複雑な境界条件を, 灰色表面の帯と散乱ガス帯があるとして輻射を規定する多くの連立線型方程式に代え, 次にこれを解いて一連の中間的係数を求めて更に未知の帯温度と同じ数での全エネルギー収支式の系(多くの連立で一般には非線型)に入れられる。紙数に制限があるので演算は省略したが, この方法は以下のように記される。

本項の記号

A : 表面々積, (長さ)²

a, a' : 加重値を与える因子, 無次元, ダッシュのついてるのは輻射能用, ダッシュのないものは吸収能用。温度依存は $a(T)$ であらわす。下付記号 n はクラスの数を示す。

b : 全消滅係数 (extinction coefficient, 吸収と散乱を加えたもの) に対する吸収係数の比, $k_a/(k_a+k_s)$

E' : 半球面のうける黒体輻射力 σT^4 , (エネルギー/表面積・温度⁴) ここに T は局所的な“分子”温度, ダッシュはガスを示す。

$\overline{GG}$: 2つのガス帯間の全交換面積, 全ガス帯における多くの散乱と全表面における多くの反射を考慮したものの(長さ)²

$\overline{gg}$: 2つのガス帯間直接交換面積 (長さ)²: この量に $(E_{G1} - E_{G2})$ を乗ずると輻射による直接エネルギー移動速度が与えられる。

$\vec{GG}$: 向きをつけた全交換面積: これは矢印の基部で示すガス帯の, 輻射特性に対する温度の影響を考えに入れ, 存在する n 種のガス成分について合計したあとの $\overline{GG}$ にひとしい。

$\overline{GS} : \overline{GG}$ と同様, 但しガス表面間の交換

$\overline{gs} : \overline{gg}$ と同様, 但しガス表面間の交換

$\vec{GS} : \vec{GG}$ と同様、但しガス表面間の交換

K : 吸収係数又は全消滅・係数 (total extinction coefficient) (長さ) $^{-1}$

$\vec{SS} : \vec{GG}$ と同様、但し表面表面間の交換

$\vec{ss} : \vec{gg}$ と同様、但し表面表面間の交換

$\vec{SS} : \vec{GG}$ と同様、但し表面表面間の交換

T : 温度

V : 体積

W_i : 表面 A_i から出て行く放射線の束密度 (半球面への放射線), (エネルギー)/(時間)・(面積), 放射発散と反射を含む。

$W_i' : 4KW_i' =$ 放射発散と V_i による散乱を加えた全速度 (total rate), として上式で定義された値, (エネルギー)/(時間)・(面積)

${}_jW_i, {}_jW_i' : j$ がこの系で唯一の放射発散体であり, 黒体放射力が 1 である場合, すなわち $E_j = 1$ で他のすべての E が零である場合の W_i と W_i' の無次元値
 δ_{ij} : Kronecker のデルタ, $i=j$ の場合以外は零の値をもつ, そのときの値は 1。

ϵ : 放射能, 無次元, 下附記号は i 番目の表面を意味する。

解法の順序は次の通りである。

- (2) および (3) 式を用い, ガスの放射能と吸収能を実験値から 2~3 の灰色ガス体混合物であるものとして記述する。経験によれば, n は 3 以上の必要はなく, しばしば 2 で十分である。
- 要求される精度を充すのに最大限の粗さで系を区分する。区分のやり方はその問題の幾何学的配置により, また温度場の強い勾配がこまかい区分を必要とする場合についての前からの知識や推察によってきめられる。
- KB の n 個の各値に対して直接交換面積, $\vec{ss}, \vec{sg}, \vec{gg}$ を計算する。
- 吸収係数 K_1 にもとづく交換面積を用い, 全区分帯における放射平衡をあらわす連立線型方程式を立ててこれを解く。

表面帯 i :

$$\sum_j \left(\vec{s}_j \vec{s}_i - \delta_{ij} \frac{A_i}{\rho_i} \right) W_j + \sum_j \vec{g}_j \vec{s}_i W_j' = - \frac{A_i \epsilon_i}{\rho_i} E_i$$

