- Japan, 4, 348 (1971)
- 9) Hui, A. W. and A. E. Hamielec: *J. Polymer Sci.*, C 25, 167 (1967)
- 10) Imoto, T., Y. Iwasa, S. Lee, K. Ishii and M. Takao: *Kôgyo Kagaku Zasshi*, 73, 793 (1970)
- 11) Imoto, T., S. Lee and M. Takao: *Kôgyo Kagaku Zasshi*, 73, 1708 (1970)
- 12) Iwasa, Y., S. Lee and T. Imoto: *Kagaku Kôgaku*, 31, 380

- (1967)
- 13) Moore, J. C.: *J. Polymer Sci.*, A 2, 835 (1964)
- 14) Onyon, P. F.: *J. Polymer Sci.*, 22, 19 (1956)
- 15) Ray, W. H., T. L. Douglas and E. W. Godsalve: *Macromolecules*, 4, 166 (1971)
- 16) Stockmayer, W. H.: *J. Chem. Phys.*, 13, 199 (1945)
- 17) Tung, L. H.: *J. Appl. Polymer Sci.*, 10, 375 (1966)

振動場における非反発性物体および

反発性物体集合体の上下方向の運動*

——振動ミルの粉碎機構の基礎的研究——

向 阪 保 雄**・牧 教 雄***
吉 田 哲 夫**

大阪府立大学工学部 化学工学科**

緒 言

振動ミルに関する従来の研究のほとんどは粉碎現象にもっとも大きなかわりあいをもつ粉碎媒体および被粉碎物の運動を考えずに論じられてきている。そこでこの点に着目して、本研究では粉碎媒体および被粉碎物の運動を詳細に検討し、その結果に基づいて振動ミルにおける粉碎現象を考察していくことを試みた。その研究の一環として本報告では、まず上下方向に単調振動をする面上における非反発性物体の運動について従来の研究が十分でなかった点を中心に検討し、つぎにこれと同様の手法を用いて振動ミルの場合のように個々のものが反発性である鋼球集合体の上下方向運動について検討を行なった。

1. 振動面上におかれた非反発性物体の運動

上下方向（重力方向）に単調振動をする水平面上に

おかれた非反発性物体の流体抵抗も無視できる場合の運動を、従来検討が不十分であった振動加速度の大きい範囲^{1,5)}に対して以下に解析を行なった。

1・1 基礎式

上下方向に単調振動をする水平面の変位が

$$x_d = a_0 \sin \omega t \quad (1)$$

で表わされるとき、その水平振動面上に自由におかれた非反発性物体は、 $d^2 x_d / dt^2 < -g$ において振動面から離れ、面上に落下するまでの間流体抵抗がなければ

$$\frac{d^2 x_p}{dt^2} = -g \quad (2)$$

に従って跳躍運動を行なう。振動面から離れるときの位相角を γ_i とすると、跳躍中の物体の変位は

$$X_p = -\frac{1}{2K}(\theta - \gamma_i)^2 + (\theta - \gamma_i) \cos \gamma_i + \sin \gamma_i \quad (3)$$

ただし、

$$X_p = x_p / a_0, \quad K = a_0 \omega^2 / g, \quad \theta = \omega t$$

で表わされる。面が振動を始めてから物体が最初にその面から離れる、すなわち跳躍を開始する位相角を γ_1 とすると、

$$\gamma_1 = \sin^{-1}(1/K) \quad (4)$$

となる。第2, 3, ..., i , ..., n 番目の跳躍開始の位相角を $\gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_n$ とすると、これらはそれぞれに対応する落下時の位相角 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{i-1}, \dots, \delta_{n-1}$ に依存する。すなわち $i \geq 2$ に対して

$$\gamma_i = \sin^{-1}(1/K) \quad \dots \delta_{i-1} \leq \sin^{-1}(1/K) \quad \text{のとき} \quad (5)$$

* <Vertical Motion of a Non-Repulsive Body and a Bed Composed of Repulsive Bodies in Vibrating Field—Fundamental study on grinding mechanism of vibration mill—>

Received on June 8, 1972

化学工学協会第33年会（京都，1968年4月），同第36年会（東京，1971年4月）および同第37年会（名古屋，1972年4月）にて研究発表

** Yasuo Kousaka (正会員) and Tetsuo Yoshida (正会員) Dept. of Chem. Eng., Univ. of Osaka Pref., Osaka, Japan

*** Norio Maki (正会員) 倉敷紡績（株） Kurashiki Boseki Co., Ltd.

Fig. 1 Trajectory of a non-repulsive body on a vibrating plate

$$\gamma_i = \delta_{i-1} \quad \dots \delta_{i-1} > \sin^{-1}(1/K) \text{ のとき} \quad (6)$$

