任意の多角形ダクト内の層流強制対流における流れと熱伝達*

中 村 肇***・平 岡 節 郎**

山 田 幾 穂**

名古屋工業大学 工業化学科**

緒 言

熱交換器などにおいて問題となる、非円形断面の流路をもったダクト内の流れと熱伝達に関する問題は、層流、乱流、いずれにおいても近年かなり活発におこなわれるようになってきた。そのうちでも特に矩形、二等辺三角ダクトについては、古くから多くの人が研究をしている。最近層流について任意の断面の形状をもった流路内の流れや熱伝達に関し、Tao⁹⁻¹¹⁾、Tyagi¹²⁾らは変分法あるいは等角写像を用いて解析的に理論解を求めている。しかしながら、実際に数値を求めるときかなり面倒であり、Sparrow ら⁸⁾は変数変換して出てきたラプラスの式の特解を重ね合わせて級数でおき、Gram-Schmidt²⁾の方法で正規直交化して、電子計算機によりその係数を求め、任意の点の速度分布、温度分布を得ている。この方法は一度プログラミングしておけば、あとはいかなる形状においても、境界の点の座標を与えるだけで計算でき、現在最もよい方法の一つとされているが、任意の多角形ダクトに応用した場合、かなり精度上問題があることがわかった。

著者らは前報⁵⁾で任意の三角ダクト内の層流強制対流における発達した流れの摩擦係数-レイノルズ数関係、理想化された仮定、と二つの境界条件、すなわち流れ方向に熱流束一定で、かつ周方向の壁温が一定、どちらにも壁温が一定、についてそれぞれの最小ヌッセルト数、そして速度助走区間を考慮に入れた入口からの圧力損失を三角座標系によるラプラシアン¹⁾の定差分近似式を応用して数値計算し、形状との相関を示した。

本報は同じ仮定と同じ境界条件（他の研究者^{1,6,7)}もほとんどこれを使用している）を使って、これを多角形ダクトに拡張したもので、対角線を結んでできた三角形を、三角座標系に分割し、三角形の内部では前報^{5,13)}と同じ式を、対角線上では互いに座標系が異なるため、新

しい近似式を誘導し、簡単のため、四辺形について計算をおこない、他の方法と比較を試みた。その結果、本報がかなり少ない分割数で、精度よく適用できると推定されたので以下に述べる。

1. 基礎式

速度および温度分布が十分発達した層流強制対流において、前報⁵⁾と同様な理想化された仮定と、境界条件を用いると、運動方程式とエネルギー方程式は流れ方向を x 軸にとると、次式で表わされる。

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} = \text{const.} \quad (1)$$

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \frac{u}{\alpha} \frac{\partial t}{\partial x} \quad (2)$$

そして、Eqs. (1), (2) を無次元化すれば次式のようになる。

$$\nabla^2 u^* + (1/S_1) = 0 \quad (3)$$

$$\nabla^2 \theta^* + (1/S_1) u^* = 0 \quad (4)$$

$$\nabla^2 \theta^* + (1/S_1) u^* (\theta^*/\theta_m^*) = 0 \quad (5)$$

ここで、

$$u^* = \frac{u}{(-1)(S_1/\mu)(dp/dx)} \quad (6)$$

$$\theta^* = \frac{\theta}{(-1)(1/\mu)(S_1^2/\alpha)(dp/dx)(dt_m/dx)} \quad (7)$$

Fig. 1 Representation of triangular coordinate system for arbitrary polygonal duct

* <Flow and Heat Transfer of Laminar Forced Convection in Arbitrary Polygonal Ducts>
Received on August 10, 1972

化学工学協会第 37 年会 (名古屋, 1972 年 4 月 3 日) にて研究発表
** Setsuro Hiraoka (正会員) and Ikuho Yamada (正会員) Dept. of Ind. Chem., Nagoya Inst. of Tech., Nagoya, Japan

*** Hajime Nakamura (正会員) 大同工業大学 Daido Inst. of Tech., Nagoya, Japan

Fig. 2 Schematic of triangular lattice for $\alpha_1 \geq \alpha_2, \beta_1 \geq \beta_2$