体積帯 i :

$$\sum_j \vec{s}_j \vec{g}_i W_j + \sum_j \left(\vec{g}_j \vec{g}_i - \delta_{ij} \frac{4KV_i}{b} \right) W_j' = -4KV_i \frac{1-b}{b} E_i'$$

各 ${}_jW_i$ と ${}_jW_i'$ について解く。

- 全交換面積を計算する。

$$\vec{s}_i \vec{s}_j = \frac{A_i \epsilon_i}{\rho_i} ({}_jW_i - \delta_{ij} \epsilon_i)$$

$$\vec{G}_i \vec{G}_j = 4KV_i \frac{1-b}{b} ({}_jW_i' - \delta_{ij} (1-b))$$

$$\vec{S}_i \vec{G}_j = \frac{A_i \epsilon_i}{\rho_i} {}_jW_i = 4KV_j \frac{1-b}{b} ({}_iW_j)$$

- 4 と 5 の順序を n 回くりかえす。ガスを記述するために必要な K の各値につき 1 回の割りで行う。

- 温度場を推定し, そのために次の値を計算する。

各表面帯 i と各 n につき $a_n(T_i)$

各ガス帯 i と各 n につき $a_n'(T_i)$

- 向きをつけた全交換面積を計算する。

$$\vec{S}_i \vec{S}_j = \sum_0^n [a_n(T_i)] (\vec{S}_i \vec{S}_j)_n; \vec{S}_i \vec{S}_j = \sum_0^n [a_n(T_j)] (\vec{S}_i \vec{S}_j)_n$$

$$\vec{S}_i \vec{G}_j = \sum_1^n [a_n(T_i)] (\vec{S}_i \vec{G}_j)_n; \vec{S}_i \vec{G}_j = \sum_0^n [a_n(T_j)] (\vec{S}_i \vec{G}_j)_n$$

$$\vec{G}_i \vec{G}_j = \sum_1^n [a_n(T_i)] (\vec{G}_i \vec{G}_j)_n; \vec{G}_i \vec{G}_j = \sum_1^n [a_n(T_j)] (\vec{G}_i \vec{G}_j)_n$$

- 未知温度の区分帯における全エネルギー平衡を式にする。

A_i に関する平衡

$$\sum_j \vec{S}_j \vec{S}_i E_j + \sum_j \vec{G}_j \vec{S}_i E_j' - A_i \epsilon_i E_i' + \left[\begin{array}{l} (T_i \text{ とこれに隣接する} \\ T_j \text{ に依る放射以外の} \\ \text{機構で面積 } A_i \text{ にうけ} \\ \text{るエネルギーあるいは発} \\ \text{生エネルギー}) - (\text{蓄積} \\ \text{あるいは除去速度}) \end{array} \right] = 0$$

以上から 1 つの連立方程式系ができるが, これは一般に非線型であり, その全数は順序 4 で出てきた数とは無関係のものである。もし温度場が順序 7 で仮定したものと異なる場合には順序 7 から繰り返す。6 からあとの順序はこの系の放射特性を完全に記述する事に注意された。ガス流量や流れ状態, 供給流の予熱, 壁調節部分の温度分布が変化するときの影響に関する研究, すなわち系の形や大きさ, 壁放射能, ガス組成に影響を及ぼさない因子については, 順序 7 から変更を加える事によってこれらの全研究が行われる。しかし順序 1 から 6 まで進むのは面倒な仕事であって, 区分帯の数とガスに対する n の数を少く選ぶような抑制が必要であることがわかる!

