シンポジウム

熱 移 動

展 望

—伝熱工学序論—

水 科 篤 郎*

表1~3にそれぞれ、1951年と1961年に開催された国際伝熱学会に提出された論文、化学工学誌と *A. I. Ch.*

内 容

- 展 望——伝熱工学序論——
- 粒子-粒子間の熱伝達
——球対称として求めた伝熱の問題——
- 流れを伴う充填層の伝熱
- 非ニュートン流体の熱伝達
- コメント
- 結 論

E. 誌の伝熱関係論文（1955~1960）、機械学会論文集と *ASME* 論文集の伝熱関係論文（1956~1959）の分類を示す。これらの分類は多分に主観的なものであるし、またこれだけで数多い伝熱の研究の全体を把握しているものとはいえないが、大体の傾向を知るのには役立つであろう。

表1をみて気づくことは「沸騰伝熱」と「滲出冷却および蒸発冷却」に関する論文の数が1951年に比較して1961年が増えていることである。前者は原子炉、後者はロケット開発の影響である。

表 1 国際伝熱学会提出論文の分類

	1951	1961
伝 導	12	14
強 制 対 流	24 (1)	33 (1)
自 然 対 流	3	10 (2)
輻 射	9	7 (2)
熱と物質の同時移動	8	8 (1)
沸 騰	1	10 (2)
凝 縮	6	8
二 相 流	1	3
非ニュートン流	0	1
熱 交 換 器	9	7
蓄 熱 器	4	2
充填層および流動層	4	5 (2)
回 転 体	1	3
滲出冷却および蒸発冷却	2	6 (1)
そ の 他	11	8
計	95 (1)	125 (11)

注 かっこ内の数字は日本よりの呈出論文数を示す。

表 2 化学工学誌および *A. I. Ch. E.* 誌の伝熱関係論文（1955~1960）

	化学工学	<i>A. I. Ch. E. J.</i>	<i>Ch. E. P. Symp.</i>
伝 導	1	8	2
強 制 対 流	3	23	21
自 然 対 流	0	5	4
輻 射	2	2	1
熱と物質の同時移動	5	13	2
沸 騰	4	9	20
凝 縮	0	5	9
非ニュートン流	6	5	2
熱 交 換 器	1	6	10
充填層および流動層	12	17	1
回 転 体	0	0	1
滲出冷却および蒸発冷却	0	0	0
そ の 他	2	6	12
計	36	99	85

* 京都大学工学部化学工学教室

表3 JSME 誌および ASME 誌の伝熱関係論文
(1956~1959)

	JSME	ASME
伝導	5	16
強制対流	12	27
自然対流	16	13
輻射	3	6
熱と物質の同時移動	0	2
沸騰	8	10
凝縮	3	6
熱交換器	5	22
回転体	1	8
潜出冷却および蒸発冷却	1	2
その他	3	8
計	57	120

つぎに表2と表3を比較すると化学工学者の興味のあるところがある。すなわち「熱と物質の同時移動」「充填層および流動層の伝熱」ならびに「非ニュートン流の伝熱」への関心が機械工学者に比較してかなり強い。特に日本の化学工学界においてその傾向が著しい。

以上の事実から本日ここにテーマとして「充填層の伝熱」と「非ニュートン流の伝熱」の二つをとりあげた次第である。前者はかなり研究が進んだ分野であるから、ここでとりまとめてみるのも有意義であると思ひ、後者はこれから益々発展させなければならない新分野であるから、注意を喚起する意味で選んだのである。

なお「熱と物質の同時移動」に関しては京都会場において行なうことにした。

もちろん、上記の各研究の他に化学工学の諸教室において輻射伝熱および沸騰伝熱の研究、液体金属および高粘性流体への対流伝熱の研究をはじめとして多数の研究が行なわれている。その他研究所および工場においても数多くの研究がなされていることはいうまでもないが、時間の関係でこれらにふれられないのは残念である。

表1に見られるごとく、1961年の国際伝熱学会の論文提出数125のうち11が日本からの論文である。このように伝熱工学に関する研究がさかんになってきたことは喜ばしいことである。とはいっても、日本における伝熱工学の研究者人口は諸外国に比較して必ずしも多いとは言えない。

これから約2時間、二つのテーマについて3人の講演者から現況および将来の問題点などについてのお話があり、討論がなされるわけであるが、この会が刺激となって、伝熱工学に興味をもつ人がますます増加してくれることを期待する。

最後に、これらのテーマに限ったことではなく、またわかりきったことではあるが、たとえば実験的にヌセルト数をレイノルズ数およびプラントル数の関数として

表現することから一歩進んで、今後はもっと解析的、理論的な取扱いがなされるべきであるという私見をつけ加えて、この序論を終ることにする。

粒子-流体間の熱伝達 ——球対称として求めた伝熱の問題——

W. E. Ranz*

粒子と流体間の熱伝達を球対称の熱伝達の問題として取り扱い、変数が半径の関数であるような特別な場合について述べる。この方法により熱伝達に関する多くの原理を非常に簡単に示すことができる。実際、粒子と流体間の移動を支配する量は球対称になる傾向があり、球と球型等温線を示す理想的モデルが实际的である。このようなモデルによる解析の結果は有用であり、特に製造工程に粒子流体系を取り扱うことの多い化学技術者には利用価値がある。

Fig. 1 はモデルを示す。粒子は半径 r_1 の球でガスあるいは液体で覆われている。この流体のどこか、場合によっては無限距離の点に外側の境界 r_2 がある。粒子温度と流体温度は温度の高い粒子が温度の低い流体にある時間 t で示される。球の中心には伝導のない温度勾配0の所がある。流体温度が流体の熱量を表わし、粒子温度は粒子の顕熱量を表わしている。 r_1 において粒子の熱伝導度に粒子の温度勾配を乗じたものは、流体の熱伝導度に流体の温度勾配を乗じたものに等しくなければなら

Fig. 1

* ミネソタ大学化学工学科

ない。ただし、輻射エネルギーの吸収、凝縮あるいは化学反応により表面に熱が発生する場合は別である。 r_2 では周囲の流体はある特定の温度とある特定の温度勾配を保たねばならない。式(1)は一定圧で機械的エネルギーの損失がほとんどない場合の n 成分をもった単相のエネルギー収支式を示している。反応熱、溶解熱および輻射エネルギーの吸収は第1項に含まれている。球対称の場合には式(2)となる。

これから述べることは粒子-流体間の熱伝達において実際の場合に現われるいろいろな初期条件と境界条件に対して式(2)の解を求めることである。物質移動がなく、単一成分の相で物理的および熱的性質が一定である場合、式(2)は式(3)となる。式(4)は一定温度 T_1 に保たれた球が急に温度 T_2 の多量の流体中に投入された場合に対する解である。定常状態では式(4)は式(5)に簡略化される。式(6)は任意の時間 t におけるヌッセルト数の定義である。式(7)は定常状態での値で、式(8)は時間平均の値である。ヌッセルト数の定義は球の直径でなく半径で表わされていることに注意されたい。また熱伝導速度、すなわち表面での伝導束を用いた定義は表面における流体の熱伝導度を含んでいることにも注意。粒子-流体間の熱伝達に対する式(7)はきわめて重要である。式(9)と式(10)は定常状態で外側の境界が r_2 にあり、その温度が T_2 に保たれている場合を示している。式(10)のヌッセルト数は r_2 が無限大になると1になる。

Fig. 2 は基本解を図的に説明したものである。図で $t=\infty$ と示した曲線は多量の流体中の球に対する定常温度分布である。究極の表面温度勾配あるいは熱伝導速度は点線の接線で表わされている。この接線の勾配は球の半径に等しい厚さの境界で生ずるものと考えられる。時間のパラメーター $\pi at/r_1^2=1$ に対する温度分布とその接線も示されている。この線はヌッセルト数2を表わしている。直径300ミクロンの球で上記のパラメーターが1ということは時間が、ガス体の場合は1秒の1000分の1より小さく、液体の場合は1秒の10分の1より小さいことを意味している。 $r=2r_1$ で終っている曲線は定常状態で中空球の境界の厚さが球の半径に等しい場合を表わしており、この場合のヌッセルト数もやはり2である。この基本解は、仮定が十分な程度に満足され、境界条件が時間に無関係な場合、粒子と流体間の熱伝達速度の推定に使用できる。

以上は基本解のみを見てきたが、次に興味のある特殊な例を説明する。Table 3 は物性と熱的性質の変化による影響を表わしている。温度変化のある場合、液およびガスの熱容量や液体の密度はほとんど変化しないが、一

Fig. 2

Table 1 エネルギー方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{i=1}^n C_i \bar{H}_i \right) + \left(\rho \cdot \sum_{i=1}^n \bar{H}_i N_i \right) = (\rho \cdot K \nabla^2 T) \quad (1)$$

エンタルピー増加率 対流によるエネルギー流出率 伝導によるエネルギー流入率

C_i = i 成分の濃度

$\bar{H}_i$ = i 成分のエンタルピー

N_i = i 成分の流出率

K = 熱伝導度

球対称の場合

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{i=1}^n C_i \bar{H}_i \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \sum_{i=1}^n N_i \bar{H}_i \right) \\ = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 K \frac{\partial T}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Table 2 基本解

