液 滴 ・ 気 泡

記事特集にあたって 一昨年の化学工学協会主催総合シンポジウムでは、テーマとして「気泡に関する諸問題」および「液滴に関する諸問題」が取り上げられ各種装置内の気泡および液滴の諸現象に対して、活発な討論がなされ、問題点もかなり浮彫りされたようである。しかもこれらの問題解決は単に化学工学的知識ばかりでは不可能で、特に界面化学や流体力学の分野の方々との協調の上で、はじめてなしうることのように思われた。

そこで本号ではこれら諸現象を追求してゆく際の back ground となるような、かなり基礎的な分野を取り上げ、その現況を各部門における先端の方々に解説して戴いた。もちろんここに取り上げた基礎的な問題にしてもすべて解決しているわけではなく、残された課題の多いのに驚く。今回の企画の結果液滴、気泡に関心を寄せられる人が増し、問題解決に役立てば幸いである。

[担当者 前田 四郎*]

液 滴 の 生 成 と 運 動 その 1 (液々系)**

上 山 惟 恒***

緒 言

化学工学上、液体中の液滴の挙動が問題となるのは主として液々抽出に関してであろう。したがって従来、そこに起こる物質移動過程の解析を中心にして滴の研究が行われてきた。しかし近年、このような過程を本質的に把握するために流体運動の基礎からおさえていこうとする傾向が次第に顕著になり、液滴の抗力、変形、振動などに関する研究が行なわれるようになった。すでに抽出の研究者自身、シュミット数の指数の相関データから単に滴の運動のようすを推定する段階をはなれて、流体運動の知見と物質移動のデータの両面から全体としての液滴をとらえようとする方向を示しているようにみえる。

しかし液滴の場合は固体流体系とは種々の点で異なり、理論解析は依然としてきわめて困難な状態にある。その第1は両相の運動方程式を連立に解かねばならない

という根本的な複雑さの問題である。また対象となるレイノルズ域がストークスの近似も、境界層理論も共に適切な近似にならないような、中間域であり、さらに滴の変形や振動の問題があって理論的にすっきりした解を与えることは非常に困難である。

滴運動の問題には当然、滴群や攪拌系も含まれるべきであるが、ここではそれらについてはふれず、単一滴の自由運動とノズルより生成する滴の大きさについて最近のいくつかの報告を中心にしてその傾向をのべる。1960年頃までのものについては Kintner^{1b)} の総説を参照していただきたい。

1. 低レイノルズ数域での運動

低レイノルズ数域での液滴の定常運動については古くから Hadamard-Rybczynski の解^{21, 22)} が知られている。これは固体球のまわりの Stokes の解に対応するもので $Re \rightarrow 0$ の厳密解である。実際には霧程度のものがこの条件に合う位で、あまり実用性はないと思われるが、解析

* Siro Maeda 東北大学工学部 化学工学科

** 昭和42年2月6日受理

*** Koretsune Ueyama 大阪府立大学 工学部化学工学教室

が比較的容易であるため、現象を知る手がかりとして研究対象になっている。最近このような低レイノルズ数域での汚染現象について二つの報告^{5,8)}がなされた。これらはいずれも Bond ら²⁾のデータを汚染問題として定量的に説明しようとするものである。Bond らの報告は粘性比 $X(=\mu_d/\mu_c)=10^{-3}\sim 10^{-7}$ の4種の系(うち2種は気液系)について、滴半径 a に対する抵抗率(同一条件下で固体球に対する抗力と液滴に対する抗力との比) k の変化をしらべたもので、ある臨界半径 a_c を境にして、 $a < a_c$ では固体球、 $a > a_c$ では気体球のようにふるまうという結果をえている。ここで彼らは a_c を式(1)で表わした。

$$a_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\Delta\rho g}} \quad (1)$$