ここで δ_i は, Eq.(1) で $x_d/a_0 = X_d$ において Eq.(3) と等置した次式から trial and error method によって求められる。

$$-\frac{1}{2K}(\delta_i - \gamma_i)^2 + (\delta_i - \gamma_i)\cos \gamma_i + \sin \gamma_i - \sin \delta_i = 0 \quad (7)$$

1.2 運動の様式

以上より振動加速度を変えたときの振動面上の非反発性物体の運動軌跡が計算されるが, その計算結果から物体の運動は振動加速度に応じてつぎの三つの運動様式に区分できることがわかった。

様式-I: 跳躍回数 i に無関係に毎回の跳躍軌跡が全く同じ場合 (Fig. 1-(ii), (v), (x))

様式-II: i とともに軌跡が変化し $i \rightarrow \infty$ において一定の安定した軌跡に収れんする場合 (Fig. 1-(iii), (vi), (xi))

様式-III: 異なった二つ以上の軌跡が一つの組となってその組が繰返し現われる場合 (Fig. 1-(iv), (vii), (viii), (ix), (xii))

これらの様式-I, II, III は加速度の増加とともにこの順で繰返し現われる。様式-II から III に移る直前および様式-III の中で, たとえば Fig. 1-(iii) から (iv) へ移る直前などで, わずかな K の範囲ではあるが $i \rightarrow \infty$ において交互に現われる異なった二つの軌跡に収れんする様式, すなわち様式-II と III の組合わさった様式があり, これには Fig. 1 中の K の範囲に括弧をつけて区別した。様式-I の K の範囲については安定性の解析からも全く同じ値が得られている^{3,5)}。Fig. 1 に示す K よりも

大きい範囲に対する運動様式の計算結果はここでは省略した。

1.3 計算結果の整理

Eqs.(5)~(7) から計算される δ_1, δ_2 の計算結果を Fig. 2 に, また前述のように δ_i が i に依存して変化する場合の一例を Fig. 3 に示した。つぎに物体の最大跳躍高さ $\Delta H_1, \Delta H_2$ と K の関係を Fig. 4 に示す。これはつぎのようにして求めたものである。最大跳躍高さに達する位相角 $\theta_{\max}$ は

$$\theta_{\max} = K \cos \gamma_i + \gamma_i \quad a_0 \omega \cos \gamma_i > 0 \quad (8)$$

$$= \gamma_i \quad a_0 \omega \cos \gamma_i \leq 0 \quad (8)'$$

したがって

$$\Delta H_1 = [X_p]_{\theta_{\max}} - \sin \delta_i$$

$$= \frac{1}{2} K \cos^2 \gamma_i + \sin \gamma_i - \sin \delta_i$$

$$a_0 \omega \cos \gamma_i > 0 \quad (9)$$

$$= \sin \gamma_i - \sin \delta_i \quad a_0 \omega \cos \gamma_i \leq 0 \quad (9)'$$

物体の跳躍運動の様子は以上のものであるが, つぎに物体が振動面に衝突するときの相対速度および衝突時の運動のエネルギーを求める。まず相対速度 V_{ri} は

$$V_{ri} = \left[\frac{dx_d}{dt} \right]_{\delta_i} - \left[\frac{dx_p}{dt} \right]_{\delta_i} \quad (10)$$

より

$$\frac{\omega V_{ri}}{g} = \delta_i - \gamma_i + K(\cos \delta_i - \cos \gamma_i) \quad (11)$$

Fig. 5 に Eq.(11) の計算結果を示す。つぎに質量 m_0 なる物体の単位時間あたりの衝突時の運動のエネルギーは,

Fig. 2 Correlation of K and falling phase angle δ_i

Fig. 3 Correlation of K and falling phase angle δ_i

運動が収束した段階において、

$$E_T = \frac{1}{2g_c} m_b N_{eff} \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_{ri}^2 \right) \quad (12)$$

ここで単位時間あたりの衝突回数 N_{eff} は ω および K によってきまる値であり

$$2\pi N_{eff} = \omega g(K) \quad (13)$$

で表わせ、 K のみの関数である $g(K)$ の値は Fig. 1 中にあわせて示したごとくである。さらに Eq.(11) の右辺もまた K のみの関数であることから Eq.(12) はつぎのように書きかえられる。

$$\begin{aligned} E_T &= \frac{m_b}{2g_c} \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \left(\frac{g}{\omega} \right)^2 G(K) = \frac{g^2 m_b}{4\pi g_c \omega} G(K) \\ &= \frac{g^{3/2} m_b}{4\pi g_c} \sqrt{a_0} F(K) \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、

$$G(K) = \left(\frac{\omega}{g} \right)^2 g(K) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_{ri}^2 \right)$$