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3)$$

$\alpha = K/\rho C$ 温度伝導度

$$\frac{T - T_2}{T_1 - T_2} = (r_1/r) \operatorname{erfc} \left[\frac{(r/r_1) - 1}{2\sqrt{\alpha t/r_1^2}} \right] \quad (4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (T - T_2)/(T_1 - T_2) = r_1/r \quad (5)$$

$$NN_u = -(\partial T/\partial r)_{r=r_1} r_1/(T_1 - T_2) = 1 + \sqrt{r_1^2/\pi at} \quad (6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} NN_u = 1 \quad (7)$$

$$NN_u = (1/t) \int_0^t (1 + \sqrt{r_1^2/\pi at'}) dt' = 1 + (2/3) \sqrt{r_1^2/\pi at} \quad (8)$$

$$\frac{T - T_2}{T_1 - T_2} = \frac{r_1}{r} \left[1 - \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} \right] \quad (9)$$

$$NN_u = 1 + r_1/(r_2 - r_1) \quad (10)$$

Table 3 物性変化の影響

K を変数とした定常状態について

$$NN_u = \left[1 + \frac{r_1}{r_2 - r_1} \right] \int_{T_2}^{T_1} (K(T)/K_1) dT/(T_1 - T_2) \quad (11)$$

もし $K = K_1(T/T_1)^m$ ならば

$$\text{積分} = (1 - (T_2/T_1)^{m+1}) / (1 - (T_2/T_1)) (m+1)$$

ρ を変数とした非定常状態について

$$\begin{aligned} -4\pi r_1^2 K_1 \partial T / \partial r \big|_{r=r_1} &= 4\pi r_1 K_1 (T_1 - T_2) NN_u \\ &= \frac{\partial}{\partial T} \int_{r=r_1}^{r=r_1+\delta} \rho C (T - T_2) 4\pi r^2 dr \end{aligned} \quad (12)$$

もし $\rho = \rho_1(T_1/T)$, $\eta = (r - r_1)/\delta$, $\theta = (T - T_2)/(T_1 - T_2)$ ならば

$$\begin{aligned} -\delta \theta / d\eta \big|_{\eta=0} &= (\delta/r_1) NN_u \\ &= \frac{T_1}{(T_1 - T_2)} \frac{(\delta/r_1) d}{d(\alpha_1 t/r_1^2)} \int_0^1 \frac{(\delta/r_1)(1 + \delta \eta/r_1)^2 d\eta}{(T_2/(T_1 - T_2)) + \theta} \end{aligned} \quad (13)$$

定圧においては液およびガスの熱伝導度やガスの密度はかなり変化する。定常状態では熱伝導度のみが問題になるので正確な解が得られる。補正項は式 (11) に示されており、流体がガスで n が約 $1/2$ であり、かつ T_2/T_1 が小さい場合には補正項の積分は $2/3$ という最小値になる。一般に補正項は T_2/T_1 の関数である。非定常状態で熱伝導度が変化する場合には近似的に補正項は最初 1 で終局には積分値に近づく傾向があるといえる。非定常状態で密度が変化する場合、問題は非常にむずかしくなる。ガスの熱伝達の場合、 $\rho C T$ はほぼ一定になり、式 (2) の第 1 項は省略できるが、時間により変化する密度が時間により変化する半径方向の物質移動を起こすので、式 (2) の第 2 項が必要となる。式 (12) と式 (13) はガスで密度変化のある場合の近似を示している。ここで貫流距離 δ を仮定し、無次元温度 θ に対して物理的

に適切な類似解を用いている。これらの式それ自体は重要ではないが、非定常状態の複雑な問題を解くのに役立つものである。

Table 4 は境界条件が時間により変化する場合の擬似定常状態の解を示している。もし顕熱が粒子のもつ熱エネルギーの唯一の発熱源あるいは吸熱源であれば、その温度は熱伝達が粒子とその周囲との間に起こると降下または上昇する。それに必要な境界条件は Fig. 1 の説明で与えられている。これらの条件に対し、粒子および流体についての解の組み合わせを作り出せるが非常に複雑で実用にならない。もし粒子の熱伝導度が流体のそれに比較して 10 倍から 100 倍も大きい場合、粒子内の温度勾配は粒子の外側の流体のそれよりもはるかに小さくなる。実際問題として粒子内の温度は均一で全顕熱量を表わすものであり、また流体内の熱伝達の内部境界条件は時間に無関係な粒子の温度であると考えられる。数学的に粒子は無限の熱伝導度をもつと仮定すると、見事な解になるが使用は困難である。それよりもこのように熱伝導度が高く、一定温度の粒子に対しては擬似定常状態を仮定する方がよい。時間 t での熱伝達速度は粒子がその間つねに一定温度を保っていた場合のものと同一とする。そうすると熱浸透の場合は式 (14)、式 (15)、球殻の場合は式 (16)、式 (17) が適用できる。この場合の温度差は粒子の初期温度に基づくことに注意。擬似定常状態を仮定したことによる誤差は、熱浸透の場合は定常熱伝達速度に接近せしめるために必要な顕熱を考慮することにより、また、球殻の場合は定常温度場を考慮することによって推量できる。数学的には定常状態に達するためには無限の時間と無限の熱量を必要とするが、温度の浸透した領域と球殻とが持つ顕熱量は、多くの場合、粒子の熱量に比較して非常に小さいので擬似定常状態は良好な近似である。

以上述べた例を要約すると Table 5 のようになる。物性変化の影響は Table 4 に概略を示しているし、時間により変化する境界条件のうち 1 と 2 については前に述べたものである。3 の粒子干渉の場合は、粒子は他の粒子群に囲まれており、単一粒子が断熱殻により囲まれていると仮定することによりモデル化できる。ここで断熱殻の半径は粒子群の平均空隙率を与えるものであると仮定する。Table 5 の最後の例は熱の発生項が状態の変化を表わす微分方程式の中に現われる場合である。

次に数学的には容易で実際的にはもっと重要な問題を説明する。Table 6 は定常状態での物質移動を示している。液滴の蒸発がこのよい例である。この場合の物質移動は半径方向への物質移動を意味している。式 (18) で N_{Ar} は熱容量 C_A をもつ物質の半径方向への流束であ

Table 4 擬似定常状態、加熱粒子の冷却

熱浸透の場合

$$\frac{T_1(t) - T_2}{T_1(0) - T_2} = \exp.[-(\alpha K/r_1^2)(1 + 2\sqrt{r_1^2/\pi \alpha t})t] \quad (14)$$

ここで $K = 3\rho C/\rho_p C_p$

$N_{Nu}(T_1(0) - T_2)$ に基づく)

$$= \left(1 + \sqrt{\frac{r_1^2}{\pi \alpha t}}\right) \exp. \left[-\frac{\alpha K}{r_1^2} \left(1 + 2\sqrt{\frac{r_1^2}{\pi \alpha t}}\right)t\right] \quad (15)$$

球殻膜の場合

$$\frac{T_1(t) - T_2}{T_1(0) - T_2} = \exp. \left[-(\alpha K/r_1^2) \left(1 + \frac{r_1}{r_2 - r_1}\right)t\right] \quad (16)$$

$N_{Nu}(T_1(0) - T_2)$ に基づく)

$$= \left(1 + \frac{r_1}{r_2 - r_1}\right) \exp. \left[-\frac{\alpha K}{r_1^2} \left(1 + \frac{r_1}{r_2 - r_1}\right)t\right] \quad (17)$$

Table 5

物性変化の影響

1. K を変数とした定常状態
2. ρ を変数とした非定常状態

時間により変化する境界条件

1. 伝導度無限大の粒子
2. 擬似定常状態、熱容量の大なる粒子の場合
 - a) 熱浸透
 - b) 球殻膜
3. 粒子相互の干渉

熱源と吸熱源

1. 熱粒子により維持される吸熱反応

Table 6 定常状態での物質移動

$$\frac{d}{dr} (r^2 N_{Ar} C_A T) = \frac{d}{dr} \left(r^2 K \frac{dT}{dr} \right) \quad (18)$$

物質源 $4\pi r_1^2 N_{Ar_1}$:

$$\frac{dT}{dr} = (K_{av}/r_1^2 N_{Ar_1} C_A) \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) \quad (19)$$

$r = r_1$ で $T = T_1$, $r = r_2$ で $T = T_2$

$$\frac{T - T_2}{T_1 - T_2} = \frac{\exp.(-N_{r_1}/r_2) - \exp.(-N_{r_1}/r)}{\exp.(-N_{r_1}/r_2) - \exp.(-N)} \quad (20)$$

ここで $N = N_{Ar_1} C_{Ar_1} / K_{av}$

る。式 (19) は熱伝導度がある適当な平均値で一定と考えられ、しかも球が $4\pi r_1^2 N_{Ar1}$ に等しい物質の定常的発生源あるいは吸入源である場合の式である。 r_1 と r_2 で温度が一定の場合、式 (20) は温度場の式となる。Table 7 は熱伝導に対する物質移動の影響を示している。物質移動は無次元の形で N で表わされており、その値が $1/10$ になると影響が現われ、 1 となると影響重大となる。式 (22) で r_1 における温度勾配に対する物質移動の影響、すなわち、 r_1 における熱伝導への影響は容易にわかる。物質の流れが外側に向う場合、すなわち正の N であれば勾配は減少し、内側に向う場合、すなわち負の N であれば勾配は増大する。