この遷移の基準を示す $a^2\Delta\rho g/\sigma$ は普通ボンド数 (Bo) とよばれている。

Schechter ら²⁰⁾はこのような遷移を生ずる原因が微量に存在する不純物によるものと考え、滴面上の汚染物による界面張力の分布を式(2)のように仮定して両相の Stokes 運動方程式を解いた。ここに用いた境界条件は

$$\sigma = \sigma_0 - \alpha \cos \theta \quad (2)$$

界面速度が両相等しいというような通常の条件の他に下の条件を加えた³⁰⁾。すなわち境界面の界面張力 σ とその

$$\left. \begin{aligned} -(\tau_{r\theta})_c + (\tau_{r\theta})_d &= \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \\ -(\tau_{rr})_c + (\tau_{rr})_d &= -\frac{2\sigma}{a} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

分布を考慮している。その結果は下式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_d &= -\frac{1}{2} r^2 \sin^2 \theta \left\{ \frac{g\Delta\rho}{3} - \frac{\alpha}{a^2} \right\} \\ &\times \left\{ \frac{r^2}{3\mu_d + 2\mu_c} - \frac{a^2}{3\mu_d + 2\mu_c} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2 a^2 \sin^2 \theta}{3\mu_d + 2\mu_c} \left\{ 1 - \frac{r^2}{a^2} \right\} \left\{ \frac{a^2 g\Delta\rho}{3} - \alpha \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

この式は $\alpha \rightarrow 0$ のとき Hadamard-Rybczynski の解に、さらに $X \rightarrow \infty$ のときは固体球の解になる。ところが同時に汚染物質の量、あるいは係数 α によって流れのパターンは変化せずに流れの速度が滴全体にわたって均一に変化することになるのに対し、実験では汚染物質を少しずつ添加していくと、滴後部の岐点に静止部があらわれ、それが次第に前部へ向かって拡大し、ついには循環流が完全に停止してしまうことが知られている⁹⁾。計算によれば抵抗率の Bond ら²⁾によるデータを比較적으로よく説明できるが、このように観測と全く合わないで問題がある。Schechter らは滴の変形を考慮しなければならないと述べている。

一方 Davis ら³⁾は気泡に Savic²⁷⁾のモデルを採用し、(i) 静止部では $u_\theta = 0$, (ii) 循環部では $\tau_{r\theta} = 0$ の条件

図1 $1/k$ の実測値²⁾と計算値

で、静止部の大きさをきめる θ^* および純粋系基準の抗力係数の近似値をもとめた。なお滴が固体的に挙動する条件として下式をもとめている。ここに $\Delta\sigma$ は滴表面 $ga^2\Delta\rho/\Delta\sigma \leq 3/8$ (5)

上の $\sigma(\theta)$ の最大差であるが、これはさきに述べた式(1)と非常によく似ており、修正ボンド数 (Bo^*) と名づけるべきものである。この条件は剪断力のつり合いをあらわす式(6)を積分してもとめられるが、ここで無次元の

$$\frac{1}{d\rho U^2} \cdot \frac{d\sigma}{d\theta} = \tau_{r\theta}^* \quad (6)$$

$\tau_{r\theta}^* Re \equiv (\tau_{r\theta}/\rho U^2) \frac{2Ua}{\nu}$ が単に θ だけの関数であると仮定している。このことは少なくとも抗力係数のうち摩擦による分だけは $C_{Df} \propto 1/Re$ の形をとるということである。図1は Davis-Acrivos の抗力係数対 Bo^* の図から計算したものと Bond-Newton のデータとを比較したもので、ここでは $\Delta\sigma$ を臨界半径 a_c における値に等しく一定として逆算してもとめた。Davis-Acrivos の計算は気泡に関するもので粘性係数比 X が大きくなると当然不適当になるであろう。

