- 11, 151 (1965)
- 8) Inazumi, H.: *Kagaku Kōgaku (Chem. Eng., Japan)*, 26, 763 (1962)
- 9) Inazumi, H.: *ibid.*, 26, 553 (1964)
- 10) Inazumi, H.: *ibid.*, 29, 807 (1965)
- 11) Kikkawa, S. and M. Takeda: *Trans. J. S. M. E.*, 32, 658 (1966)
- 12) Lebedev, P.D.: *Sushka infrakrasnymi luchami*, Gosenergoizdat (1955)
- 13) Luikov, A. V.: *Heat and Mass Transfer in Capillary-porous Bodies*, Pergamon Press (1966)
- 14) Luikov, A. V. and Y. Mikhailov: *Theory of energy and mass transfer*, Prentice Hall, U. S. A. (1960)
- 15) Mickley, H. S., R. C. Ross and A. L. Squyers: *NACA, Tech. Note*, 3208 (1954)
- 16) Modine, A. D., E. B. Parrish and H. L. Toor: *A. I. Ch. E. Journal*, 9, 348 (1963)
- 17) Morgan, R. P. and S. Yerazunis: *A. I. Ch. E. Journal*, 13, 132 (1967)
- 18) Nakajima, M.: *Kagaku Kōgaku (Chem. Eng., Japan)*, 28, 825 (1965)
- 19) Nesterenko, A. V.: *Zh. T. F.*, 24, No. 4 (1954)
- 20) Ohtani, S., M. Suzuki and S. Maeda: *Kagaku Kōgaku (Chem. Eng., Japan)*, 28, 642 (1964)
- 21) Poots, G.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, 5, 525 (1962)
- 22) Pyatachkov, B. I.: *Kinetika sushki kuokovogo torfa (dissertatsiya)* M. E. I. (1954)
- 23) Ranz, W. E. and P. F. Dickson: *Ind. Eng. Chem., Fundamentals*, 4, 345 (1965)
- 24) Ready, D. W. and A. R. Cooper Jr.: *Chem. Eng. Sci.*, 21, 917 (1966)
- 25) Schlünder, E. U.: *Int. J. Heat Mass Transfer*, 7, 49 (1964)
- 26) Smirnov, M. S.: *ibid.*, 5, 521 (1962)
- 27) Smolsky, B. M. and G. T. Sergeyev: *ibid.*, 5, 1011 (1962)
- 28) Takamatsu, T., M. Hiraoka and K. Tanaka: *ibid.*, 7, 621 (1964)
- 29) Takamatsu, T., M. Hiraoka and K. Tanaka: *ibid.*, 7, 631 (1964)
- 30) Tien, L. C. and S. W. Churchill: *A. I. Ch. E. Journal*, 11, 790 (1965)
- 31) Tōei, R., M. Okazaki, K. Kubota, K. Ōhashi, K. Kataoka and K. Mizuta: *Kagaku Kōgaku (Chem. Eng., Japan)*, 30, 43 (1966)
- 32) Tōei, R., S. Hayashi, J. Hasegawa, T. Kai and S. Tanaka: *ibid.*, 28, 458 (1964)
- 33) Tōei, R., S. Hayashi, S. Sawada and T. Fujitani: *ibid.*, 28, 25 (1965)
- 34) Venezian, E., M. J. Crespo and B. H. Sage: *A. I. Ch. E. Journal*, 8, 383 (1962)

XXII-8 非 ニ ュ ー ト ン 流*

平 井 英 二**

前回³⁾以後に発表された非ニュートン流体の伝熱に関する研究の傾向は、Ostwald の指数法則や Ellis の式を使用して平板やくさび型の伝熱の理論的解析が多く、実験的研究は比較的少ない。紹介は重要と思われるものについて重点的に行なう。

1. 理論的解析

1.1 円管内の場合

非ニュートン流体が層流で流れている場合に、Ellis の式を使用しての解析は Matsuhisa ら²⁾、三石ら³⁾によって行なわれている。

Matsuhisa らは Ellis の式として次式を使用している。

$$-\frac{dv_x}{dy} = \frac{1}{\eta_0} \left\{ \frac{\tau_{yx}}{1 + (\tau_{yx}/\tau_{1/2})^{\alpha-1}} \right\} \quad (1)$$

ただし、 η_0 は剪断応力が 0 のとき

の粘度であり、 $\tau_{1/2}$ は $\eta_0/2$ のときの剪断応力の値である。壁における熱流束が一定の場合に、温度助走域におけるヌッセルト数は

$$Nu_x = \frac{\Gamma(2/3)}{9^{1/3}} \left\{ \frac{\tau_w(1 + T_w^{\alpha-1})D^3}{\kappa\eta_0 Z} \right\}^{1/3} \quad (2)$$