不思議なことに、強制対流の影響も球対称で説明できる。対流伝熱の球対称理論に 3 説がある。第 1 の説は乱流中で起こるもので粒子付近の流体が新しい流体により断続的に更新されるというものである。更新時間 t の間に熱浸透がある。周期時間の振動数分布が $f(t)$ であるときのヌッセルト数は式 (23) で与えられる。流体速度が増大するにつれて、乱流の大きさに変化がないならば、この平均更新時間は減少し、ヌッセルト数は増大する。球のうしろの渦流振動により付着している渦に熱が浸透する時間は r_1/V のオーダーである。 t に r_1/V を代入して得られた式 (24) は流体中を移動する粒子の下流面に対する熱伝達速度の近似式である。第 2 の説は粒子の周囲にある厚さ $(r_2 - r_1)$ の境界での熱伝導として表わす。強制対流でも自然対流でも対流が増せば、この境界は薄くなりヌッセルト数は増大する。残念なことにヌッセルト数の測定値を用いる以外に $(r_2 - r_1)$ を求める方法はない。第 3 の説は、強制対流を、内側に向う流体の半径方向の相当物質移動速度あるいは更新速度として取り扱うものである。たとえば実際はもっと小さいことがわかっているが、この更新速度を密度に流体速度を乗じたものに等しいとおくことができる。これは前述の半径方向の物質移動に対する式の N の絶対値がペクレ数よりも小さいとしたことに相当する。このように考えると、不等式 (25) と (26) が成立する。第 3 説は、 r が r_1 に近づくにつれて、内側に向う流れが $(r - r_1)$ に比例するような前部よどみ点を除いては、あまり論理的ではない。ペクレ数が大きい場合、温度勾配の大きい範囲では厚い球殻と考えるよりも薄い板と考える方がよい。内側に向う流れが、表面に近づくにつれて直線的に減少するという仮定により、不等式 (27) が成立する。

上述の議論と境界層理論の結果とにより、対流の問題は Table 9 に示す方程式により十分表わされているといっても驚くに値しない。これらは理論と実験による結果である。式 (28) は Frössling の功績によるものであ

Table 7 物質移動の熱伝達速度への影響

$$NNu = \frac{N}{\exp.(N(1-r_1/r_2))-1} = \frac{N}{\exp.(N/NNu_0)-1} = \frac{NNu_0}{1+(N/NNu_0^2)+ (N^2/NNu_0^3)+ \dots} \quad (21)$$

ここで

$$N=0 \text{ で } NNu_0 = NNu \\ N \equiv N_{Ar1} C_{Ar1} / K_{Ar}$$

$r_2 = \infty$ のときには

$$NNu = N / (\exp.N - 1) = \frac{1}{1+(N/2)+ (N^2/3)+ \dots} \quad (22)$$

Table 8 対流の球対移理論

1. 断続的浸透

$t=0$

$$NNu = \int_0^\infty (1 + (2/3)\sqrt{r_1^2/\pi a t}) f(t) dt \quad (23)$$

$t = \tau$

$$NNu \approx 1 + (2/3\sqrt{\pi}) N_{Pr}^{1/2} N_{Re r_1}^{1/2} \quad (24)$$

$t=0$ 更新

熱流体が取り除かれた。

2. 球殻、境界

$$NNu = 1 + r_1/(r_2 - r_1) \quad (10)$$

3. 流体置換率

流体の定常的消滅:

$N_{Re r_1} N_{Pr}$ が小さい場合

$$NNu < 1 + (N_{Re r_1} N_{Pr} / 2) + \dots \quad (25)$$

$N_{Re r_1} N_{Pr}$ が大きい場合

$$NNu < N_{Re r_1} N_{Pr} \quad (26)$$

流入流体の減少:

$N_{Re r_1} N_{Pr}$ が大きい場合

$$NNu < \sqrt{N_{Re r_1} N_{Pr}} \quad (27)$$

Table 9 強制対流

$$NNu = 1 + 0.42 N_{Pr}^{1/3} N_{Re r_1}^{1/2} \quad 1 < N_{Re r_1} < 10^3 \quad (28)$$

$N_{Re r_1} < 1$ の場合

$$NNu = 1 + (N_{Pe}/2) - (N_{Pe}^2/2) \ln(2 N_{Pe}) + 0.6646 N_{Pe}^2 - (N_{Pe}^3/4) \ln(2 N_{Pe}) + \dots, \quad N_{Pe} < 1 \\ NNu = 1 + 0.63 N_{Pe}^{1/3}, \quad N_{Pe} > 1 \quad (29)$$

ここで $N_{Pe} \equiv N_{Re r_1} N_{Pr}$

り、式 (29) はレイノルズ数がペクレ数の関数であるクリープ流れに適用された新しい説である。レイノルズ数 $N_{Re r_1}$ は流体の相対速度 V と粒子の半径 r_1 で定義されている。小さい粒子、たとえば直径 100 ミクロン程度ではレイノルズ数は普通 1 以下である。ガスの場合、プラントル数は 1 付近でヌッセルト数は 1.5 以上にはならない。液体の場合、同じく程度の大きさの粒子に対してはレイノルズ数は $1/10$ 以下であるから、プラントル数が 10 以下の多くの液体の場合には、ヌッセルト数は 1.5 以

上にはならない。球対称理論を詳細に検討修正することの方が、明らかに対流理論の検討修正よりも重要であることがしばしばある。結論として、粒子と流体間の熱伝達において、粒子半径に基づくヌセルト数は1という最小値に近づくといえる。

流れを伴う充填層の伝熱

国井大蔵*

1. 緒 論

粉粒体中の流体が静止している場合の有効熱伝導度 k_e^0 に関しては、古くから実験的・理論的研究が行なわれているが、その主なものについては文献^{18,20)}の展望によらる。矢木・国井⁴⁾は先に k_e^0 に対する理論式を提出し、粒子接触点近傍の流体薄膜を通ずる伝導伝熱の役割りを論じたが、次いで国井・Smith¹⁹⁾はこの問題を検討し、実験的係数を使うことなしに k_e^0 を予知する理論的方法を提案した。ここでは k_e^0 に関する事項は明らかであることにして、主として流れを伴う充填層における伝熱の問題を簡単に展望してみる。

2. 流れと直角方向の充填層有効熱伝導度 k_e

触媒反応装置の解析・設計に関連して、流れを伴う充填層の半径方向有効熱伝導度は多くの研究者によって

測定された^{3,4,5,6,10,11,14,15,22,27,28,29,30,36,38,39,40,43,44,45,47,49,50)}。矢木・国井⁴⁵⁾は流れを伴う充填層内の全伝熱機構を検討し、Ranz³⁵⁾が提案した流体の横方向混合機構を応用してつぎの理論式を得た。

$$k_e/k_g = k_e^0/k_g + (\alpha\beta)N_{Pr}N_{Re_m} \quad (1)$$

ここに k_e^0/k_g は静止流体を含むその粒子充填層有効熱伝導度の項であって前述の理論式から求めることができる値であり、流体・固体の熱伝導度、粒径、輻射伝熱および空隙率などの影響をあらわすものである。 α の意味は横方向の流体質量速度が空管基準の流れ方向の平均質量速度に対して示す比であり、 β は粒径に対する平均中心距離の比である。充填層管壁における伝熱抵抗の影響を受けないような方法で求められたほとんどすべての実測値^{3,4,5,6,10,11,14,22,27,29,30,36,40,44,45,48,49,50)}は(1)式で表現することができるが、その1例をFig. 1に示した。

Fig. 2は球状および円筒状充填物に対して実測値から解析された $\alpha\beta$ を粒径と管径の比 D_p/D_t に対して示したものの例である。ペール鞍型、ラシヒリングなどに対する同様な線図は文献^{44,46)}によらる。

最近 Phillips, Leavitt および Yoon²⁹⁾は Linde Molecular Sieve Type 5A の 1/8 吋ペレット充填層における有効熱伝導度 k_e を測定し、4種のガス体すなわち空気、メタン、プロパンおよび水素を使用したいずれの場合でも、 $\alpha\beta=0.11$ にとればよいことを示した。また遠藤・国井・矢木¹⁰⁾は水を用いて実測し、ガス体の場合と同じ値を得た。また Baddour と Yoon²⁾が環状充填層において得た結果からも $\alpha\beta=0.091$ なる値が示されている。微小なガラスビーズを用い層流範囲で測定

Fig. 1 Relation between k_e/k_g and N_{Re_m}

Fig. 2 Relation between $\alpha\beta$ and D_p/D_t for spheres and cylinders

* 東京大学工学部化学工学科

した Willhite, 国井および Smith⁴³⁾ の結果は, $N_{Re,m}$ が 1 以下では k_s はほとんど k_s^0 に等しいことを明らかにしている。

3. 充填層管壁における見かけの境膜伝熱係数 h_w

充填層伝熱の実測値を管壁における境膜伝熱係数を含む理論式で解析したのは八田・前田¹⁴⁾が最初である。この係数 h_w は充填層内伝熱現象に対して重要であるために引続きその測定が行なわれた^{5, 6, 11, 30, 40, 45, 50)}。