Fig. 3 Schematic of triangular lattice for $\alpha_1 \geq \alpha_2, \beta_1 \leq \beta_2$

ただし、Eq. (4) は流れ方向に熱流束一定で、かつ周辺上の壁温が一定、Eq. (5) はどちらにも壁温が一定、のそれぞれの境界条件に対する式である。

2. 三角座標系による定差分近似式

簡単のため、以下 Fig. 1 のように四辺形 $A_1A_2A_3A_4$ を考え、三角格子に分割すると、三角形の内部の点では既報^{5,13)} の三角座標系の定差分近似式が応用できる。

$$\Gamma^2 \equiv \frac{1}{2s_1} \Gamma^{*2} = \frac{1}{2s_1} \begin{matrix} \cot \alpha_1 \\ \cot \gamma_1 \\ \cot \beta_1 \end{matrix} z_1 \begin{matrix} \cot \beta_1 \\ \cot \gamma_1 \\ \cot \alpha_1 \end{matrix} \quad (8)$$

$$\Gamma^2 \equiv \frac{1}{2s_1} \Gamma^{*2} = \frac{1}{2s_2} \begin{matrix} \cot \alpha_2 \\ \cot \gamma_2 \\ \cot \beta_2 \end{matrix} z_2 \begin{matrix} \cot \beta_2 \\ \cot \gamma_2 \\ \cot \alpha_2 \end{matrix} \quad (9)$$

ただし

$$s_2 = \frac{\sin \gamma_1 \sin \alpha_2 \sin \beta_2}{\sin \gamma_2 \sin \alpha_1 \sin \beta_1} s_1$$

しかしながら、対角線上では隣接の座標系が異なるためこの式は適用できない。したがって、この場合 Eqs. (8), (9) とは別の近似式が必要となってくる。

任意関数を ϕ とし、直交座標を三角座標に変換すると次式のようになる。

$$\phi_{aa} = \phi_{xx} \quad (10)$$

$$\phi_{bb} = \cos^2 \alpha_1 \phi_{xx} + 2 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \phi_{xy} + \sin^2 \alpha_1 \phi_{yy} \quad (11)$$

$$\phi_{cc} = \cos^2 \beta_1' \phi_{xx} + 2 \sin \beta_1' \cos \beta_1' \phi_{xy} + \sin^2 \beta_1' \phi_{yy} \quad (12)$$

$$\phi_{dd} = \cos^2 \alpha_2 \phi_{xx} + 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \phi_{xy} + \sin^2 \alpha_2 \phi_{yy} \quad (13)$$

$$\phi_{ee} = \cos^2 \beta_2' \phi_{xx} + 2 \sin \beta_2' \cos \beta_2' \phi_{xy} + \sin^2 \beta_2' \phi_{yy} \quad (14)$$

そこで Eqs. (11), (12) および Eqs. (13), (14) からそれぞれ ϕ_{xy} の項を消去し、それらを線形結合させると、Eq. (10) から結局次式のようになる。

$$\Gamma^2 \phi = \phi_{xx} + \phi_{yy} = T \phi_{aa} + U \phi_{bb} + V \phi_{cc} + W \phi_{dd} + X \phi_{ee} \quad (15)$$

ここで

$$T \equiv 2 - \rho (\sin \beta_1 \cos \beta_1 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + \sin \beta_2 \cos \beta_2 + \sin \alpha_2 \cos \alpha_2)$$

$$U \equiv \rho \sin \beta_1 \cos \beta_1, \quad V \equiv \rho \sin \alpha_1 \cos \alpha_1$$

$$W \equiv \rho \sin \beta_2 \cos \beta_2, \quad X \equiv \rho \sin \alpha_2 \cos \alpha_2$$

$$\rho \equiv (\sin^2 \alpha_1 \sin \beta_1 \cos \beta_1 + \sin^2 \beta_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2 \sin \beta_2 \cos \beta_2 + \sin^2 \beta_2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2)^{-1}$$