また一定壁温の場合は

$$Nu_x = \frac{1}{\Gamma(4/3)9^{1/3}} \left\{ \frac{\tau_w(1 + T_w^{\alpha-1})D^3}{\kappa\eta_0 Z} \right\}^{1/3} \quad (3)$$

となる。

熱的に十分発達した場合は

図1 一定熱流束で Ellis の式による理論解

* 昭和42年3月1日 受理

** Eiji Hirai 金沢大学 工学部

図2 ヌッセルト数と n の関係

図3 ヌッセルト数とプラントル数の関係

図4 傾斜平板上の固体

$$Nu_z = \frac{\frac{11}{48} + \left(\frac{2T_w^{\alpha-1}}{\alpha+1} \right) f_1 + \left(\frac{2T_w^{\alpha-1}}{\alpha+1} \right)^2 f_2}{\left(1 + \frac{4T_w^{\alpha-1}}{\alpha+3} \right)^2} \quad (4)$$

ここで, f_1, f_2 は α の関数であり, 次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= 2/3 - 8/\{(\alpha+3)(\alpha+5)\} + 4/\{(\alpha+3)(\alpha+7)\} \\ f_2 &= 1/2 - 8/\{(\alpha+3)(\alpha+5)\} + 4/(\alpha+3)^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

この結果マッセルト数と T_R の関係は図1となる。しかしこれらの式を利用した実験式は発表されていないが、式(2)、(3)はそのまま使用できると思われるが、ただ右辺の係数が多少違ってくるかもしれない。

内部発熱を伴う場合については岐美ら⁹⁾のがある。内部発熱を伴わない場合に比較するに、温度分布およびヌッセルト数が非常に影響を受けている。

1.2 相似解

擬塑性流体の境界層理論は平板やくさび型についてよく研究されている。

Lee ら⁴⁾は指数法則および Eyring の式を使用して解

析を行なっている。流体は非圧縮性であり、定常状態で2次元流れとし、比熱は一定であると仮定して連続方程式、運動方程式およびエネルギー方程式から変換群による方法を使用して解析を行なっている。この結果プラントル数が10以下では温度分布は流速によって相当に影響されることがわかった。またヌセルト数に対する n の影響は図2のようになり、 n が1より小さいと熱伝達率は n によって影響を受ける。 n が1より大きい場合はヌセルト数とプラントル数の関係は図3となり、近似的に

$$Nu_x = x^{1/3} Re_x^{-1/(n+1)} Pr^p [f'(0)|_{Pr=1}] \quad (6)$$

ここでプラントル数の指数 $p \div 1/3$ となり、無次元温度関数 $f'(0)$ の値は n によって異なるが、 $n=0.2 \sim 2$ の間では $0.4407 \sim 0.4968$ である。

1・3 固体の溶解

固体を含むプロセスにおいて、反応を行なう前にその固体を溶解せねばならない。固体に加えられる熱は溶解温度まで固体温度を上げるためのものと融解潜熱とである。溶解した液体がニュートン流体である場合は Ross¹³⁾によって行なわれており、これを非ニュートン流体に発展させたのが Skelland¹⁴⁾である。

図4のように傾斜した加熱平板上に固定された固体がある場合に、溶解した液体が x 方向に流れ、かつ指数法則が適用されると仮定する。すなわち

$$\tau_{yx} = \frac{K}{\sigma_c} \left(-\frac{dv}{dy} \right)^n \quad (7)$$

を使用すると、局所熱伝達係数 h_x は

$$h_s = \left\{ \frac{n[C_{p2}(T_m - T_i) + \lambda + 1/2 C_{pL}(T_w - T_m)] \rho k^{(2n+1)/n}}{2(3n+1)(T_w - T_m)x} \times \left[\frac{(-dP_f/dx)q_c}{2K} \right]^{1/n} \right\}^{n/(3n+1)} \quad (8)$$

となり、固体の厚さが Γ_1 から Γ_2 まで変化する場合は平均熱伝達係数 h_{m0} は

$$h_{m0} = \frac{3(n+1)^2 g_c L}{2(n+1)(3n+2)(\Gamma_1 - \Gamma_2) \rho_0 g \cos \phi} \times \left\{ \frac{n[C_{ps}(T_m - T_s) + \lambda + 1/2 C_{pL}(T_w - T_m)] \rho k^{(2n+1)/n}}{2(3n+1)(T_w - T_m)L} \left(\frac{g_c}{2K} \right)^{1/n} \right\}^{n/(3n+1)} \times \left[\left(-\frac{dP_f}{dx} \right)_{r_1}^{(3n+2)/(3n+1)} - \left(-\frac{dP_f}{dx} \right)_{r_2}^{(3n+2)/(3n+1)} \right] \quad (9)$$