$$F(K) = G(K) / \sqrt{K}$$

ここで $F(K)$ の計算結果を示したのが Fig. 6 である。

1.4 2, 3の実験値と計算値の比較

以上のような非反発性物体とほぼみなしうるものとし

Fig. 4 Correlation of K and reduced falling height ΔH_i

Fig. 5 Correlation of K and colliding velocity V_{ri}

て鉛の散弾の充てん層を用いた。Fig. 7はその実験装置の概要を示すもので、振動によって生ずる跳躍運動の様子は容器底面と層最下部との相対変位つまり空隙を、ストロボとフィルム移動式カメラを用いて観察した。また落下点の位相角の測定については、容器底にとりつけたチタン酸バリウムのピックアップにより散弾が容器底に落下したときに生じる衝撃力を検出し、これを電磁オシロで記録しその波形の乱れから測定するという方法をも併用した。Fig. 8-(i)~(v)はストロボの透過光とフィルム移動式カメラを用いて撮影した写真で、下部の白い部分が容器底面と層最下部との間に生じた空隙を示し、上部は層最上部の運動を示している。これらの写真では横方向が時間、縦方向が変位を示しており、それぞれに対応する計算値は Fig. 1-(ii), (iv), (v), (x), (xii)に示されている。これらから実験値と計算値の両者がほぼ良好に一致していることがわかる。このような一連の写真観測の結果から落下点の位相角 δ 、無次元落差 ΔH が求まるが、それらをプロットしたのが Figs. 2 および 4 に示す実験点である。 K の増加とともに実験値が多少計算値から離れる傾向を示すのは、完全に非反発性で

Fig. 6 Calculated value of $F(K)$

Fig. 7 Experimental apparatus

Fig. 8 Trajectory of lead shot layer in a vertical cylinder
($\alpha_0=3$, $D_m=12.8$, $L=10$ layer)

流体抵抗を受けない物体として、もはや散弾充てん層を用いることに問題があると思われる。

2. 振動する容器内にある反発性物体（鋼球）の集合体としての運動

ここでは鋼球のように個々のものが反発性である物体を容器に何層かに積重ねて充てんした場合について考察する。このような問題を検討することはとくに振動ミルに固有の粉碎機構を明らかにする上で重要な意義をもっているので、ここではおもに振動ミルの場合に焦点を合わせた形で検討をすすめることとする。

2・1 鋼球の充てんのしかた、容器形状、振動の方向による上下方向の運動の差異

Fig. 9は直径9.54mmの鋼球を10mm内径のガラス容器に一列に10個積上げ、この容器を上下方向に単調振動させたときの個々の鋼球の運動の様子を示したものである。これは前述のような透過光ではなく容器前面に設けたスリットに前面からストロボの光線を照射したときの反射光を前述のフィルム移動式カメラによって撮影したものである。この場合もやはり横方向が時間、縦方向が変位を示し、最下部の正弦波形は容器の運動を示している。このように鋼球を一直線上に積上げると、それがたとえ10層以上であっても反発の影響が強く現われて運動は上層においてはもとより下層においても不規則に乱れることがわかる。しかし鋼球直径の数倍以上の径

Fig. 9 Trajectory of steel ball layer lined up in a single file ($\alpha_0=3$, $K=6$, $D_m=10$, $D_b=9.54$, $L=10$ layer)

の容器を用いると、反発力の方向が一直線上に積上げたときのように一方とはならないことと衝撃力の作用による充てん構造の変化によって反発の影響が著しく緩和される。Fig. 10-(i), (ii)は鋼球径に対して容器径が大きいときのストロボの透過光による撮影結果で、これによると層最下部の運動の規則性が明らかに認められる。この写真は鋼球の積上げ層数が10層の場合を示しているが、このほか5層、20層で行なった実験結果もこれとほとんど変わらない。Fig. 10-(i)に示すようにKが小さいときには1・4で述べた鉛の散弾の場合の運動とあまり変わらない。すなわち鋼球群を非反発性とみなして扱ってもさほど問題はなように思われる。

以上はFig. 7に示すような円筒容器をその中心軸を鉛直方向においた場合であるが、つぎにこの容器の中心軸を水平においた場合の容器内部の鋼球群の運動を示し

(i) K=3 (ii) K=6

Fig. 10 Trajectory of steel ball bed in a vertical cylinder ($a_0=3$, $D_m=12.8$, $D_b=3.1$, $L=10$ layer)

(i) K=3 (ii) K=6

Fig. 11 Trajectory of steel ball bed in a horizontal cylinder ($a_0=3$, $D_m=100$, $D_b=4.76$, $L=29$, $J=0.8$)

(i) K=3

(ii) K=6

(iii) K=10

Fig. 12 Trajectory of steel ball bed in a horizontal cylinder (circular vibration, $a_0=3$, $D_m=100$, $D_b=4.76$, $L=29$, $J=0.8$)

たのが Fig. 11-(i), (ii) である。この場合、容器内の鋼球充てん率すなわち容器内容積に対する鋼球のみかけ容積の割合は 80% であるので、Fig. 10 に比べ容器上半部の器壁の影響を受けてその運動は多少抑制されている。