矢木・国井⁴⁵⁾は環状充填層を用い, 純半径方向伝熱の実測を行なった結果, つぎの新しい整理式を得た。

$$h_w D_p / k_g = h_w^0 D_p / k_g + \alpha_w N_{Pr} \cdot N_{Re,m} \quad (2)$$

$$N_{Re,m} = 0 \sim 600, \quad \alpha_w = 0.041$$

通常の円筒状充填層に関する実測値^{6, 11, 30, 50)} も同じ形の式で表わされるがその 1 例を Fig. 3 に示した。ただし α_w としては 0.054 とする ($N_{Re,m} < 2000$ の範囲)。管壁近傍の伝熱に関して, 粒子を伝わる熱量と空隙を伝わる熱量とが並列をなすと仮定すれば, (4) 式の中の α_w は管壁の影響で横方向混合割合が層内よりも小さくなることを示すものと考えることができる。 $N_{Re,m} > 2000$ では管壁表面にできる境界層が伝熱抵抗になりうると考えて (4) 式を拡張すれば次式となる⁴⁵⁾。

$$\frac{h_w D_p}{k_g} = \frac{h_w^0 D_p}{k_g} + \frac{1}{1/(h_w^0 D_p / k_g) + 1/(\alpha_w N_{Pr} \cdot N_{Re,m})} \quad (3)$$

第 1 項 $h_w^0 D_p / k_g$ は流れがない場合の見かけ境膜伝熱係数を示し, 管壁と粒子接触点近傍流体薄膜の伝導伝熱, 固体内伝導および輻射伝熱などの影響を表わすものである。矢木・国井⁴⁶⁾は理論的に次式で $h_w^0 D_p / k_g$ を計算することを提案した。

$$\frac{1}{h_w^0 D_p / k_g} = \frac{1}{k_w^0 / k_g} - \frac{0.5}{k_s^0 / k_g} \quad (4)$$

$$\frac{k_w^0}{k_g} = \varepsilon_w (2 + h_{rs} \cdot D_p / k_g) + \frac{1 - \varepsilon_w}{1/\phi_w + h_{rs} D_p / k_g + k_g / 3 k_s} \quad (5)$$

ε_w は管壁近傍の平均空隙率, ϕ_w は理論的に与えられる k_s / k_g の関数, h_{rs} , h_{rs} は輻射伝熱係数である (文献⁴⁶⁾ 参照)。

また管壁表面にできる層流境界層を通ずる真の境膜伝熱係数 h_w^* はつぎの理論式による。

$$h_w^* D_p / k_g = 2.6 N_{Pr}^{1/3} N_{Re,m}^{1/2} \quad (6)$$

固体-液体系に関しては (6) 式は応用可能であるが, 固体-ガス体系に対しては係数を 4 とする方がよく合うようである。

一方 Baddour と Yoon²⁾ は最近環状充填層を用い,

Fig. 3 Correlation of data by Felix¹¹⁾, Plautz and Johnstone³⁰⁾ and Yagi and Wakao⁵⁰⁾ in ordinary cylindrical packed beds.

矢木・国井⁴⁵⁾と同じように純半径方向の伝熱を実現させ, 管壁近傍の伝熱問題を壁表面から粒径の 1/2 に相当する距離の有効熱伝導度で表現することを提案した。

4. 充填層の総括伝熱係数 h_0

充填層の総括伝熱係数 h_0 に関しては古くから多くの実験的研究が行なわれた^{7, 8, 9, 10, 17, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 37, 38, 39, 40, 49, 50)}。この問題は理論的には八田・前田¹⁴⁾によって解かれているのであり, 総括伝熱係数 h_0 は管壁温度一定の場合に関し, 充填層の有効熱伝導度 k_s と見かけ上の管壁境膜伝熱係数 h_w がわかれば計算できる。

矢木・国井⁴⁶⁾は k_s と h_w に関する理論式と八田・前田の式を用いて h_0 を計算し, 今まで発表されたガス系, 液系の総括伝熱係数 h_0 の測定値と比較してよい一致を得た。その例を Fig. 4 に示したが, 理論式は現象をよく説明することがわかる。

5. 流れと平行方向の有効熱伝導度 $k_{s,||}$

微小粒子充填層に液体を充たし, 異なる温度の液体を貫流させて温度変化を測定する非定常の実験により, Preston³³⁾ は流れ方向の伝導伝熱を無視して粒子群と流体間の伝熱係数を求めた。その後 Jenkins と Aronofsky¹⁵⁾ および Preston³²⁾ は流れ方向 (軸方向) の伝導伝熱が重要であると仮定し, 流体・固体間の伝熱抵抗は無視できるものと考えた。

矢木・国井・若尾⁴⁷⁾は真空断熱管内に比較的粗い粒子を充填して上方から加熱し, 下方から空気を貫流して定常状態の軸方向温度勾配を測定し, 流れ方向 (反対の向

Fig. 4 Comparison of computed and observed data, various kinds of solid with the air⁽⁴⁵⁾

Fig. 6 Experimental data of k_{ss} for fine glass beads and sand with flowing helium⁽¹⁹⁾

Fig. 5 Experimental data of k_{ss}/k_g for glass beads and broken particles of limestone⁽⁴⁷⁾

Fig. 7 Prediction of k_{ss} by Green and Perry⁽¹²⁾ Experimental data-Preston⁽²²⁾

き)の有効熱伝導度 k_{ss} を算出した。

実測値の例を Fig. 5 に示したが、つぎの式で整理される。

$$k_{ss}/k_g = k_s^0/k_g + \delta N_{Pr} \cdot N_{Re_m} \quad (7)$$

実験範囲ではガラスビーズ、石灰石破砕粒に対しては $\delta = 0.8$ 、鉛散弾・鋼球およびラシヒリングに関して $\delta = 0.7$ をとればよい。次いで国井・Smith⁽¹⁹⁾ は微細なガラスビーズと砂を用い、各種流体の低流量範囲で同様な実験を行ない流れ方向の充填層有効熱伝導度 k_{ss} を決定した。その例を Fig. 6 に示したが、流れを伴う場合は静止している場合の値 k_s^0 よりも大きい値をとり、一般に流速とともに増加することになる。彼らはさらに固体相と流体相に分けた基礎方程式を立て、見かけ上の値

k_{ss} には固体・流体間の伝熱係数 h_a が大きく影響していることを示した。

最近 Green と Perry⁽¹²⁾ は多孔物質内を貫流する流体による非定常伝熱の一般基礎方程式を数値的に解いた。その計算結果を Preston⁽²²⁾ が実測した k_{ss} と比較した 1 例を Fig. 7 に示す。ただし低レイノルズ数に対する N_{Nu} の数値としては、国井・Smith が与えた数値とほぼ同一のものを用いている。

6. 結 び

充填層内伝熱現象に関する研究の現状は上述のとおりであるが、さらに一層の研究が望まれる。

Notation

- C_p : specific heat at constant pressure [kcal/kg·°C]
- D_p : diameter of particle [m]
- D_t : diameter of packed bed [m]
- G : mass velocity of fluid through the bed [kg/m²·hr]
- ha : heat transfer coefficient per unit volume of packed bed [kcal/m³·hr·°C]
- h_0 : overall heat transfer coefficient across the wall surface of packed bed [kcal/m²·hr·°C]
- h_w : apparent wall film coefficient of heat transfer [kcal/m²·hr·°C]
- h_w^0 : apparent wall film coefficient with motionless fluid [kcal/m²·hr·°C]
- k_r : radially effective thermal conductivity [kcal/m·hr·°C]
- k_s^0 : stagnant effective thermal conductivity [kcal/m·hr·°C]
- k_{st} : longitudinal effective thermal conductivity [kcal/m·hr·°C]
- k_f : thermal conductivity of fluid [kcal/m·hr·°C]
- k_s : thermal conductivity of solid [kcal/m·hr·°C]
- $N_{Nu} = hD_p/k_s = \text{Nusselt number}$ [—]
- $N_{Pr} = C_p\mu/k_s = \text{Prandtl number}$ [—]
- $N_{Re_m} = D_pG/\mu = \text{Modified Reynolds number}$ [—]

Greek Letters

- ϵ : void fraction of packed bed [—]
- μ : viscosity of fluid [kg/m·hr]