つぎに、 $\phi_{aa}, \phi_{bb}, \phi_{cc}, \phi_{dd}, \phi_{ee}$ の定差分近似について考える。Figs. 2, 3 に示したように、隣接した座標系の関係は i) $\alpha_1 \geq \alpha_2, \beta_1 \geq \beta_2$, ii) $\alpha_1 \geq \alpha_2, \beta_1 \leq \beta_2$ のどちらかで表わせる。

i) $\alpha_1 \geq \alpha_2, \beta_1 \geq \beta_2$ の場合

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial a^2} = \frac{1}{h^2} (\phi_1 - 2\phi_0 + \phi_2) + O(h^2) \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial b^2} = \frac{2}{o(k+o)} \phi_1 + \frac{2}{k(k+o)} \phi_3 - \frac{2}{ok} \phi_0 + O(h) \quad (17)$$

$$o = \frac{\sin \beta_2 \sin \gamma_2}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \beta_2 + \sin \alpha_2 \sin(\alpha_1 + \beta_2)} n \quad (18)$$

また、 ϕ_1 は ϕ_5 と ϕ_6 の 1 次の補間を使用すると、

$$\phi_1 = \frac{\phi_5 \sin(\alpha_1 + \beta_2) \sin \alpha_2 + \phi_6 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \beta_2}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \beta_2 + \sin \alpha_2 \sin(\alpha_1 + \beta_2)} \quad (19)$$

Eqs. (17), (18), (19) と同様にして、以下 $\phi_{cc}, \phi_{dd}, \phi_{ee}$ について求め、これらと Eq. (16) を Eq. (15) に代入し、さらに h, k, l, m, n を s_1 で表わすと、結局次式のようになる。

$$\Gamma^2 \equiv \frac{1}{2s_1} \Gamma^{*2} = \frac{1}{2s_1} \begin{matrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & \Gamma_3 & \Gamma_4 & \Gamma_5 & \Gamma_6 & \Gamma_0 \end{matrix} + O(h) \quad (20)$$

ここで、

$$\Gamma_1 \equiv \sin \alpha_1 \sin \beta_1 T / \sin \gamma_1 + 2 A_6 X / D_6 B_4$$

$$\Gamma_2 \equiv \sin \alpha_1 \sin \beta_1 T / \sin \gamma_1 + 2 A_5 W / D_6 B_3$$

$$\Gamma_3 \equiv 2(U/D_2 + \sin \gamma_1 \sin \alpha_2 / D_6 B_3)$$

$$\Gamma_4 \equiv 2(V/D_4 + \sin \gamma_1 \sin \beta_2 / D_6 B_4)$$

$$\Gamma_5 \equiv 2(A_1 U / D_1 B_1 + A_3 V / D_3 B_2 + W / D_5)$$

$$\Gamma_6 \equiv 2(A_2 U / D_1 B_1 + A_4 V / D_3 B_2 + X / D_7)$$

$$\Gamma_0 \equiv -2(\sin \alpha_1 \sin \beta_1 T / \sin \gamma_1 + U/C_1 + V/C_2 + W/C_3 + X/C_4)$$

ii) $\alpha_1 \geq \alpha_2, \beta_1 \leq \beta_2$ の場合 i) と同様にして、次式のように誘導できる。

ここで,

ただし、

3. 速度および温度問題の解法

Eqs. (8), (9), (20), (21) を Eq. (3) に適用すると次式になる。

断面内の無次元平均速度を u_m^* とすると、次式で与えられる。

速度分布は、これを u/u_m で表わせば、 $u/u_m = u^*/u_m^*$ より求める。

Fanning の式と Eq. (6) より $f \cdot Re = D_e^2 / 2 u_m^* S_1$ となり、結局次式が得られる。

ここで

$$\frac{\left(1 + \frac{\sin \gamma_1 \sin \alpha_2 \sin \beta_2}{\sin \gamma_2 \sin \alpha_1 \sin \beta_1}\right)^2}{\left(\frac{\sin \alpha_1 + \sin \beta_1}{\sin \gamma_1} + \frac{\sin \alpha_2 + \sin \beta_2}{\sin \gamma_2}\right)^2} \frac{\sin \gamma_1}{\sin \alpha_1 \sin \beta_1}$$