つぎに上記と同じ条件で、ただ振動として水平方向成分の入った円振動を与えた場合の上下方向の運動の様子を示したのが Fig. 12-(i)~(iii) である。なおこの写真では振動に水平方向の成分があるため写真の横方向すなわち時間軸の刻みは一定とはならない。しかし鋼球群の運動の規則性およびその運動の周期が振動の周期と合致していることがこれらの写真から認められる。

以上鉛の散弾の充てん層に上下方向に振動を与えたときの運動から、振動ミルのように鉛直方向の断面が円形でしかもその断面に平行な円振動をする振動を与えた場合の鋼球群の運動に至るまで、多少の省略はあるが系統的に写真で示した。そして一部の例外を除いてその運動に周期性のみられることを示した。そこで最後に示した振動ミルに関係深い場合の鋼球群の運動について、さらに詳しく検討を行なうこととする。

2・2 上下方向の運動に対する運動方程式と計算結果の整理

運動方程式を考えるにあたって、1・1 で述べた扱いのほかにこの場合にはどのような因子が新たに加わっているかを考える。第 1 に個々の鋼球は反発性であること、第 2 に円筒容器の中心軸を水平においた場合鋼球充てん率が 50% 以上のとき容器上半部の器壁の影響を受けること、第 3 に振動が円振動であれば水平方向の力の成分が付加されることがあげられる。すなわちこれらによって鋼球上層部は激しく不規則に運動し、それがその下の部分の鋼球群に対して外乱として定常的に重力方向に力を作用していると考え、Eq.(2) に対応する式として次式が適用できる。

$$\frac{d^2 x_p}{dt^2} = -g - \lambda(a_0 \omega^2 - g) \quad (15)$$

ここで λ は鋼球の充てんのしかた、容器形状、振動の方向などによってきまる外乱の大きさの程度に関係する値で、また $(a_0 \omega^2 - g)$ は振動加速度とともに増加する外乱の項を示す。換言すれば Eq.(15) の右辺第 2 項は鋼球上層部における不規則に運動する部分のその量と運動の激しさの程度に依存する値である。

つぎに初期条件として、Eq.(4) に対応する式は

$$\gamma_i^* = \sin^{-1}(\lambda'/K) \quad (16)$$

ただし、

$$\lambda' = 1 + \lambda(K-1)$$

で表わされ、したがって Eqs.(5), (6) に対応する式はつぎのように表わせる。

$$\gamma_i^* = \sin^{-1}(\lambda'/K)$$

$$\delta_{i-1}^* \leq \sin^{-1}(\lambda'/K) \text{ のとき} \quad (17)$$

$$\gamma_i^* = \delta_{i-1}^* \quad \delta_{i-1}^* > \sin^{-1}(\lambda'/K) \text{ のとき} \quad (18)$$

Eq.(15) を解いて Eq.(7) と同様に δ_i^* を求めると

$$-\frac{\lambda'}{2K}(\delta_i^* - \gamma_i^*)^2 + (\delta_i^* - \gamma_i^*) \cos \gamma_i^* + \sin \gamma_i^* - \sin \delta_i^* = 0 \quad (19)$$

δ_i^* の計算結果を Fig. 13 に示す。最大跳躍高さとなる位相角および無次元落差は Eqs.(8), (9) と同様にして

$$\theta_{\max}^* = \frac{K}{\lambda'} \cos \gamma_i^* + \gamma_i^* \quad a_0 \omega \cos \gamma_i^* > 0 \quad (20)$$

$$= \gamma_i^* \quad a_0 \omega \cos \gamma_i^* \leq 0 \quad (20')$$

$$\Delta H_i^* = \frac{K}{2\lambda'} \cos^2 \gamma_i^* + \sin \gamma_i^* - \sin \delta_i^* \quad a_0 \omega \cos \gamma_i^* > 0 \quad (21)$$

$$= \sin \gamma_i^* - \sin \delta_i^* \quad a_0 \omega \cos \gamma_i^* \leq 0 \quad (21')$$

ΔH_i^* の計算結果を Fig. 14 に示す。また衝突時の相対速度 V_{ri}^* は Eq.(11) と同様に求まり

$$\frac{\omega V_{ri}^*}{g} = \lambda'(\delta_i^* - \gamma_i^*) + K(\cos \delta_i^* - \cos \gamma_i^*) \quad (22)$$

これらの計算結果を Fig. 15 に示す。この Fig. 15 で $\lambda =$

Fig. 13 Correlation of K and δ_i^*

Fig. 14 Correlation of K and δH_i^*

0.15の曲線を直線近似すると $V_{ri}^* \approx 1.6 a_{00}$ となり Lüdecke ら⁴⁾ が示している 平均衝突速度が得られる。つぎに一定の λ に対する物体と振動面との衝突時の運動のエネルギーを Eq. (14) と同様にして求めると

$$E_T^* = \frac{g^2 m_b}{4 \pi g c \omega} G^*(K, \lambda) = \frac{g^{3/2} m_b \sqrt{a_0}}{4 \pi g c} F^*(K, \lambda) \quad (23)$$