2. 高レイノルズ数域の運動

2.1 滴の運動速度

はじめにのべたように、抽出の場合のレイノルズ数域は主として最も解析困難な中間域にある。Hamielec ら^{10,11)}は滴が球形で定常運動をする場合の両相の運動をもとめるため Galerkin 法を用いて近似的な流れ関数 ϕ をもとめた。まず ϕ の形を式(7)のように仮定する。

$$\phi_{d,c} = f_{1d,c}(r) \sin^2 \theta + f_{2d,c}(r) \sin^2 \theta \cos \theta \quad (7)$$

$$f_{1d} = (E_1 + E_2 r^2) r^2, \quad f_{2d} = (F_1 + F_2 r^2) r^2$$

$$f_{1c} = \left(\frac{r^2}{2} + \sum_{i=1}^4 A_i r^{-i} \right), \quad f_{2c} = \sum_{i=1}^4 B_i r^{-i}$$

この関数は合計12個の未定係数を含む。境界条件としてはすべて界面 ($r=1$) で $u_{\theta d} = u_{\theta c}$, $u_{rd} = u_{rc} = 0$, $(\tau_{r\theta})_d = (\tau_{r\theta})_c$ の4つをとる。 $r \rightarrow \infty$ で主流速度になる条件は仮定した ϕ の中でみだされている。その他の条件としては (i) $r=1$ で $D^4\phi_0 = 0$, (ii) $A_4 = B_4 = 0$,

(iii) 界面で Galerkin 条件をとる。以上三つの場合を考える。基底関数 $\eta_1 = \frac{1}{r} \sin^2 \theta = \frac{2}{3r} (P_0 - P_2)$ と $\eta_2 = \frac{1}{r^2} \sin^2 \theta \cos \theta = \frac{1}{5r^2} (P_1 - P_3)$ とを荷重関数 (荷重残差法の意味で) として $\int_1^\infty \int_{-1}^{+1} R_c \cdot \omega_{1,2} dr dz = 0$, $z \equiv \cos \theta$ により係数をきめる。上の (iii) は $\int_{-1}^{+1} R_c \omega_{1,2} dz = 0$ である。

計算はかなり煩雑で最終的には計算機の力をかりなければならぬが、この結果を用いて流線、界面速度はもとより、抗力、はく離角度やはく離開始点など、検証可能な量を必要に応じて算出することができる。実験的検討にはあとでふれるが、Hamielec らの追究法は液々系の流体運動を解析する一つの典型的な方向を示しており、Galerkin 法を含む、いわゆる「荷重残差法」を中心に今後この種の近似法^{6,31)}の簡易化合理化が進められていくものと思われる。

別の近似法を用いたものに Chao³⁾の境界層解析がある。これは軸対称三次元の座標でポテンシャル流れからの摂動として境界層方程式を一次元放物形に帰着させて解いたもので、球形を仮定している。

これら中間レイノルズ数域の理論計算は既往の多くのデータによって種々の角度から検討することができる。例えば、抗力係数について Chao の計算結果は、はく離のないことを仮定しているため全く合わない。はく離後の圧力分布を無限遠の圧力と同じとして C_D を補正すれば傾向としてはかなり改善されるが、それでもまだデータの方が2倍位大きい。問題は $Re=100 \sim 800$ ぐらいで境界層流がうまくできるかどうかということの他に、滴内の運動がはたしてポテンシャル流れからの摂動で記述されうるかどうかにあると思われる。 $Re \rightarrow \infty$ となれば境界層の仮定が適切になるが、 $Re=200 \sim 500$ ぐらいで変形、振動がおこるのでやっかいである。一方 Hamielec らの (iii) の場合 $Re \rightarrow 0$ で $C_D = 16N/3Re$ となる。 N は X の関数で $9(87X^2 + 238X + 120)/(87X^2 + 296X + 240)$ で表わされる。この C_D の関係を基礎に半理論式 $C_D = 3.05N/Re^{0.74}$ が出されている。 C_D のこの関係は $Re=4 \sim 100$ で固体球 ($X=\infty$) はかなりはずれる ($Re=0$ で約20%) が、気泡を含む7種の系についてはかなりよく合う。