となり，圧力勾配 ($-dP_f/dx$) は

$$-\frac{dP_f}{dx} = \frac{\Gamma \rho_s (g/g_c) \cos \phi}{L} + \rho \frac{g}{g_c} \sin \phi \quad (10)$$

である。 $n=1$ の場合に $\{C_{pL}(T_w - T_m)\}$ を省略すると Ross の式と一致する。 Ross の場合は理論と実験がよく一致しているので、この解も実験と一致するものと考えられる。

2. 実験式

2.1 円管内の場合

Peterson ら¹¹⁾ は Metzner ら⁷⁾ の式を発展させて、ニュートン流体にも適用できる熱伝達の実験式を作った。擬塑性流体が乱流の場合は

$$St = \frac{(f_i/2\theta_m)(\mu_{w0}/\mu_{100})^{-0.10}}{(1/\phi_m) + 11.8\sqrt{f_i/2}(Pr-1)/Pr^{1/3}} \quad (11)$$

ビンガム体の場合も同様に

$$St = \frac{(f_i/2\theta_m)(\eta_{p10}/\eta_{p100})^{-0.10}}{(1/\phi_m) + 11.8\sqrt{f_i/2}(Pr-1)/Pr^{1/3}} \quad (12)$$

Metzner らの式と比較するに (11) 式の分子の粘度の項が付加されているのが異なっている。 f_i は等温流の摩擦係数で n の関数である。 ϕ_m は平均流速と最大流速の比であり、速度分布から計算され

$$\phi_m \equiv 1/[1 + 3.68n^{0.25}\sqrt{f_i/2}] \quad (13)$$

でも示される。 θ_m はニュートン流体から計算される係数であり、平均温度差と最大温度差の比であり、これを表 1 に示す。この外にも層流およびレイノルズ数が 2,100~10,000 の間の実験式も作っている。

なお Reilly ら¹²⁾ は平板による自然対流の研究を発表している。

2.2 プレート式熱交換器

これについては Crozier ら¹⁾ の研究がある。Crozier らは Metzner ら⁶⁾ の理論式を基礎とし、 $G_s > 20$ の場合に

$$Nu_a = 1.86 \left(\frac{D_e G C_{pL}}{kL} \right)^{1/3} \left(\frac{2n'+1}{3n'} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad (14)$$

$G_s < 20$ の場合に

$$Nu_a = 0.5 \left(\frac{D_e G C_{pL}}{kL} \right) \left(\frac{2n'+1}{3n'} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad (15)$$

ただし、相当直径 D_e はプレート間の距離の 2 倍を使用した。式 (14), (15) の右辺の $(2n'+1)/3n'$ は平板なので、Metzner らの円管とは異なっている。 n' の決定は図 5 から計算し、 $n'=0.8$ なので $\{(2n'+1)/3n'\}^{1/3} < 1.08$ となる。よってこの項を無視した。図 6 に実験結果を示す。

2.3 押出機

Griskey ら²⁾ は押出機によって溶融したポリエチレンとポリプロピレンの伝熱実験を行なっている。この研究の重点は粘性による散逸である。これを図 7 に示す。この結果から散逸の影響はあまり大きくなかった。なお散逸の大きさを示すブリンクマン数であるが、この場合は散逸が大きくなればなるほど負の値が大きくなっていく。

この外の研究であるが、攪拌槽壁における伝熱については水科¹⁰⁾ のものがある。この方面の最初の研究であり、有効な実験式を発表している。

表 1 θ_m の値

Pr	1	3	10	30	100
Re					
10^4	0.84	0.90	0.95	0.97	0.99
10^5	0.86	0.91	0.95	0.98	0.99
10^6	0.88	0.92	0.95	0.98	0.99