ここで

$$G^*(K, \lambda) = \left(\frac{\omega}{g} \right)^2 g^*(K, \lambda) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_{ri}^2 \right)$$

ただし、

$$g^*(K, \lambda) \approx 1 \quad \dots \lambda \text{ が大きいとき}$$

$$F^*(K, \lambda) = G^*(K, \lambda) / \sqrt{K}$$

$F^*(K, \lambda)$ の計算値を Fig. 16 に示す。

つぎに 1・2 で述べた運動の様式について検討する。まず Fig. 1-(ii) から (iii) に移る、つまり最初の様式-I から様式-II に移る K の値を考えると、そこでは

$$\delta_i^* = \gamma_i^* + 2\pi \quad (24)$$

となるので、これを Eq. (19) に代入する。そのさい Eq. (17) の条件も用いると

$$K = \frac{(1-\lambda)\sqrt{1+\pi^2}}{1-\lambda\sqrt{1+\pi^2}} \quad (25)$$

Fig. 15 Calculated value of V_{ri}^*

Fig. 16 Calculated value of $F^*(K, \lambda)$

が得られる。これより $\lambda \geq 1/\sqrt{1+\pi^2}$ においては様式-I のみの運動となることがわかる。 $\lambda=0$ とすると 1・4 で示した鉛の散弾の充てん層のようなほぼ理想的な非反発性物体の運動が説明でき、2・1の写真で示した場合には、Figs. 10~12の順に外乱が大きくなっているので λ が増加すると考えればそれぞれの場合の運動が説明できる。

2・3 Eq. (15) の λ の値について

λ の値の大小は定性的には説明できるが、理論的に、定量的に定めることは困難であるため実験によってこれを定めた。

まず代表的なものとして、Fig. 7 に示す垂直円筒容器に上下方向の単調振動を与えた場合、その容器内部に充てんされた鋼球群の運動について λ を調べたところ $\lambda=0.1$ が得られた。また Fig. 12 に示した実験条件すなわち一般の振動ミルとほぼ同条件の場合の λ を調べたところ $\lambda=0.15$ が得られた。このような λ を選んだとき、 δ_i^* , δH_i^* の計算値と実験値が K の広い範囲に対してどの程度対応するのかわを示したのが Figs. 13, および 14 のプロットである。つぎに λ がどのような因子に関係する

Fig. 17-(i) Experimental correlation of a_0 and λ in the case of steel balls charged in a horizontal cylinder

Fig. 17-(ii) Experimental correlation of λ and J

Fig. 17-(iii) Experimental correlation of λ and D_m/D_b

かを調べた結果が Fig. 17 (i)~(iii) である。Fig. 17-(i) で a_0 によって λ が変わらないことは、Eq.(15) の $(a_0\omega^2 - g)$ の項で外乱の程度が十分に評価されているためである。Fig. 17-(ii) で J の増加とともに λ が増加しているが、これは J とともに容器上部壁の影響を受けて鋼球の運動が抑制されるためである。また円振動を与えたときの方が上下振動の場合より λ が大きくなっているのは鋼球の循環運動の影響が現われるためと考えられる。また図中にあわせて示した垂直円筒容器の場合には、水平円筒容器で $J < 0.4$ 、すなわち容器上部壁の影響を受けない場合と、当然のことながら λ がほぼ同じ値をとることがうかがえる。Fig. 17-(iii) は容器径と鋼球径の比によって λ が変化することを示したもので、 D_m/D_b が小さいときには、上層のランダムに運動する部分の割合が増加するため λ が大きくなるものと思われる。これらのことから一般の振動ミルの場合には条件によって多少異なるが $\lambda \approx 0.15$ においてよいように思われる。特殊な条件のときには、 λ の値を Fig. 17-(i)~(iii) から別に推定できる。

以上のような解析結果を実際の振動ミルに適用するにあたっては、(i) 被粉砕物も同時に投入されている場合の鋼球群の運動、(ii) 容器円形断面内の個々の鋼球の運動、(iii) 容器内の雰囲気気体が空気ではなくてスラリーである場合の鋼球群の運動などの問題を検討せねばならないが、(i)、(ii) を別報 8 に、(iii) を別報 7 にその検討をゆずった。

結 言

上下方向に単調と振動をする水平面上におかれた非反発性物体の運動を、振動加速度の大きい範囲に対して、解析した。

次に個々のものが反発性物体である鋼球を容器に層状に充てんしたとき、その層の運動は非反発性物体の場合とは異なるけれども、規則性のあることが認められ、その運動に対する運動方程式として Eq.(15) を提示した。そしてこの式で、外乱を考慮したパラメータ λ を変化させることによって非反発性物体から、振動ミルのように円振動をする水平円筒容器内の鋼球群の上下方向の運動に至るまで、ほぼ説明づけられることを示した。またこのような検討結果を振動ミルにおける粉碎現象と関連づけるために必要な、鋼球群のもつ単位時間当りの運動のエネルギー、落高などについても考察した。