つぎにはく離角度は滴内循環流れのため、固体球の場合より後方にずれることが推定され、実験でも確かめられる。前岐点からはかったはく離角度 θ_s は固体球では Re に対し急減し、 Re が約500で大体 100° 一定となる。液々系の Winnikow-Chao³⁵⁾の実測では θ_s は $Re=200 \sim 500$ ぐらいまでゆるやかに増大し、その後 $Re \rightarrow 700$ ぐらいまで漸減する。結果は Chao の計算に比較的良好に合

うが、この実験は相互溶解系であって、物質移動を伴っており、純粹に流体力学的な解析が適用できるかどうかは疑問である。

2.2 滴の振動

定常的に落下する液滴は Re に対して C_D が最小、終速が最大になる付近で振動を始めることが知られている。振動を開始する条件は、たとえば Hu-Kintner¹⁴⁾の図の屈曲点で与えられるが、通常 $Re=200 \sim 500$ の範囲である。滴の振動は後部に渦を吐き出すことにより起こるものと考えられている^{14,15,29,35)}。しかし振動周期と渦吐出の周期とは必ずしも一致しない³⁵⁾。

静止流体中で滴が振動する現象の解析は古くから行なわれており、Lamb³⁰⁾によってまとめられている。両相が理想流体の場合、滴の形を $r = a + S_n \cdot \sin \omega t$ と仮定して、滴内外のポテンシャル $\phi_c = \frac{\omega a}{n+1} \cdot \frac{a^{n+1}}{r^{n+1}} \cdot S_n \cdot \cos \omega t$, $\phi_a = \frac{-\omega a}{n} \cdot \frac{r^n}{a^n} S_n \cdot \cos \omega t$ より圧力の式 $p/\rho = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \Omega + \text{const}$ から圧力をもとめて内外の圧力差より次式がえられる。 Ω は重力ポテンシャルである。

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{a^3} \cdot \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{(n+1)\rho_a + n\rho_c} \quad (8)$$

Schröder-Kintner²⁹⁾は Lamb の式 (8) が実測値の角周波数 ω より大きい値を与えることを見しだい、滴形に振幅の補正関数 $b \equiv 1 + (d_{\max} - d_{\min})/2d_{av}$ を導入して $r = a + \frac{b}{a^n} V_n \sin \omega t$ とおき、Lamb と同じ手順で式 (9) を導いた。 d はすべて垂直方向にはかったもの

$$\omega^2 = \frac{b\sigma}{a^3} \cdot \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{(n+1)\rho_a + n\rho_c} \quad (9)$$

である。この式は式 (8) に b を乗じただけのものであるが、 b の実験式 (10) を用いると式 (8) による相關よ $b = 0.805 d_s^{0.255} \quad (10)$ りもかなり改善される。なお n は長楕円-扁楕円形の最も単純な振動に対し $n=2$ である。Schröder らの19種の系132点のデータに対し平均誤差は約9%であるが、振幅のデータはばらつきが大きく式 (10) は ω の計算にのみ用いるべきであるとしている。Rose-Kintner はこの結果を用いて振動滴の熱および物質移動速度のデータを検討している²⁹⁾。Winnikow-Chao³⁵⁾のデータを式 (9) によって計算してみると表1のようになり、これもいくらか実測値に近づいている。

以上の議論は両相とも理想流体にもとづくもので、粘性によるエネルギー消散は考慮されていないし、実験でみているような重力による並進運動も考慮していない³⁵⁾。実験によれば、振幅の減衰はほとんどおこっていない模様で²⁹⁾、結局渦の吐き出しによるにしても、また他の原因によるにしても、運動しながら振動する滴は重力エネルギーの一部を振動に消費して定常的な運動を保