前報⁵⁾と同様にして Lundgren ら⁴⁾の $k(\infty)$ を応用すれば、次式で与えられる。

3・3 温度分布と最小ヌッセルト数

速度分布と同様にして, Eqs. (8), (9), (20), (21) を Eqs. (4), (5) に適用すると次式になる。

$$\nabla^{*2}\theta_0^* + (2s_1/S_1)u_0^*(\theta_0^*/\theta_m^*) \approx 0 \quad (5)'$$

ここで

温度分布は、これを θ/θ_m で表わすと、 $\theta/\theta_m = \theta^*/\theta_m^*$ より求まる。

前報⁵⁾と同様に周辺上で平均化された境膜係数を使って、流れ方向の微小区間で熱収支をとり、Eqs.(6), (7)の関係を使うと最小ヌッセルト数は次式で与えられる。

$$Nu = 2 u_m^* Q / \theta_m^* \quad (26)$$

4. 計算例と考察

本報で提出された方法と従来の方法を比較検討するにあたって、簡略化のために、対角線 A_2A_n と A_1A_3 が直交するような四辺形について、実際の数値例と、考察をすすめてみよう。ただし、 u_0^* と θ_0^* とは同じ計算法を使用しており、以下考察にあたっては u_0^* の分布から求められた $f \cdot Re$ の値についてのみ考える。

4・1 $f \cdot Re$, $k(\infty)$, Nu の計算法と数値例

u_0^*, θ_0^* を求めるために Eqs. (3)', (4)', (5)' は加速リーマン法によって解かれ, その平均値 u_m^*, θ_m^* および $k(\infty)$ は Eqs. (22), (24), (25) よりそれぞれシンプソンの公式を2次元に拡張して求められた。

以上より、 $f \cdot Re$, Nu はEqs. (23), (26)から、それぞれ求められ、20分割での数値例をTable 1に示す。

ただし、分割数は対角線 A_1A_n 上での分割数であり、以下も同様である。

4・2 $f \cdot Re$ の値の考察

三角格子, 矩形格子, 正方格子, Sparrow ら⁸⁾, それぞれの方法によって分割数を変えて計算し, その収束状況を調べた結果を **Tables 2, 3** および **4** の数値例に示す。

これらの数値例から次のことが考察される。

Table 1 Numerical examples for $f \cdot Re$, $k(\infty)$, Nu_h and Nu_t

	α_1	β_1	α_2	β_2	$f \cdot Re$	$k(\infty)$	Nu_h	Nu_t
$\beta_1 > \beta_2$	60°	70°	45°	32.23°	14.16	1.654	3.45	2.80
	50°	60°	30°	21.67°	14.36	1.612	3.55	2.90
$\beta_1 < \beta_2$	60°	30°	45°	71.57°	14.69	1.522	3.72	3.05
	60°	30°	60°	79.11°	14.01	1.707	3.35	2.68

Table 2 The effect of the number of divisions upon $f \cdot Re$

α_1	β_1	α_2	β_2	The number of divisions	10	20	30	40	50
60°	70°	45°	32.23°	$f \cdot Re$	14.38	14.16	14.10	14.07	14.06
50°	60°	30°	21.67°		14.68	14.36	14.27	14.24	14.22
60°	30°	45°	71.57°		14.83	14.69	14.65	14.63	14.62
60°	30°	60°	79.11°		14.12	14.01	13.99	13.98	13.97

Table 3 Numerical examples and the effect of the number of divisions upon $f \cdot Re$ by other methods

A) Rectangular lattice method

α_1	β_1	α_2	β_2	The number of divisions	20	40	60	80	100
60°	70°	45°	32.23°	$f \cdot Re$	12.09	12.94	13.24	13.40	13.50
50°	60°	30°	21.67°		12.21	13.05	13.36	—	—
60°	30°	45°	71.57°		12.19	13.02	13.32	—	—
60°	30°	60°	79.11°		12.00	12.78	13.06	—	—