Nomenclature

a_0 = amplitude
 D_b = ball diameter

[mm] D_m = diameter shown in Fig. 7 [mm]
 [mm] E_T = kinetic energy of mass m_b per unit time

ΔH	= reduced falling height	[Kg-m/sec]	plane	[rad]
J	= ball filling of cylinder, apparent volume of balls/volume of cylinder	[—]	δ	= phase angle at a body colliding with bottom plane
K	= $a_0\omega^2/g$	[—]	θ	= ωt
L	= length illustrated in Fig. 7	[mm]	λ	= coefficient concerning to the degree of suppression of ball motion
m_0	= mass of balls in the cylinder	[kg]	ω	= angular velocity
V_r	= impact velocity	[m/sec]	<Subscripts>	
X	= reduced displacement	[—]	d	= plane
x	= vertical displacement	[mm]	p	= body
t	= time	[sec]	1, 2, ..., i, ..., n	= number of times of jumping
<Greek>			*	= bed composed of repulsive balls
τ	= phase angle at a body jumping up from bottom			

Literature cited

- 1) Bachmann, D.: *VDI-Z*, Nr. 2, 43 (1940)
- 2) Batel, W.: *Chem.-Ing.-Tech.*, 30, 567 (1958)
- 3) Inoue, J., S. Miyaura and A. Nishiyama: *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.*, 33, 915 (1967)
- 4) Lüdecke, P. und F. Patat: *Chem.-Ing.-Tech.*, 42, 1190 (1970)
- 5) Wehmeier, K.H.: *Fördern und Heben*, 317 (1961)
- 6) Yoshida, T. and Y. Kousaka: *Kagaku Kōgaku*, 30, 1019 (1966)
- 7) Kousaka, Y., E. Sakaguchi and T. Yoshida: *Kagaku Kōgaku*, 37, 187 (1973)
- 8) Kousaka, Y., S. Tanaka and T. Yoshida: *Kagaku Kōgaku* (to be published)

振動ミルにおける粉砕媒体の循環運動および被粉砕物の運動*

向 阪 保 雄**・阪 口 栄 二***

吉 田 哲 夫**

大阪府立大学工学部 化学工学科**

緒 言

前報¹⁾では振動する容器内における鋼球群の上下方向の運動を中心に考察した。本報告では円振動をする一般の振動ミルに特有の現象として現われる媒体の循環運動のメカニズム、およびこれが粉砕におよぼす効果についてまず考察する。つぎに媒体に比してきわめて小さいところの被粉砕物の運動についても2, 3の考察を行なうとともに、これと類似の考え方を押し進めることによって湿式振動ミル内の媒体の運動についても若干の考察を

試みる。

1. 粉砕媒体の循環運動

円筒容器の中心軸を水平におき、これに円形断面に平行な面内の円振動を与えたとき、その容器内に入れられた鋼球群は、Fig. 1 (i)~(iv)に示すような運動を行なう。これらの写真はストロボを1/400秒間隔で振動の2周期の間発光させ個々の媒体からの反射光を撮影したもので、写真では振動の2周期に相当する間の個々の媒体の軌跡が白線として現われている。したがってこれらの写真はいわば静止座標系からみた媒体のフローパターンとでもいえるものである。これらの写真の補足説明として容器の振動の方向および媒体の運動の方向をFig. 2 (a)に示した。写真あるいは肉眼観察から媒体の接線方向の速度を調べるとFig. 2 (b)に示すように上層部を除きほぼ等角速度であることがわかる。また上層部の速

* <Circulating Motion of Grinding Media and Motion of Particles in Vibration Mill>

Received on June 8, 1972

化学工学協会第36年会(東京, 1971年4月)および同第37年会(名古屋, 1972年4月)にて研究発表

** Yasuo Kousaka (正会員) and Tetsuo Yoshida (正会員) Dept. of Chem. Eng., Univ. of Osaka Pref., Osaka, Japan

*** Eiji Sakaguchi (正会員) 住江織物(株) Suminoe Orimono Co., Ltd.

気流中の回転球からの物質移動（田中久弥・田子 修，化学工学，37，151～157（1973））

回転する樟脳球の昇華速度について物質移動係数の測定を行なった。測定結果には回転軸に平行および直角方向の二つの気流に対して著しい差異がみられた。これらの二つの流れのパターンの相違は明らかに回転の二次流にたいする気流による加速ないし減速によって生ずる境界層内のこれらの流れにたいして，前方岐点付近では二つの流量関数の加減近似が成立するものとして，それぞれの場合に物質移動を左右する速度分布を求めた。この成分を用いて，局所物質移動速度に対する相似性の解析を行ない，シャーウッド数 Sh_r ，気流レイノルズ数 Re_0 および $(r\omega/u_0)^{3/2}$ などの項よりなる無次元相関式を二つの気流方向に対して得た。これらの相関より，実際の球全体に対する物質移動速度の表現式を導き，確かめた。直角気流の場合 $(r\omega/u_0)^{2/3} \approx 3.55$ に $Sh_r/Re_0^{1/2}$ の極小値を見出した。ここで r は球半径， ω は角速度，さらに u_0 は気流速度である。