つものと思われる。

2.3 滴の変形

非常に小さい滴 (たとえば $a^2 g \Delta \rho / \sigma < 0.1$)⁴⁾ は球形であるが、実際に化学工学の問題になるような状況では、液滴はほとんどが何らかの意味で球から変形している。ストークス域の変形条件として、例えば Taylor-Acrivos³²⁾ による次式がある ($\Delta > 0$, 長楕円; $\Delta < 0$, 扁楕円)

$$\Delta = \frac{Y-1}{12} \cdot (1+X) - \left[\frac{81}{80} X^3 + \frac{27}{20} X^2 + \frac{103}{40} X + \frac{3}{4} \right] \quad (11)$$

$$Y \equiv \rho_a / \rho_c$$

が、変形度を定量的に与える理論的研究はあまりないようである。通常、変形の度合を示すものとして、近似的に滴を回転楕円体とし、(長軸/短軸) $\equiv E (> 1.0)$ をもって変形度 (distortion coefficient) としている。Taylor-Acrivos はストークス域で E を式 (12) であらわしている。

$$\begin{aligned} r &= a(1+\zeta) \\ \frac{\zeta}{\lambda} &= -\frac{We P_2}{2} - \frac{3(11X+10)}{140(X+1)} \cdot \frac{We^2}{Re} \cdot P_3 \\ \lambda &\equiv \frac{1}{4\Delta(X+1)^3} \\ E &= \frac{1+\zeta_H \left(\cos \frac{\pi}{2} \right)}{1+\zeta_V (\cos \theta)} \quad (12) \end{aligned}$$

Wellek ら³⁴⁾ の実験によれば、これらの理論がストークス域のものであるにもかかわらず粘性比 X が 0.5 以下の場合、 $Re=200$ くらいでさえかなりよく合う。 $Re < 20$ に対し (13 点) 平均誤差は -6.1% , $X < 0.5$ の 7 点に対し -5.5% である。

Wellek らは既往データ^{17,19)} を含め 45 の二成分系の非振動変形を実験的に検討した。まず $E \equiv E(We, Re, Bo, Fr, X)$ において各無次元量の効果をしらべたところ、 We と X とだけが有意で他のパラメータ (Re, Bo, Fr) は統計的に E に無関係であることがわかった。そして次式がいずれも 6% 程度の誤差で成り立つことを見いだ

$$E = 1.0 + 0.091 We^{0.95} \quad (13)$$

$$E = 1.0 + 0.093 We^{0.98} X^{-0.07} \quad (14)$$

した。しかし E と前述の Bo との関連性は古くから知られており、最近 Reinhart²⁵⁾ が気液系の実験式として提出した下式は液々系を含めてかなり広汎なデータを相

$$E = 1.0 + SBo, \quad S = 0.130 \quad (15)$$

関づけることができる。ただし S の値はデータ^{6,9,19,35)} により 0.10~0.13 程度である。

Wellek らは別に Bo だけを用いた式を最小自乗法でもとめ下式が 8% 強の平均偏差で成り立つことを見いだ

$$E = 1.0 + 0.129 Bo \quad (16)$$

$$E = 1.0 + 0.163 Bo^{0.757} \quad (17)$$

表 1 滴振動数の計算値と実測値

d_e [cm]	b 式(10)より算出	$\omega/2\pi$ [1/sec]		
		式(8) より算出	式(9) より算出	実測値 ³⁵⁾
0.353	0.637	22.20	17.7	14.14
0.384	0.646	19.55	15.7	12.81
0.431	0.666	16.44	13.4	10.98
0.454	0.674	15.34	12.6	10.71
0.486	0.685	13.70	11.3	9.20

している。この式は Reinhart の式 (15) と一致しているが $\mu_c > 2.5$ [cp] でデータからはずれる。 Bo は μ を含まないので、この外部粘性の影響を考慮できないのは当然である。

式 (13), (14) で We は速度 U を含んでおり、この U がまた物性、滴径の関数であるので、Wellek らは物性と滴径だけの関数として最小自乗法により別の実験式をもとめた。式中 μ は cp の単位だが他はすべて c. g. s. 単位である。この誤差は 8.0% である。 $E-1$ は滴径の

$$E = 1 + 7.6 \sigma^{-0.85} d_e^{1.97} \Delta \rho^{0.79} \mu_c^{-0.46} \mu_d^{-0.11} \quad (18)$$