Literature cited

- Argo, W. B., and J. M. Smith: *Chem. Eng. Progr.*, **48**, 443 (1953)
- Buddour, R. F., and C. Y. Yoon: *Chem. Eng. Progr., Symposium Ser.*, **57**, No. 32, 35 (1961), Heat Transfer-Buffalo
- Bunnell, D. G., H. B. Irvin, R. W. Olson, and J. M. Smith: *Ind. Eng. Chem.*, **41**, 1977 (1949)
- Calderbank, P. H., and L. A. Pogorski: *Trans. Inst. Chem. Engrs. (London)*, **35**, 195 (1957)
- Campbell, J. M., and R. L. Huntington: *Petrol. Refiner*, **31**, 123 (1952)
- Coberly, C. A., and W. R. Marshall, Jr.: *Chem. Eng. Progr.*, **47**, 141 (1951)
- Colburn, A. P.: *Ind. Eng. Chem.*, **23**, 910 (1931)
- Chennakesavan, B.: *A. I. Ch. E. Journal*, **8**, 246 (1960)
- Chu, Y. C., and J. A. Storrow: *Chem. Eng. Sci.*, **1**, 230 (1952)
- Endo, K., D. Kunii and S. Yagi: unpublished paper
- Felix, J. R.: Ph. D. Thesis, Univ. of Wisconsin, Madison (June, 1951)
- Green, D. W., and R. H. Perry: *Chem. Eng. Progr., Symposium Ser.*, **57**, No. 32, 61 (1961), Heat Transfer-Buffalo
- Hanratty, T. J.: *Chem. Eng. Sci.*, **3**, 209 (1954)
- Hatta, S. and S. Maeda: *Chem. Eng. (Japan)*, **12**, 56 (1948)
- Hougen, J. O. and E. L. Piret: *Chem. Eng. Progr.*, **47**, 287 (1951)
- Jenkins, R., and J. D. Aronofsky: 18th Technical Conference on Petroleum, Mineral Industries Experiment Station Bulletin, No. 64, 69, The Pennsylvania State Univ. (1954)
- Kling, G., *Forscht Gebiete Ingenieurw.*, **9**, 28, 82 (1938)
- Kunii, D., and J. M. Smith: *A. I. Ch. E. Journal*, **6**, 97 (1960)
- Kunii, D., and J. M. Smith: *A. I. Ch. E. Journal*, **7**, 29 (1961)
- Kunii, D., to be published in *Chem. Eng. (Japan)*
- Kuzuoka, T.: *Annual Rep. Soc. Chem. Engrs. (Japan)*, **8**, 3 (1942)
- Kwong, S. S., and J. M. Smith: *Ind. Eng. Chem.*, **48**, 894 (1954)
- Leva, M.: *Ind. Eng. Chem.*, **38**, 857 (1947)
- Leva, M., and M. Grummer: *Ind. Eng. Chem.*, **40**, 415 (1948)
- Leva, M.: *Ind. Eng. Chem.*, **42**, 2498 (1950)
- Leva, M. et al.: *Ind. Eng. Chem.*, **40**, 747 (1948)
- Maeda, S. and K. Kawazoe: *Chem. Eng. (Japan)*, **15**, 5, 9, 312 (1951); **17**, 276 (1953); **18**, 279 (1954)
- Molino, D. F., and J. O. Hougen: *Chem. Eng. Progr.*, **48**, 147 (1952)
- Phillips, B. D., F. W. Leavitt, and C. Y. Yoon: *Chem. Eng. Progr. Symposium Ser.*, **58**, No. 30, 219 (1960), Heat Transfer-Storr.
- Plautz, D. A., and H. F. Johnstone: *A. I. Ch. E. Journal*, **1**, 193 (1955)
- Pohlhausen, E.: *Zeit. Angew. Math. u. Meth.*, **1**, 115 (1921)
- Preston, F. W.: Ph. D. Thesis, Penn. State Univ., State College (June, 1957)
- Preston, F. W. and R. D. Hazen: *Producers Monthly*, **18**, No. 44 (1954)
- Quinton J. H., and J. A. Storrow: *Chem. Eng. Sci.*, **5**, 245 (1956)
- Ranz, W. E.: *Chem. Eng. Progr.*, **48**, 247 (1952)
- Schuler, R. W., V. P. Stallings, and J. M. Smith: *Chem. Eng. Progr. Symposium Ser.*, No. 4, 48 (1952)
- Singer, E., and R. H. Wilhelm: *Chem. Eng. Progr.*, **46**, 343 (1950)
- Sugawara, S. and S. Sato: *Trans. Japan Soc. of Mech. Engrs.*, **13**, No. 45, 165 (1948)
- Verschuur, H., and G. Schuit: *Apple. Sci. Research*, **42**, A 297 (1950)
- Wakao N.: Ph. D. Thesis, Univ. of Tokyo, Tokyo, Japan (1958)
- Walton, J. S. and O. Levenspiel: *Chem. Eng. Progr., Sym. Ser.*, No. 9, Heat Transfer Research Studies for 1954
- Wilhelm, R. H., W. C. Wynkoop, and D. W. Collier: *Chem. Eng. Progr.*, **44**, 105 (1958)
- Willhite, G. P., D. Kunii, and J. M. Smith, to be published on *A. I. Ch. E. Journal*
- Yagi, S., and D. Kunii: *Chem. Eng. (Japan)*, **18**, 576 (1954); *A. I. Ch. E. Journal*, **3**, 373 (1957)
- Yagi, S., and D. Kunii: *A. I. Ch. E. Journal*, **8**, 97 (1960)
- Yagi, S., and D. Kunii: Paper No. 11 to be presented on International Heat Transfer Conference at Boulder (1961)

- 47) Yagi, S., D. Kunii, and N. Wakao: *A. I. Ch. E. Journal*, 6, 543 (1960)
 48) Yagi, S., D. Kunii, and N. Wakao: Paper No. 10 to be presented on International Heat Transfer Conference at Boulder (1961)
 49) Yagi, S., D. Kunii, and Y. Shimomura: *Chem. Eng. (Japan)*, 21, 342 (1952)
 50) Yagi, S., and N. Wakao: *A. I. Ch. E. Journal*, 5, 79 (1959)

非ニュートン流体の熱伝達

平井英二*

1. まえがき

化学工業に多く使用されている泥漿などの非ニュートン流体の伝熱は、油や水のごときニュートン流体の取扱いをそのまま使用することはできない。

Fig. 1 Plot of experimental data⁷⁾

Fig. 2 Plot of experimental data⁷⁾

* 金沢大学工学部

非ニュートン流体の流動は富田氏¹³⁾などによって相当に発展した。熱伝達は流動関係を基礎としているので理論方面は進歩したが、実験は円管内の場合にとどまっているのが現状である。

本シンポジウムでは実験式はあまり述べずプラントル数などの無次元項やコンピュータによる温度分布や速度分布などについて述べる。また発展すると思われるレオロジーや今後の問題点についても述べる。

2. 熱伝達係数の実験式

非ニュートン流体の熱伝達係数の実験式については紹介^{3,11)}されているので省略するが、代表的なものについて述べる。

Metzner ら⁷⁾は最近に自然対流の項の入った実験式を発表している。層流の場合に

$$\left(\frac{hD}{\lambda}\right)\left(\frac{\tau_w}{\tau}\right)^{0.14} = 1.75 \left[\frac{WC_p}{\lambda L} + 12.6 \left\{ \left(\frac{C_p \mu}{\lambda} \right) \left(\frac{\beta \Delta T D^3 \rho^2 g}{\mu^2} \right) \times \left(\frac{D}{L} \right)^{0.4} \right\}^{1/3} \left(\frac{3n'+1}{4n'} \right)^{1/3} \right] \quad (1)$$

これは Metzner ら⁷⁾がさきに発表した実験式である

$$\left(\frac{hD}{\lambda}\right)\left(\frac{\tau_w}{\tau}\right)^{0.14} = 1.75 \left[\left(\frac{WC_p}{\lambda L} \right) \left(\frac{3n'+1}{4n'} \right) \right]^{1/3} \quad (2)$$

よりもデータのばらつきが少ないと述べている。(1), (2) 式は Fig. 1, 2 からえたものである。 τ は

$$\tau = g_0 g_k 8^{n'-1} \quad (3)$$

であり、 η_{psu} と同次元である。 $(\tau_w/\tau)^{0.14}$ は Sieder ら¹²⁾の油の実験式である

$$\left(\frac{hD}{\lambda}\right)\left(\frac{\eta_{visw}}{\eta_{vis}}\right)^{0.14} = 2.01 \left(\frac{WC_p}{\lambda L} \right)^{1/3} \quad (4)$$

中の (η_{visw}/η_{vis}) のべき指数 0.14 と同じ値を使用している。

(2) 式は Fig. 2 の実線である。係数の 1.75 は (9) 式の理論からでた 1.75 と一致している。しかしデータをみるに実験式としては実線よりは点線で示したものを使用したほうが妥当と思う。点線の場合は実験式として

$$\left(\frac{hD}{\lambda}\right)\left(\frac{\tau_w}{\tau}\right)^{0.14}$$

$$=2.1\left[\left(\frac{WC_p}{\lambda L}\right)\left(\frac{3n'+1}{4n'}\right)\right]^{1/3} \quad (5)$$

となり、筆者の実験式⁴⁾である

$$\left(\frac{hD}{\lambda}\right)\left(\frac{\eta_{psu}}{\eta_{psu}}\right)^{0.16}=2.03\left[\left(\frac{WC_p}{\lambda L}\right)\left(\frac{3+n}{4}\right)\right]^{1/3} \quad (6)$$

と比較するに両辺の無次元項も同じであり係数もだいたい一致している。 $n=1$ の場合はニュートン流体であり、 $(3n'+1)/4n'=1$ 、 $(3+n)/4=1$ となるから、(5)、(6) 式は(4)式と一致しなければならないが係数がわずかに大きくなっている。換言すれば同一物性、同一条件では熱伝達係数がわずかに大きくなる。この理由については後述する。

3. 非ニュートン流体の無次元項

今日までの報文をみるに無次元項は多種多様であり統一を欠いている。無次元項については富田氏¹⁰⁾の相似則があるのでこれについて述べる。

富田氏は擬塑性流体および塑性流体について、流体の運動方程式と連続と熱伝達および伝熱面における熱伝達の方程式の4方程式より、熱的にも力学的にも相似でなければならぬという条件から、Table 1, 2 の無次元項をえている。Table 1 のプラントル数は2個あるが上のものは強制対流、下のものは自然対流に使用したほうがよいと述べている。ヌッセルト数はニュートン流体と同一である。なおプラントル数やグラスホフ数に代表速度が入っているのが、これらの無次元項の特長である。