無機塩-水系の結晶成長における熱移動の影響（早川豊彦・松岡正邦，化学工学，37，157～165（1973））

既往の研究者のデータも含めて四つの無機塩-水系における単一結晶の成長速度を，表面速度過程を伴う熱と物質の同時移動現象として解析した。熱移動と物質移動に関するそれぞれの実験式を Ranz-Marshall または Frössling 形で得た。その際物質移動は含水塩分子を結晶化成分とする一方拡散とした物質移動係数で表わされた。母液濃度が高い場合や結晶化熱の大きな系ほど，溶液からの結晶成長における熱移動の影響は大きく，無視できないことがわかった。熱移動を無視すると表面速度過程の速度定数に誤差が生じる結果となり，熱移動の影響を考慮した表面速度過程の速度定数の活性化エネルギーは，結晶化熱の大きな系ほど大きいことがわかった。

ルテニウム-シリカ系触媒体によるシクロヘキサンの脱水素反応における水素分圧依存性の内容（小林正弘・白崎高保，化学工学，37，165～171（1973））

不均一系触媒プロセスにおいては，コークの生成による経時劣化後の定常活性触媒体について得た反応速度の成分分圧依存性が，直ちに反応機構に結びつかない場合がある。ルテニウム-シリカ系触媒体によるシクロヘキサンの脱水素反応速度は，水素分圧の正の次数に比例するが，これは水素がその分圧に応じて，堆積コークを化学的に除去し，速度式の動力学項を増大するためであって，このような事例はプロセス設計上，注意を要する問題である。

溶液共重合反応における分子量分布（幡手泰雄・中塩文行，化学工学，37，171～180（1973））

ジメチルホルムアミド中でスチレン-アクリロニトリル共重合反応を回分式反応器及び流通式撹拌槽反応器で行ない，得られた共重合体の分子量分布をゲルパーミューションクロマトグラフィーで測定した。

共重合反応の分子量分布をあらわす理論式を単一重合反応とほぼ同様の方法で導出し，実験的に得られた分子量分布と比較した。

実験値と理論計算値は良い一致を示した。

振動場における非反発性物体および反発性物体集合体の上下方向の運動——振動ミルの粉砕機構の基礎的研究——（向阪保雄・牧 教雄・吉田哲夫，化学工学，37，180～187，（1973））

上下方向に単調振動を水平面上におかれた非反発性物体の運動解析を振動加速度の大きい範囲に対してまず行なった。次にこれの延長として個々のものは反発性である鋼球で形成された層の運動について検討した。この場合には，衝撃を受けて鋼球群の充填構造が変化することおよび反発によってランダムに運動をする層上部の鋼球群が下部層の運動を抑制するという働きによって，層の大部分は規則正しい運動をすることが認められた。そこでこれに対する上下方向の運動方程式として非反発性物体の場合をも包含したかたちの式を提示し，実験によりこれを確かめた。このような検討結果は主として振動ミルによる粉砕現象を検討するさいの基礎として役立つものと思われる。

振動ミルにおける粉砕媒体の循環運動および被粉砕物の運動（向阪保雄・阪口栄二・吉田哲夫，化学工学，37，187～193（1973））

振動ミル内で粉砕媒体が循環運動をするメカニズムについて検討し，循環速度を与える式を得た。振動ミル内の被粉砕物の運動に関しては，この媒体の循環運動との関連において，またミル内に発生する気流との関連において検討し，その結果前者は被粉砕物の対流混合に後者は拡散混合に寄与していることを示した。また被粉砕物の流体抵抗の影響を受ける運動と関連づけて，湿式振動ミルにおける媒体の上下方向の運動を考察し，湿式粉砕においてはスラリー濃度に最適値が存在することを指摘した。

Molecular Weight Distribution of Copolymer in Solution Copolymerization, Yasuo Hatate and Fumiyuki Nakashio (Kyushu Univ.)

Kagaku Kōgaku, 37, 171~180 (1973)

The styrene-acrylonitrile copolymerization in dimethyl-formamide solution was carried out in a batch and a continuous stirred tank reactor. The molecular weight distribution (MWD) of the copolymer was measured with gel permeation chromatography.

The theoretical equations of MWD in the case of copolymerization were derived by the almost same method as in the case of homopolymerization. MWD and average molecular weight predicted by these equations showed a good agreement with the experimental results respectively.