ほぼ 2 乗に比例しているが、振動する滴も含めるとほぼ d_e に比例する。

3. ノズルによる滴生成

ここでは単一ノズルについてのべる。単一ノズルの場合は液々抽出の実際には直接役に立つわけではないが、多数ノズルや多孔板を使用するときの基礎的な問題として興味をもたれ諸研究者によって取り扱われてきた。

ノズルから分散液相を流出させた場合、流出速度を 0 から次第に増加させていくと、分散状態は (i) 単一滴化、(ii) 層流からの滴化、(iii) 乱流からの滴化、(iv) スプレー、の 4 段階に分けられる⁷⁾。均一な滴がえられるのは単一滴化の範囲である。このような分散状態で生ずる滴の大きさを推算するのに、従来 Hayworth-Treybal¹²⁾ の式がよく用いられてきた。この式は界面張力項、浮力項、運動のエネルギー項とさらに分離をはじめた滴部のうける抗力項を考慮に入れた半理論式である。その後、滴部分離開始から分離完了までの間に滴部に流入する分散相量を実験的にまとめた項をとり入れた式³³⁾が提出された。さらに Null-Johnson²²⁾ は滴生成中のくびれ部の径や滴部先端の成長速度などを詳しく測定し、実験的にもとめた諸係数を使用して生成滴の大きさをもとめる式を提出したが、粘性の影響は重要でないとしている。各推算式による滴容は必ずしもよい一致を示すとはいえない。

この種の報告はその後久しく見当たらなかったが、最近 Rao ら³⁴⁾ の報告がなされた。それによると滴生成成分

離の過程をノズル先端部に分散滴がふくらむ段階と、ふくらんだ滴部が分離の運動を始めて実際に分離に至る段階とに分けた。前段階は滴となるべき部分の容積が静的生成滴容 V_s に達するまでとし、それ以後はこの部は分離の運動を始め第2の段階に入ると考えた。第2の段階に入ってから分離完了までに要する時間を t とし、この間ノズルから流出する液が滴部に流入すると考えると、生成滴容 V_F は次式であらわされる。ここに Q は分散

$$V_F = V_s + Qt \quad (19)$$

相の容積速度である。Rao らはこの t をもとめるために滴の分離瞬間の状態について図2(a), (b)に示す二つのモデルを考えた。すなわち、連続相の粘度が小さい場合にはモデル(a)が適用できるとする。残留分散相の形は(a)のようになり、この時の残留部の先端の成長速度は

図2 滴分離時のモデル

図3 μ_c 大なる時の V_F の実測値と計算値

ノズル中の線速度 u_N の $1/2$ に等しいから、滴部の上昇速度が $u_N/2$ に等しくなったときに分離が完了すると考える。つぎに連続相の粘度が大きいときはモデル(b)に示すように分離運動を開始した滴部が残留分散相先端から V_s の容積をもつ球の半径に相当する D_s だけ移動して分離が完了すると考える。運動中の滴部に作用する力のつり合いの式からそれぞれの条件に適合する t をもとめることによって式(19)から生成滴容 V_F をもとめることができる。相当大胆な考え方ではあるが、計算値と実測値は割り合いによく合うことを実験データと比較して示している。Rao らは連続相の粘度が 477 [cp] までの実験を行なっている。特にこのような高粘度の系に対して従来の諸式を補外適用した場合の計算値と、Rao らの実測値およびモデル(b)による計算値を比較して図3に示す。ただし、Null らの式による値は 0.034 [cm³] 程度となるので図には記載してない。それぞれの計算値には相当の違いがある。

この種の実験は大方相互に飽和させた系に対するものであるが、Null ら²²⁾の酢酸エチル-水(連続相)系では飽和させずにえたデータは計算値と著しく異なっている。物質移動を伴う場合にはここでも相当問題がある。なお界面張力を変化させる目的で表面活性剤などを加えた場合は静的界面張力によって取り扱えないことも注意すべきと思われる²³⁾。実際には物質移動がおこる場合が重要であるが、非常に複雑で今のところほとんどわからない。