擬塑性流体が強制対流で乱流の場合は

$$Nu=f(Re, Pr) \quad (7)$$

の形で示される。これはニュートン流体と同一である。層流の場合は

$$Nu=f(Re, Pr, D/L) \quad (8)$$

で示され、自然対流のみの場合は

$$Nu=f(Pr, Gr) \quad (9)$$

となる。一例として(8)式において $Re, Pr, D/L$ も同一べき指数であるとし、代表長さ l の代りに D 、代表速度 u の代りに平均流速 $\bar{u}$ を使用すると

$$\begin{aligned} &\left(\frac{D^{1/n}\bar{u}^{2-1/n}\rho}{\eta_{psu}^{1/n}}\right)\left(\frac{C_p\eta_{psu}^{1/n}D^{1-1/n}}{\lambda\bar{u}^{1-1/n}}\right)\left(\frac{D}{L}\right) \\ &= \frac{C_p\rho\bar{u}D^2}{\lambda L} = \frac{4}{\pi}\left(\frac{WC_p}{\lambda L}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

よってグレイズ数を3個の無次元項に分けることができる。換言すれば3個の無次元項に分けて、実験よりそのべき指数を決定すればよい。

平板に沿って擬塑性流体が流れるときの層流境界層に関する研究に Acrivos¹¹⁾ のがある。これによるとレイノルズ数およびプラントル数として

$$Re = \frac{S^{1/n}U_{\infty}^{2-1/n}\rho}{\eta_{psu}^{1/n}} \quad (11)$$

$$Pr = \frac{C_p U_{\infty} \rho S}{\lambda R_e^{2n/(n+1)}} \quad (12)$$

をえている。(11) 式のレイノルズ数は Table 1 中のレイノルズ数の u の代りに U_{∞} の代りに S とすれば同形である。しかしプラントル数は Table 1 のものとは異なっている。

塑性流体の場合は Table 2 の Pr と同時に C_{Pr} も考えねばならない。一般式として

$$Nu=f(Re, C_{Re}, Pr, C_{Pr}, Gr, C_{Gr}) \quad (13)$$

で示される。筆者の乱流における実験式⁵⁾も

$$Nu=f(Re, Pr) \quad (14)$$

の場合についての式であり、その点不十分である。 C_{Re} や C_{Pr} を使用した実験式はまだ発表されていない。

4. コンピュータによる解析

前述のごとく速度分布が加熱または冷却によって変化することは当然考えられる。これには階差方程式を使用しなければならないので面倒である。おもにコンピュータを使用して解析を行なったのに Gee¹²⁾ のがある。Gee らは熱伝達の方程式において熱拡散率および比熱が

Table 1 Dimensionless group for pseudoplastic fluid

Re	Pr	Gr	Nu
$\frac{l^{1/n}u^{2-1/n}\rho}{\eta_{psu}}$	$\frac{C_p\eta_{psu}^{1/n}l^{1-1/n}}{\lambda u^{1-1/n}}$	$\frac{g\beta\rho^{2n/(2n-1)}(2n+1)/(2n-1)\Delta T}{\eta_{psu}^{2n/(2n-1)}}$	$\frac{hl}{\lambda}$
	$\frac{C_p^{2-1/n}l^{1-1/n}\eta_{psu}^{1/n}l^{2-2/n}}{\lambda^{2-1/n}}$		

Table 2 Dimensionless group for plastic fluid

Re	C_{Re}	Pr	C_{Pr}	Gr	C_{Gr}	Nu
$\frac{l u \rho}{\eta_{pl}}$	$\frac{l K}{\eta_{pl} u}$	$\frac{C_p \eta_{pl}}{\lambda}$	$\frac{C_p \rho l^2 K}{\lambda \eta_{pl}}$	$\frac{g \beta^2 l^3 \Delta T}{\eta_{pl}^2}$	$\frac{g \beta \rho l \Delta T}{K}$	$\frac{h l}{\lambda}$

絶対温度の関数であるとした。流動の方程式は

$$-\frac{du}{dr} = ar(1+br^n) \quad (15)$$

を使用した。 b と n は温度に無関係な値であり、 a は温度の関数とした。例をアクリル樹脂にとり、内径 $1/8"$ 、長さ $4"$ のパイプに流し、入口温度を 252°C とした。

温度分布を Fig. 3 に示す。壁温が 250°C のときは樹脂の入口温度とほとんど違ってないが、壁近くで温度が高くなっているのは摩擦による発熱に原因すると述べている。よって平均温度と Z の関係は Fig. 4 となり、壁温が 200°C 、 180°C の場合は Z とともに平均温度が低くなっているが、 250°C の場合は反対に高くなっている。ニュートン流体は擬塑性流体に比較すると発熱は少

ないものと考えられるから、熱伝達係数に関する実験式 (4) 式の係数が (5)、(6) 式の係数よりも少なくなったものと想像される。

速度分布は Fig. 5 に示す。ニュートン流体と同一現象である。圧力勾配を Fig. 6 に示す。等温流の場合は圧力勾配は一定となるはずであるから、壁温 250°C の場合はほぼ一定となっている。200 および 180°C の場合は Z とともに増加している。これからも等温流の摩擦係数とレイノルズ数の関係はそのまま使用できないことがわかる。Sieder ら¹²⁾ によってニュートン流体の場合は粘度の項によって補正した実験式があるが、非ニュー

Fig. 3 Temperature distribution²⁾

Fig. 4 Average flow temperature

Fig. 5 Velocity distribution²⁾

Fig. 6 Pressure gradient²⁾

トン流体の場合はないので今後の研究を俟ちたい。

5. アナロジーの考察

非ニュートン流体のアナロジーはあまり発表されていない。筆者⁶⁾は塑性流体の乱流の場合に

$$\left(\frac{h}{C_p G}\right) \left(\frac{C_p \eta_{pl}}{\lambda}\right)^{2/3} \left(\frac{\eta_{pl} w}{\eta_{pl}}\right)^{0.14} = 0.029 \left(\frac{D \bar{u} \rho}{\eta_{pl}}\right)^{-0.2} \quad (16)$$

をえた。摩擦係数とレイノルズ数の関係は

$$f_{pl} = 0.052 Re_{pl}^{-0.2} \quad (17)$$

よって

$$\left(\frac{h}{C_p G}\right) \left(\frac{C_p \eta_{pl}}{\lambda}\right)^{2/3} \left(\frac{\eta_{pl} w}{\eta_{pl}}\right)^{0.14} = \frac{1}{2} f_{pl} = 0.026 Re_{pl}^{-0.2} \quad (18)$$

をえた。これはニュートン流体とよくにている。

最近 Metzner ら⁹⁾は熱伝達係数の実験式をアナロジ的な考え方で整理している。すなわち

$$\frac{h}{C_p G} = \frac{f/2}{1.20 + 11.8 \sqrt{\frac{f}{2}} (Pr_w - 1) Pr^{-0.33}} \quad (19)$$

をえている。(19)式は非ニュートン流体が乱流ではニュートン流体とよく似た速度分布を持っているという仮定から出発し、次式から導いた。

$$\frac{h}{C_p G} = \frac{f/2}{1.20 + C \sqrt{f/2}} \quad (20)$$

上式において C はプラントル数の関数と考えられるから、 C とプラントル数の関係から (19) 式をえたものである。これらのプラントル数は高プラントル数であり、ニュートン流体の高プラントル数の水科氏¹⁰⁾の式であるところの

$$\frac{h}{C_p G} = \frac{f/2}{1 + 8.9 \sqrt{\frac{f}{2}} (Pr - 1) Pr^{-0.20}} \quad (21)$$

とよく似ている。しかしながら速度分布から出発して理論的に考える必要があると思う。

Notation

C_p : specific heat	[kcal/kg·°C]
D : diamter of pipe	[m]
f : friction factor	[—]
f_{pl} : friction factor of plastic fluid	[—]
G : mass velocity	[kg/m ² ·hr]
Gr : Grashof number	[—]
g : acceleration of gravity	[m/hr ²]
g_c : convection factor	[Kg·m/kg·hr ²]

h : coefficient of heat transfer

[kcal/m²·hr·°C]

K : yield value of shearing stress [Kg/m²]

L : length of pipe [m]

l : representative length [m]

Nu : Nusselt number [—]

n : rheological constant = $1/n'$ [—]

Pr : Prandtl number [—]

ΔP : pressure drop [Kg/m²]

R : radius of pipe [m]

r : radius [m]

S : characteristic length [m]

ΔT : temperature difference [°C]

u : velocity component or representative velocity [m/hr]

U_∞ : characteristic velocity [m/hr]

$\bar{u}$: average velocity [m/hr]

W : mass rate of flow [kg/hr]

α : thermal diffusivity = $\lambda/C_p \rho$ [m²/hr]

β : coefficient of volume expansion [1/°C]

η_{pl} : viscosity of plastic fluid [kg/m·hr]

η_{psu} : viscosity of pseudoplastic fluid [kgⁿ/mⁿ·hr²ⁿ⁻¹]

η_{vis} : viscosity of Newtonian fluid [kg/m·hr]

λ : thermal conductivity [kcal/m·hr·°C]

μ : apparent viscosity [kg/m·hr]

ρ : density [kg/m³]