Vertical Motion of a Non-Repulsive Body and a Bed Composed of Repulsive Bodies in Vibration Field—Fundamental study on grinding mechanism of vibration mill—, Yasuo Kousaka, Tetsuo Yoshida (Univ. of Osaka Pref.) and Norio Maki Kurashiki Boseki Co., Ltd.)

Kagaku Kōgaku, 37, 180~187 (1973)

The vertical motion of a non-repulsive body on a sinusoidally vibrating plate was first studied over the wide range of acceleration of vibration.

The motion of a bed of steel balls, each of which is repulsive, was next discussed. In this case, because rearrangement of packing occurred at undergoing impact and because the upper layers, of which motions were random owing to repulsion, suppressed the motion of the lower layers, the motion of large mass of the lower bed was found to be regular. The equation of motion in vertical direction, which included a non-repulsive one as a special case, was proposed, and it was verified by experiments.

The results of a series of the studies will be useful for the study of vibration milling.

Circulating Motion of Grinding Media and Motion of Particles in Vibration Mill, Yasuo Kousaka, Tetsuo Yoshida (Univ. of Osaka Pref.) and Eiji Sakaguchi (Suminoe Orimono Co., Ltd.)

Kagaku Kōgaku, 37, 187~193 (1973)

The mechanism of the circulating motion of media in a vibration mill was studied and an equation of circulating velocity was obtained.

The motion of particles charged in the mill was first discussed in connection with the circulating motion of media and second with the air flow in the mill, and it was found that the former contributed to convective mixing and the latter to diffusive mixing of particles in the mill. Accounting for drag force by fluid, as it was applied in the case of particles, the vertical motion of media in a wet mill was examined, and the result indicated that some optimum slurry concentration existed.

Mass Transfer from a Rotating Sphere in Air Stream, Hisaya Tanaka and Osamu Tago (Toyama Univ.)

Kagaku Kōgaku, 37, 151~157 (1973)

Mass transfer coefficients were obtained from the sublimation rate measurements of a rotating camphor sphere. Data showed that significant differences arise between the two stream directions which are parallel and normal to an axis of a rotating sphere, respectively. The differences of flow patterns for these two cases bring about due to the acceleration or deceleration of rotational secondary flow by the air stream. For these flows in the boundary layer, two stream functions are additive and non-negative, and therefore the velocity components to determine the mass transfer rate were derived. With these velocity components, the similarity analysis for local mass transfer rate was developed, and the dimensionless correlations in terms of Sherwood number, Sh_r , stream Reynolds number, Re_0 , and $(r\omega/u_0)^{3/2}$ were obtained for these two stream directions. Based on these correlations, relationships correlating the measured gas phase mass transfer results were obtained. For the normal air stream, a minimum value of $Sh_r/Re_0^{1/2}$ was found at $(r\omega/u_0)^{3/2} \approx 3.55$, where r is sphere radius, ω angular velocity and u_0 air velocity.

Effect of Heat Transfer on Crystal Growth for Inorganic Salt-Water Systems, Toyohiko Hayakawa and Masakuni Matsuoka (Tokyo Inst. of Tech.)

Kagaku Kōgaku, 37, 157~165 (1973)

The growth rates of a single crystal for four different inorganic salt-water systems including the previous investigators' data were analyzed as a simultaneous heat and mass transfer phenomenon accompanied by a surface rate process. The empirical correlations of the heat and mass transfer rates respectively were obtained in Ranz-Marshall or Frössling formula, where the mass transfer process was expressed by means of the mass transfer coefficients for the unidirectional diffusion of hydrate salt molecule as the crystallizing components in this study.

The effects of heat transfer on the crystal growth rates from a solution were large and not negligible for the case of a high concentration of the crystallizing components and/or the systems having a large value of heat of crystallization. Neglecting the effects of heat transfer in such a case led to noticeable error in the surface rate process constants. The correctly evaluated value of the activation energy for the surface rate process constant was large for the system having a large heat of crystallization.

The Dependence of the Reaction Rate of Dehydrogenation of Cyclohexane by Ruthenium-Silica Catalysts on the Partial Pressure of Hydrogen, Masahiro Kobayashi and Takayasu Shirasaki (Tokyo Inst. of Tech.)

Kagaku Kōgaku, 37, 165~171 (1973)

In a heterogeneous catalytic process, it sometimes becomes impossible to consider the reaction mechanism directly by the dependence of the reaction rate on the partial pressure which is measured at the stationary state after deterioration of the catalyst by coke formation. We have found, that the reaction rate of dehydrogenation of cyclohexane over the Ru-SiO₂ catalyst was in proportion to a positive order of the partial pressure of hydrogen, by reason that hydrogen chemically removed the poisoning coke which was deposited on the catalysts according to its partial pressure, and increased the rate constant of the reaction.