さらに、生成する滴の容積や相当直径を推算しえたとしても、一般に物質移動量がたとえとされている滴生成時の抽出の計算に限れば十分な役にはたせない。生成過程において滴の形状と表面積がどのように変化するかということが、流れの問題とともに重要になる。静止滴^{16, 23)}または生成速度の非常におそい範囲について^{8, 13, 23)}は幾つかの報告がある。実用的な生成速度において Angelo ら¹⁾の生成中の滴の写真撮影による測定結果では容積も表面積もともに時間に比例して直線に増加していることが認められている。このことは簡単に相当球より表面積を算出することが適切でないことを示している。

結 言

以上、滴運動の一部として単滴の自由運動速度、滴の振動、変形に関し最近の研究の傾向ならびにノズルより生ずる滴の大きさなどについて簡単にのべた。実際装置において滴の果たす役割は非常に重要であるにもかかわらず実際には解明されていない問題があまりにも多いことを痛感する。

使用記号

a : 相当半径	[L]	V_n : 体球関数	[L ⁿ⁺¹]
a_c : 臨界半径	[L]	V_s : 静的生成滴容	[L ³]
b : 変形パラメータ	[—]	We : ウェバー数	[—]
Bo : ボンド数 $\equiv a^2 g \Delta \rho / \sigma$	[—]	X : 粘性係数比 $\equiv \mu_d / \mu_c$	[—]
Bo^* : 修正ボンド数	[—]	Y : 密度比 $\equiv \rho_d / \rho_c$	[—]
C_D : 抗力係数	[—]	Z : $\equiv \cos \theta$	[—]
d_e : 相当直径	[L]	Δ : 物性の関数	[—]
$D_s \equiv (6 V_s / \pi)^{1/3}$	[L]	ζ : 滴面の a よりの偏角	[—]
E : 変形度	[—]	η : 基底関数	[—]
f : 関数	[—]	θ : 後岐点から測った角度	[—]
Fr : フルード数	[—]	θ_s : はく離角度	[—]
g : 重力加速度	[LT ⁻²]	θ^* : 静止冠状部角度	[—]
k : (抗力)/ $6\pi\mu_c a U$	[—]	λ : 物性の関数	[—]
n : 整数	[—]	μ : 粘度	[ML ⁻¹ T ⁻¹]
N : 粘度比の関数	[—]	ν : 動粘度	[L ² T ⁻¹]
p : 圧力	[ML ⁻¹ T ⁻²]	ρ : 密度	[ML ⁻³]
P_n : ルジャンドル係数	[—] [†]	σ : 界面張力	[MT ⁻²]
Q : 容積速度	[L ³ T ⁻¹]	τ : 応力	[ML ⁻¹ T ⁻²]
r : 半径方向座標	[L]	τ^* : $\equiv \tau / \rho U^2$	[—]
R_c : 残差	[—]	ϕ : 速度ポテンシャル	[L ² T ⁻¹]
Re : レイノルズ数	[—]	ϕ : 流れ関数	[—]
S : 定数	[—]	ω : 振動角周波数	[T ⁻¹]
S_n : 球面関数	[L]	Ω : 重力ポテンシャル	[L ² T ⁻²]
t : 時間	[T]		
u_N : ノズル線速度	[LT ⁻¹]		
u_r : r 方向速度	[LT ⁻¹]		
u_θ : θ 方向速度	[LT ⁻¹]		
U : 主流速度	[LT ⁻¹]		
V_F : 生成滴容	[L ³]		