τ : shearing stress [Kg/m²]

τ_w : shearing stress of pipe wall [Kg/m²]

Literature cited

- 1) Acrivos, A. and et al. : *A. I. Ch. E. Journal*, 6, 312 (1960)
- 2) Gee, R. E. and Lyon, J. B. : *Ind. Eng. Chem.*, 49, 956 (1957)
- 3) Hirai, E. : *Chem. Eng. (Japan)*, 22, 402 (1958)
- 4) Hirai, E. : *Chem. Eng. (Japan)*, 21, 792 (1957)
- 5) Hirai, E. : *Chem. Eng. (Japan)*, 21, 26 (1957)
- 6) Hirai, E. : *Chem. Eng. (Japan)*, 21, 31 (1957)
- 7) Metzner, A. B. and et al. : *A. I. Ch. E. Journal*, 3, 92 (1957)
- 8) Metzner, A. B. and Gluck, D. F. : *Chem. Eng. Sci.*, 12, 185 (1960)
- 9) Metzner, A. B. and Friend, P. S. : *Ind. Eng. Chem.*, 51, 879 (1960)
- 10) Mizushima, T. : *Chem. Eng. (Japan)*, 13, 22 (1949)
- 11) Ototake, N. : *Chem. Eng. (Japan)*, 18, 91 (1954)
- 12) Sieder, E. N. and Tate, G. E. : *Ind. Eng. Chem.*, 28, 1429 (1936)
- 13) Tomita, Y. : *Trans. I. S. M. E.*, 25, No. 149, 17 (1959)
- 14) Tomita, Y. : *Chem. Eng. (Japan)*, 23, 66 (1959)

コ メ ン ト

木村 允 (山口大学) ここ数年の間における充填層に関する研究の進歩は著しく、熱移動の大略の様相は推定できる。しかし実験的または理論的研究があまり多くなされていない部分がなお存在している。たとえば、

- ガス圧の高い場合の有効熱伝導度
- 液体 (有機溶剤とか水銀など) を流した場合の充填管の管壁および充填物の表面における伝熱係数
- いろいろの形の層 (平行平面間の充填層とか層中に入れたフィンなど) の壁面上の伝熱係数
- 充填管における有効熱伝導度の半径方向の変化と流速の分布との関係についての理論的研究
- 各種の充填物の入った充填管における、流れる流体と管壁間の温度応答 (伝達関数)
- 充填管式反応器における温度分布

将来の研究はこれらの部分について行なわれると思われる。しかし、これらの研究の多くは、すでに実用されている装置の解析である。さらに大切なことは充填層の新しい用途と理論の応用を見出すことであろう。

R. H. Wilhelm (Princeton University) 本大会に先立ち、水科先生は国井・Ranz 両先生の論文を読む機会をお与え下さいまして、さらに充填層内伝熱に関する研究が将来どんな方向にむかうかについて意見をのべるように申されました。

私のはじめに申し上げたいのは、国井先生が充填層内伝熱に関するおもしろいトピックを簡潔で手ぎわよくまとめられたことに対するわれわれの感謝であります。本問題は化学工学者にとって世界的な興味があることでありまして、本展望はこの事実を反映しております。同時にわれわれ海外のものは八田・前田両先生の古典的な研究にはじまり、日本の化学工学者特に矢木・国井両先生およびその協力者たちが行なってきた仕事が、この方面において重要なものであることをよく知っております。軸方向および半径方向の伝熱に関する彼らの研究と理論の説明はこの分野を完成の域にもたらし、相当な温度勾配が存在する実際の化学反応も将来の研究として望ましい状態になってきたほどです。

本大会における Ranz 先生の御貢献は興味深い提案でありまして、熱伝導方程式で球対称の解の構造は、かなり異なった条件のもとでも流体と粒子間の伝熱係数を関

係づける骨組みになるということでありまして。

境界層モデルあるいは今提案された球対称モデルなどのように詳細なモデルは、簡単な境界係数の解析結果から得られるよりも諸変数間の相互作用に関してはかにも価値のある定量的洞察を發展させる基礎となるものです。以上のようなモデルに関して研究を続けることは、将来の研究方向について水科先生が提起した問題に関するもう一つの可能な解答であることはたしかです。

もっとほかの方向に関して、次の2項目を簡単に予想してみましょう。

1) 粒子の不規則充填層における壁面の境界では、横方向の熱伝導が中心部分にくらべて急に減少しますが、この現象は反応器の設計に関係するので引きつづき重要なものです。近ごろで最も重要な仕事は矢木・国井¹⁾の研究であり、彼らの結果を説明するために境界層抵抗を提案しております。多分遠い将来には、不規則に充填している層の統計的性質が支配する中心部分から壁近傍の領域に移るに従って、横方向の輸送現象が変ってくることを考慮に入れた別の表現が可能になるでしょう。これに関連して Roblee, Baird および Turney²⁾ の研究が興味をひきます。彼らは壁近傍の空隙率を測定し、この値が整然とした性質からそうでない充填のし方に転移すること、すなわち壁からはなれるにしたがって空隙率の値が減衰する波動関係になることを発見したのです。さらに空隙率と横方向のペクレ数の関係が Latinen³⁾ によって研究されました。われわれの研究室で Lamb⁴⁾ は、(充填層内の) 1 点においてトレーサー物質の濃度が、何回も充填しなおすことによってどう変るかを理論的および実験的に研究しました。どなたかが次のように質問されるかもしれません。何回もつめ直すことに対応して壁の境界係数が変化するか、そうであれば別々の研究室から異なった結果がでてきても説明できるのだかと。

以上思いついたまま述べましたが、充填層の特性とその境界面が化学工学の研究分野として実りうる所であることを提案したつもりです。理想的な形で以上のような系を数学的統計学で取り扱うことは、現在 Hammersley⁵⁾ が研究中であります。

(固体が連続相である) 多孔性触媒ペレット内化学反応で熱と物質が同時に移動する場合に関する最近の研究で、Weisz と Hicks⁶⁾ は次の結論に達しました。すなわち固体構造の熱伝導度が非 Knudsen 多孔構造をもつ系に対する総括的反応特性に影響し、大変重要になるということです。しかしながら現在までの熱伝導に対するたいいてい研究は室温に近い場合で行なわれてきました。一般に触媒は高温で使われますから、多孔性固体の熱伝導度に対する温度の影響について実験的および理論

的に研究を進めることが必要と思われます。

References

- 1) Yagi, S. and Kunii, D.: *A. I. Ch. E. J.*, **3**, 373 (1960)
- 2) Latinen, G.: Ph. D. Dissertation, Dept. Chem. Eng., Princeton Univ. (1951)
- 3) Roblee, L. H. S., Baird, R. M. and Turney, J. W.: *J. A. E. Ch. E.*, **4**, 460 (1958)
- 4) Hammersley, J. M.: *Phys. Rev.*, **118**, 656 (1960), *Proc. Comb. Phil. Soc.*, **57**, 615 (1961)
- 5) Weisz, P. B. and Hicks, J. S.: C. E. S. accepted for publication

白井 隆 (東京工業大学) 粒子流体間の伝熱係数 ha に関連致しまして Ranz 教授は ha の解析方法における最近の傾向にふれられ、さらに流れと同じ方向の熱伝導をも同時に考慮すべきことに言及されました。しかしながら充填層内の複雑な伝熱機構を考えますと、さらに検討を要する各種の問題があるように思われます。

充填層における ha の実測値は Ranz 教授による“噴流”モデルや私の一般整理式で説明されるのは修正レイノルズ数が大きい場合であります。これが 10 以下になりますと ha の値が激減するようになっております。 ha に関する以上の傾向について、国井さんのご意見を聞きしたいと思います。

国井 大蔵 (東京大学) 白井教授は私が *A. I. Ch. E. Journal*, **7**, 29 (1961) に発表した報文にある実測値の整理について述べられたと存じます。この整理に言及するまえに申し上げたいことは、その解析に用いた基礎方程式が、すべての実測は層流域で行なわれたので流れ方向の混合現象を無視したことあります。それでこの基礎方程式が実際の伝熱機構を表わすと仮定できれば、あのような実測値の整理が可能になるわけです。

前報文で述べましたように、伝熱係数 ha を整理することが化学工学の各方面で必要とされておりますが、前述の整理は低レイノルズ数に対する ha の近似的な傾向を明らかにしたものと思われまゝ。ただいまの報告で Fig. 10 に示したように、Green と Perry が充填層の非定常伝熱の計算をやって成功したことは以上の傾向が確かであることを示すものでしょう。彼らは ha に関し前述とほとんど同様な整理式を用いたのであります。

層流範囲で見かけ上の流れ方向拡散係数に関連致しまして、Péclet 数が実験的に与えられているのは固・液系だけでありまして、固・ガス系に対してはありません。ですから、層流条件下の充填層において流れ方向の伝熱現象を本当に理解するためには、 ha を精度よく解析する前提として、Péclet 数に関する精度の高いデータを得ることが肝要であると存じます。