図 5 平行プレート間の流動特性

図 6 平行プレートの熱伝達

図 7 温度分布の比較

使用記号

Br : グリンクマン数, C_p : 比熱, D_e : 相当直径, f_t : 等温流の摩擦係数, G : 質量速度, g : 重力加速度, g_c : 変換係数, h : 熱伝達係数, k : 熱伝導度, L : 固体の幅または管長, ΔP_f : 圧力降下, Pr : プラントル数, R : 管半径, Re : レイノルズ数, St : スタントン数, T : 温度, $Tr = \tau_w / \tau_{1/2}$, v : 流速, $\bar{v}$: 平均流速, Γ : 固体の厚さ, η_{pt} : 塑性粘度, κ : 熱拡散率, λ : 融解潜熱, μ : 粘度, ρ : 密度, τ : 剪断応力

[添え字] a : 算術平均, b : 平均温度, L : 液体, m : 溶解, s : 固体, w : 固体壁, w_b : 壁における剪断応力および平均流体温度, ww : 壁における剪断応力および壁温度

文 献

- 1) Crozier, R. D., Booth, J. R. and Stewart, J. E.: *Chem. Eng. Progr.*, **60**, No. 8, 43 (1964)
- 2) Griskey, R. G. and Wiehe, I. A.: *A. I. Ch. E. Journal*, **12**, 308 (1966)
- 3) 平井英二: *化学工学*, **27**, 203 (1963)
- 4) Lee, S. Y. and Ames, W. F.: *A. I. Ch. E. Journal*, **12**, 700 (1966)
- 5) Matsuhisa, S. and Bird, R. B.: *A. I. Ch. E. Journal*, **11**, 588 (1965)
- 6) Metzner, A. B., Vaugh, R. D. and Houghton, G. L.: *A. I. Ch. E. Journal*, **3**, 92 (1957)
- 7) Metzner, A. B. and Friend, P. S.: *Ind. Eng. Chem.*, **51**, 879 (1959)
- 8) 坂美格・松本隆一: *化学工学総合シンポジウム*, **2**, 94 (1963)
- 9) 三石信雄・宮武修: *化学工学*, **30**, 813 (1966)
- 10) 水科・伊藤・村上・田中: *化学工学*, **30**, 819 (1966)
- 11) Peterson, A. W. and Christiansen, E. B.: *A. I. Ch. E. Journal*, **12**, 221 (1966)
- 12) Reilly, I. G., Tien, C. and Adelman, M.: *Can. J. Chem. Eng.*, **44**, 61 (1966)
- 13) Ross, T. K.: *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.*, **51**, No. 17, 67 (1955)
- 14) Skelland, A. H. P.: *Can. J. Chem. Eng.*, **44**, 64 (1966)

XXII-9 化学反応を伴う熱伝達*

大 島 栄 次**

ま え が き

最近、反応器内の輸送現象すなわち化学反応と移動過程との関係に対する関心が深まっている。化学反応を伴う熱伝達の問題もその一例であり、これは反応器の安定性あるいは固体触媒反応の選択性などの実際の見地からみても重要な問題であるが、研究としてはまだ解決されていない点も多い。その原因としては、現象の複雑さ、実験の困難さに加えて、物性定数として代表値を評価する明確な根拠がないことなどが挙げられる。

解析の面では、近年目ざましい進歩を遂げている宇宙工学におけるこの分野の先駆的研究によるところが大きい。その方面の研究は Rosner⁽¹⁾ が総説にまとめている。ここでは、話題を気体反応を伴う場合の熱伝達にしばって、最近の研究の紹介を行なう。

1. 反 応 の 影 響

現象的に見ると、従来の熱伝達の取り扱いとの差異は

まず反応熱の影響である。とくに均相反応を伴う場合には、熱収支から導かれる伝熱の基礎方程式に反応熱による発熱あるいは吸熱の項を加えなければならない。Topper⁽²⁾ はこの効果のみを考へて、円管内の層流で反応による発熱速度がもっとも簡単な形として温度の1次関数である場合について Greatz 形の式の解を求めている。

しかしながら、伝熱機構は反応によってこの他いろいろな形で影響を受けることが考えられる。たとえば、反応系は必ず濃度分布およびそれによる拡散現象を伴うために、物性値の場所的な分布が著しくすることがあり、とくにモル数変化を伴う気体反応系では、状態方程式の制約から濃度分布は密度分布を生み、流速分布を与える Navier-Stokes の式において、密度を定数として解くことが厳密でなくなる。この場合、連続の式においても非圧縮性の仮定はくずれ、さらには自然対流項の考慮が必要となってくる。

また、濃度分布と温度分布が共存する系では、それら相互の干渉効果、すなわち濃度勾配によって熱が移動するような効果 (Dufour 効果) が現われることが考えられる。この現象は不可逆過程の熱力学^(1,15,16,38) を用い

* 昭和42年3月20日 受理

** Eiji O'Shima 東京大学 工学部