添え字

c : 連続相側
d : 分散相側
r : 半径方向
θ : 周方向

引用文献

- Angello, J.B., E.N. Lightfoot and D.W. Howard: *A. I. Ch. E. Journal*, **12**, 751 (1966)
- Bond, W.N. and D.A. Newton: *Phil. Mag., Ser., 7*, **5**, 794 (1928)
- Chao, B.T.: *Phys. Fluids*, **5**, 69 (1962)
- Davies, C.N.: *Proc. Phys. Soc. (London)*, **57**, 259 (1945)
- Davis, R.E. and A. Acrivos: *Chem. Eng. Sci.*, **21**, 681 (1966)
- Finlayson, B.A. and L.E. Scriven: *Chem. Eng. Sci.*, **20**, 395 (1965)
- 藤縄勝彦他: 化学工学, **21**, 194 (1957)
- Garner, F.H. and A.R. Hale: *Chem. Eng. Sci.*, **2**, 157 (1953)
- Griffith, R.M.: *Chem. Eng. Sci.*, **12**, 198 (1960)
- Hamiel, A.E. and A.I. Johnson: *Can. J. Chem. Eng.*, **40**, 41 (1962)
- Hamiel, A.E., S.H. Storey and J.M. Whitehead: *ibid.*, **41**, 246 (1963)
- Hayworth, C.B. and R.E. Treybal: *Ind. Eng. Chem.*, **42**, 1174 (1950)
- Heertjes, P.M. and L.H. de Nie: *Chem. Eng. Sci.*, **21**, 755 (1966)
- Hu, S. and R.C. Kintner: *A. I. Ch. E. Journal*, **1**, 42 (1955)
- Hughes, R.R. and E.R. Gilliland: *Chem. Eng. Progr.*, **48**, 497 (1952)
- Johnson, A.I. and L. Braida: *Can. J. Chem. Eng.*, **35**, 165 (1957)
- Keith, F.W. and A.N. Hixon: *Ind. Eng. Chem.*, **47**, 258 (1955)
- Kintner, R.C.: *Advances in Chemical Engineering*, **4**, 51 (1963)
- Klee, A.J. and R.E. Treybal: *A. I. Ch. E. Journal*, **4**, 464 (1958)
- Lamb, H.: "Hydrodynamics", 450, 473 (1963)
- See, Levich, V.G.: *Physicochemical Hydrodynamics*, 395 (1962)
- Null, H.R. and H.F. Johnson: *A. I. Ch. E. Journal*, **4**, 273 (1958)
- Poutanen, A.A. and A.I. Johnson: *Can. J. Chem. Eng.*, **35**, 165 (1957)
- Rao, E.V.L.N., R. Kumar and N.R. Kuloor: *Chem. Eng. Sci.*, **21**, 867 (1966)
- Reinhart, A.: *Chem.-Ing.-Tech.*, **36**, 740 (1964)
- Rose, P.M. and R.C. Kintner: *A. I. Ch. E. Journal*, **12**, 530 (1966)
- Savic, P.: *Nat. Research Lab Rep. (Canad.)* MT-22 (1953)
- Schechter, R.S. and R.W. Farley: *Can. J. Chem. Eng.*, **41**, 103 (1963)
- Schröder, R.R. and R.C. Kintner: *A. I. Ch. E. Journal*, **11**, 5 (1965)
- Scriven, L.E.: *Chem. Eng. Sci.*, **12**, 98 (1960)
- Snyder, L.J., J.W. Spriggs and W.E. Stewart: *A. I. Ch. E. Journal*, **10**, 355 (1964)
- Taylor, T.D. and A. Acrivos: *J. Fluid Mech.*, **18**, 466 (1964)
- 上山雅恒: 化学工学, **21**, 766 (1957)
- Wellek, R., A.K. Agrawal and A.H.P. Skelland: *A. I. Ch. E. Journal*, **12**, 854 (1966)
- Winnikow, S. and B.T. Chao: *Phys. Fluids*, **9**, 50 (1966)

[†] $P_0(z)=1$, $P_1(z)=z$, $P_2(z)=\frac{1}{2}(3z^2-1)$, $P_3(z)=\frac{1}{2}(5z^3-3z)$