以上の順序の演算とそれらの有効性についての議論は他の文献⁷⁾ に発表されている。

炉室内でガス温度分布を考えに入れる事は複雑さを招き, そのためにその問題が考案された新炉の急がしい設計々算の部門から除外されてしまう。

そんなに厳密な取扱いが全く必要であるかどうかにはしばしば疑問があるが, 解析の方法が得られるかというよりはむしろ必要性を基礎として決定しうの方がよい。更に計算機械ができたので, 放射線束の問題を特長づける連立線型方程式系の計算はほんの数年前に考えられて

いたよりはずっと恐るべきものではなくなっている。簡単で速い近似を行うしかりした方法が発展したのは、その近道を検する事のできる厳密方法が使えるからである。その上プラズマにおける興味が大きくなった事から元気づけられて、輻射量伝達問題の解析に関する我々の方法に“へりくつ”(sophistication)が増加したことはたしかである。

輻射と他のエネルギー伝達機構間の相互作用

前項の区分法が使用できる簡単な例として、一定で異なる温度に保たれている平行な黒体平板間に炉ガス($\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{N}_2$)の早い流れが存在する場合の、輻射と強制対流の相互作用を考えよう。十分に速い下流の一点では、温度と流速分布は下流の位置に無関係になるであろう。その上温度プロファイルは単独あるいは輻射と対流単独の場合とは異なるであろう。

次元解析より、もし壁の温度差が絶対温度にくらべて小さい場合には

$$\frac{(q/A)_{\text{Total}}}{\epsilon_G(E_{GM} - E_{S1})} = f(KL, Pr, Re, 3\sigma\epsilon_G T_{AV}^3/K\lambda) \quad (9)$$

ここに E_{GM} と E_{S1} はそれぞれ平均ガス温度と表面温度における黒体輻射力であり、 ϵ_G , K , および λ は輻射能、吸収係数、ガスの熱伝導度であり、 Pr と Re はプラントル数 $C_p\mu/\lambda$ およびレイノルズ数 $2Lu\rho/\mu$ である。Sarafim¹⁰⁾ は此の問題について詳細な解析を行い、壁間の空間を境界層から中心まで、厚さにして 2,000 倍も異なる 54 個のちがった区分帯に分けた。

全輻射束は Fig. 10 にプロットされているが、座標軸とパラメーターとしては(9)式にでて来たグループを用いている。但し括弧内の最後の項は $K_1(\equiv k_1P)$ の代りに P を入れて相当する次元数 $3\sigma\epsilon_G T_G^3/\lambda P(\text{atm ft})^{-1}$ に修正されている。計算点は示されていないが、曲線の最右端で交差線ハッチで書いた面積によって示される最大偏差で実線部分の上になる。これから使用された相関グループすなわち(9)式は平均温度の 1,500 から 3,500°R までの変化およびそ

Fig. 9 Interaction of Radiation and Forced Convection. Effect of PL on Temperature Profile. $Re = 5000$; $T = 2500^\circ R$

Fig. 10 Flux due to Combined Radiation and Convection, hot wall to gas or gas to cold wall, in flow of $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O-N}_2$ between parallel black plates.

れに伴う輻射能の変化を適切に考えに入れる事がわかる。右に伸びる点線は輻射が支配する熱流束に近づく事を示し、これは横軸 $3\sigma\epsilon_G T_G^3/\lambda P$ の十分大きな値においては前述の斜線でハッチをつけた面積の中心を通る実線で示される値で、縦軸 $(q/A)_{\text{total}}/(3/4)\epsilon_G(E_{GM}-E_{S1})$ が一定になる事に対応している。輻射と対流は対流が支配的な領域では独立に作用すると仮定することにより、実線は左側で $3\sigma\epsilon_G T_G^3/\lambda P$ の小さい値の方に延ばす事ができよう。これらの条件に対して次の関係が応用できる。

$$\frac{(q/A)_T}{\frac{3}{4}\epsilon_G(E_{GM}-E_{S1})} = \left[\frac{(q/A)_T}{\frac{3}{4}\epsilon_G(E_{GM}-E_{S1})} \right]_{X=\infty} + \frac{(Nu)_c}{2PL} \frac{1}{\frac{3\sigma\epsilon_G T_{av}^3}{\lambda P}}$$