富田 幸雄 (東京工業大学) E. R. G. Eckert によれば最近世界での熱伝達研究の発展ぶりは、“explosive”であるとのことである。しかし、非ニュートン流体の熱伝達の研究は、その重要さにもかかわらず、いまだ explosive とはいえないようである。その原因は研究の歴史の浅さにもよるが、主として非ニュートン流体の性状の複雑さによるものと思われる。熱伝達の理論解析を進めるためには、まず流体の性質を良く表わし、かつ解析に都合のよい流動に関する基礎式を確立する必要がある。現在のところ種々の形のものが提出されているが、いまだ確定的なものは無いようである。現段階で熱伝達の解析を進めるには、理論的にやや不備な点があるが、指数法則による表現が比較的多くの流体に適合し、かつ解析を行なう上にも便利ではないかと考えられる。

現在までになされた非ニュートン流体の熱伝達に関する理論的、実験的研究は主として管内熱伝達に限られているが、さらにこの場合でも内部発熱のある場合、助走区間の問題など、実用上にも重要な問題が数多くあり、これらの問題の解決が期待される。またプラスチックの押出加工や射出成型加工に関連して、種々の形の流路内を流れる高分子融液の熱伝達も取り扱われなければならない。これらの場合、せん断応力による発熱とか、膨張による冷却効果は無視できないかもしれない。高分子融液が断面積の急激に変る通路を流れる場合などには、著るしい弾性効果が表われるので、非ニュートン粘性のみで取り扱うことは危険である。

このように高分子融液の伝熱現象を厳密に解析的に取り扱うことは、非常に困難を伴なうと思われるので、現象の本質をとらえる適切な仮定による近似解析法の確立が望まれる。これには多くの実験的研究の集積が大きな役割を演ずると思われる。また電子計算機の応用も今後の研究に大きな貢献をなすことが予想される。

一方、流体摩擦とのアナロジーも発展を期待される分野である。しかし、現在のところ非ニュートン流体の乱流摩擦そのものの解明が先決問題であると思われる。この他流動層や固定層における伝熱現象など、解決を期待される問題が山積している。解決さるべき問題は広範囲で、関連する工学分野は多岐にわたるゆえ、各分野の研究者の積極的協力のみが大きな発展を約束するものと思われる。

R. B. Bird (University of Wisconsin) 非ニュートン性流体の伝熱に関しては三つの問題が考えられねばならないと思う。連続現象的、また分子論的の双方の見地から、実験的にまた理論的に研究する必要がある。

1. レオロジ的数式の確立

過去 10 年間に¹⁾おいては、工学における理論的な解析のほとんどが、たとえばビンガム塑性、指数法則、フィロソフの式などのように、簡単なモデルによったものであった。これらのモデルは最初円管内の定常流の研究が行なわれたので提出されたものである。しかし、これらのモデルは流体の弾性を考慮に入れていない。ために、非定常状態の流動現象を説明することができない。したがって、もっとも重要な問題は定常および非定常の現象を、さらによく説明するレオロジー的な式をつくりあげることにあると思う。最近、Oldroyd, Rivlin, Erickson, および Dewitt, Pao によって提出されたモデルはこの方向に対する新しい試みであり、工学者はこのような研究をさらに詳しく行なう必要があると思う。

2. レオロジーの変数の温度依存性

伝熱の計算や関係式の作成に当っては、レオロジーのモデル(たとえば Oldroyd モデル)における種々の定数が、温度によってどのように変るかを知らねばならないが、現在のところ、この種の情報については断片的なものしか得られていない。

3. 非ニュートン性流体の熱的性質

さらに加えて、粘・弾性物体の熱伝導度、および比熱を知る必要がある。不幸にして、それに関する実験的データは事実上皆無である。そのようなデータが得られるまでは、実験式の確立、あるいは意味のある理論的な計算において良い研究を行なうことは困難である。

甲藤 好郎(東京大学) 機械工学でやっている熱伝達と化学工学での熱伝達とは、区別があるわけではありませんが、客観的に見ますとそのやり方にすこし差があるように思われます。その差は両工学の持っている要請とか性格から来るものと思いますが、化学工学のほうではなんとかまとめようという総合的な傾向が強い。機械工学のほうではなんとか分析して、その基礎に横たわっている現象をもっとはっきりさせる傾向があるように感じます。この総合的な方法も分析的な方法も、今後の熱伝達という学問の発達について非常に大事なことでありますが、これが日本のようにばらばらの形で行なわれているのでは非常に損であるように思います。少なくとも日本では化学工学と機械工学の分野の熱伝達の研究者がいままであまり手を握っていないように感ぜられるので、機械工学における熱伝達研究者の一人としてこれからもっと化学工学の方と手を握りいろいろ教えていただくと同時に、機械工学のほうから提供する知識があったら、十分提供したいと思います。そうすれば、さきほど水科教授がいわれたように、もっと理論的・解析的にやるというような点でもうすこし寄与できるのではないかと

思っております。

橘 藤雄(東京大学) いま甲藤さんのお話は、まことにわたしたちの常日頃考えていることそのままでありまして、機械工学における熱伝達関係者として非常にうれしいと思います。これに関連致しまして、10月(1961)に熱伝達関係の研究者および技術者の集まりである日本伝熱研究会というものを作ろうということになりまして、化学工学物理関係など全部の分野を網羅した研究会をもとうということになりました。それで伝熱に関心を持っておられる audience の方にメンバーになっていただきたいと存じますのでふるってご参加いただき、また知り合いの方にもぜひお誘いいただくようお願い申し上げます。これはいま水科先生のおっしゃったとおり、われわれ全体の問題でありますので、ちょっとその事情を申し上げました。

結 論

前 田 四 郎*

本日ここで取り上げた題目は伝熱の中では特殊とも思われるもので

- 1) Heat transfer between particles and fluids.
 - 2) Heat transfer in packed bed with fluid flow.
- および
- 3) Heat transfer of Non-Newtonian flow.

が主であります。

前二者はまだ不明の点があるとはいえ、かなり多くの研究者によって研究され、その伝熱の機構や速度も大体予知できるようになって来ている。これに反して非ニュートン流の伝熱は最近その重要性がきわめて増して来たにもかかわらず報文の数も少なく、やっと理論的研究が発表される段階になった程度で将来の研究に俟つところがきわめて多いと思う。Ranz・国井・平井の三教授の本日の御講演はきわめて示唆に富むものであって、それぞれの分野における指針となり、将来の発展を促すものといえよう。

一般的に言えば、伝熱は他の単位操作に比して比較的によく発達した分野である。しかし実際は現在普通に使われている操作の中でもまだ不十分な点が多い。一例を

* 東北大学工学部化学工学科

あげると液中を上昇する気泡と周囲の液が反応をおこすときに問題になるのはその境膜温度であって、流体本体の温度ではないが、真の境膜温度は不明であってわれわれの知りうるのは液本体の温度に過ぎない。燃焼反応にもほぼ同様なことがいえる。このような問題は現在の温度測定とは異なった方法をとらなければ解決はむずかしいと思われる。また装置中を流れるガスが温度分布を持っているときにその平均温度を知ることは今まで多くの研究者の苦しんできたところであるが、やはり解決され

ていない。

われわれ Chemical engineers は一方においては化学工業の進歩とともに起こる新しいいろいろの問題の解決と同時に、上述のような古い未解決の問題の解決にも努めねばならない。さらにまた、新しい研究によって化学工業を lead していく勇気と努力を持つ必要がある。

最後に講師ならびに Commentator の諸氏のご熱心なご講義とご討論に感謝してこのシンポジウムを終わりたいと思う。

書評

Rohsenow, W. M. and H. Y. Choi

“Heat, Mass and Momentum Transfer”

Prentice-Hall, Inc., 1961

Engineering Sciences の中に Transfer and Rate Processes が取り上げられて以来、類似の書名のものがしばしば見られるようになった。その代表的なものが R. B. Bird 氏らの著書であろうが、これはむしろ化学工学を専攻する学生を対象としたもので、一般の工学部の学生には必ずしも適当ではない。それにくらべると本書はかなり一般向きになっているが、それでもまだ著者の 1 人 Rohsenow 教授が M. I. T. の機械工学科に所属し、かつ Heat Transfer Laboratory の director であるため熱移動の占める割合が多すぎる。運動量移動（第 I 部）64 ページ、熱移動（第 II 部）290 ページ、物質移動（第 III 部）46 ページのほかに第 IV 部を Special Topics として 75 ページをあて、付録 27 ページがついている。本文全体は 20 章で、各章末にやさしい問題がたくさんつけてある点は勉学者には親切であろう。なお共著者 Choi 氏は Tufts Univ. の機械工学科助教授である。

なお、参考までに本書の内容を列記しておく。

1. 序 論	15. 静止系および層流における拡散
第 1 部 運動量移動	16. 乱流における物質移動および実験結果
2. まえがき	第 4 部 特殊な話題
3. 層流における運動量移動	17. 次元解析
4. 乱流における運動量移動および実験結果	18. 数値計算法およびアナログ計算法
第 2 部 熱移動	19. 非可逆熱力学による速度式
5. まえがき	20. 輸送特性に関する分子運動論
6. 静止系における熱移動	付 録
7. 層流における熱移動	A. 二次元定常拡散
8. 乱流における熱移動および実験結果	B. 一次元非定常拡散——平板
9. 沸騰を伴う熱移動	C. 一次元非定常拡散——無限体
10. 凝 縮	D. ベクトル表記法一覧
11. 高速流体および真空中における熱移動	E. 物性定数
12. 熱交換器	F. 混合気体の物性
13. 輻射伝熱	
第 3 部 物質移動	
14. まえがき	

[S. F.]