ここに下附記号は $3\sigma\epsilon_G T_{av}^3/\lambda P$ が無限大になるときの大括弧内の値を示す。この式は図の左側で点線としてプロットされている。実線の左端は相互作用を考慮して計算したものであるが、なだらかに点線と一致するようであり、相互作用がそこでは重要でない事がわかる。

Fig. 10 から、グループ $3\sigma\epsilon_G T_G^3/\lambda P$ の小さい値ではレイノルズ数が支配的であるが、大きい値においては輻射支配に変わり、 PL の高い値ではすぐに過渡状態が起るなどの推移がよくわかる。この図下部の空白な面積において、非常に高い値の PL に相当する曲線、即ち輻射を拡散過程即ち Fig. 1 の方式 1 と十分に考える事ができるような高い PL の値に対する曲線を作ればこの図は完全になるであろう。この場合には次の関係式

$$\frac{h_T}{\lambda_T/2L} \equiv (Nu)_T = 0.019 \left(\frac{C\mu}{\lambda_T} \right)^{1/8} (Re)^{0.8}$$

が輻射と対流による組み合わせ熱流束の値を与えよう。ここにヌセルト数とプラントル数の両者は輻射と対流による全熱伝導率 $\lambda_T = \lambda_c + 16\sigma T^3/3K$ に基づくものである。唯一の難点は、この関係式を応用するには制限があって、(すなわち層流底層の厚さが平均自由行程の最小 5 倍程度の問題) 興味はあるが一般には有用でない式

の部類に入る。このようにすばらしく簡単な関係式について、有効性の範囲を伸ばすことに研究が進行中である。

結 論

輻射量伝達の問題は計算機ができたので新紀元に入っている。輻射の特長である遠距離作用のために技術者がやらざるを得ない区分法は、区分帯における伝導、対流、化学反応によるエネルギー変換についてのエネルギー平衡を含ませるのに役立っている。伝導、対流および輻射間の相互作用に関する多くの問題は、こうして区分法によって解析が可能となる。注意に値する 2~3 の例としては自然対流中で燃焼する可燃物の線状源から出る輻射の問題(森林や都市における火災の伸焼に対する応用)、ガラス槽における輻射吸収によって生ずる流動に関する研究(組成の均一をもっと早く達成させるための応用)、および工業窯炉における循環流がある。

Bibliography

1. Gzerny, M., and Genzel, L., *Glastechn. Ber.*, 25, 387~393 (1952)
2. Filippov, L.P., *Izvestia, Akad. Nauk, USSR, OTN*, No. 1, 155~6 (1955)
3. Genzel, L., *Zs. f. Physik*, 135, 177~195 (1953)
4. Hottel, H.C., *Tr. Am. Inst. Chem. Engrs.*, 19, 173 (1927)
5. Hottel, H.C., Chap. IV in W.H. McAdam's "Heat Transmission" 3rd Ed., McGraw-Hill, N.Y. (1954)
6. Hottel, H.C., and Cohen, E.S., *A.I. Ch.E. J.*, 4, 3~14 (1958)
7. Hottel, H.C., and Sarofim, A.F., Paper at N.Y. Mtg of ASME, Dec, 1960 to be published
- 7a. Hottel, H.C., *Jl. Inst. Fuel*, 34, 220~234 (1953)
8. Penner, S.S., "Quant. Molecular Spectroscopy and Gas Emissivities", Addison-Wesley, Reading, Mass. (1959)
9. Placzek, G., "The Functions $E_n(x)$ " Nat. Res. Council of Canada, Atomic Energy Proj. MTI (1947)
10. Sarofim, A.F., Sc.D Thesis in Chem. Eng., M.I.T., Cambridge, Mass. (September 1961)
11. Takeuchi, C., M.S. Thesis in Chem. Eng., M.I.T., Cambridge, Mass. (1961)
12. Walther, V.A., Dorr, J., and Eller, E., *Glastechn. Ber.*, 26, 133~140 (1953)