B) Sparrow's method

α_1	β_1	α_2	β_2	The number of divisions	20	60	100	140
60°	70°	45°	32.23°	$f \cdot Re$	12.37	13.38	13.56	13.65
50°	60°	30°	21.67°		13.52	14.83	15.20	15.36
60°	30°	45°	71.57°		11.78	12.65	12.82	12.90
60°	30°	60°	79.11°		21.59	21.65	22.30	22.60

Table 4 Comparison of $f \cdot Re$ by square lattice with triangular lattice

$$\alpha_1 = \tan^{-1} 2, \beta_1 = \tan^{-1} 0.5, \alpha_2 = \tan^{-1} 1, \beta_2 = \tan^{-1} 4$$

	Triangular method			Square lattice		
The number of divisions	10	20	30	30	60	90
$f \cdot Re$	14.88	14.76	14.73	12.57	13.25	13.52

三角格子に分割した場合 Table 2 から、20 分割でほとんどどれも、おおむねある値に収束していることがわかる。

矩形格子に分割した場合 この方法では対角線が斜交する任意の四辺形においては、次の正方格子分割と同様な誤差点が含まれ、精度も低下し、計算も煩雑になる。一方、Fig. 4 のように対角線が直交していると、境界条件を完全に満足させることができるが、対角線で Eq. (17) と同様な 1 次 order の誤差を含み、分割数を増しても容易に収束しない。しかしながら、Table 3 から観察されるように、 α_1 , β_1 , α_2 がそれぞれ 60°, 70°, 45°, 分割数 100 のとき、三角格子による値にかなりよく近づいていることがわかり、その方法の有効さを示しているといえよう。なお他の角度については計算時間が非常にかかるため、少ない分割数しかおこなわなかったが、同様なことが推測される。

正方格子に分割した場合 Table 4 は Fig. 5 のような特殊な四辺形について計算したものであるが、四辺形

の内部では 2 次 order の誤差、あるいは 4 次 order の誤差をもった 5 点近似式、9 点近似式が使用できるが、・印で示した境界の点で、やはり 1 次 order の誤差を含み、この方法では境界条件を完全に満足させることが煩雑なばかりでなく、分割数を増しても、なおかなりの誤差が見込まれることがわかる。

Sparrow ら⁸⁾の方法を適用した場合 この方法は任意の形状をもったダクトに応用できるとされているが、解の形を特殊解を重ね合わせた級数でおき、境界の値から Gram-Schmidt の方法²⁾を使って、その係数を決め、関数近似した方法であり、境界の値を多く与えれば与えるほど、正確な値を得られると思われるが、Fig. 4 のように矩形格子に分割して計算をおこなった Table 3 に示された結果をみれば、あまり精度はよいとはいえない。特に 60°, 30°, 60° のように辺の長さが違いすぎるような場合は、特別に誤差が大きくなるのではないかと思われる。

Fig. 4 Representation of division by rectangular lattice

4・3 矩形ダクトの計算結果の比較

本法による計算結果と従来の結果^{1,3)}とを比較した。その結果を Table 5 に示す。これは 20 分割で計算した値であるが、この場合は対角線上で 2 次の order の誤差になり、当然精度もよく、きわめてよく一致していることがわかる。

結 論

以上に述べたごとく、直交座標系では、対角線が直交する四角形においてすら、矩形格子、正方格子、いずれも精度が悪く、分割数を非常に多くとらなければならない。しかし計算時間は分割数を n 倍にすると、同じ反復回数で収束しても n 乗倍も多くかかり、不経済である。また Sparrow の方法は曲線境界をもったダクトには有効と思われるが、境界が多角形のような場合には、精度上問題があることがわかる。

本解法は 1 次の order の誤差を含む差分を対角線上で使用しているが、一つの対角線によって四角形を 2 個の三角形に分割し、しかも境界を完全にその座標上で満足することから、数値計算がきわめて有用であり、一度プログラミングをしておけば、あとは $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ を与

Fig. 5 Representation of division by square lattice

Table 5 Examination for rectangular ducts
 $f \cdot Re$ Nu_k

Aspect ratio	Present method	Reference ³⁾	Present method	Reference ¹⁾
1.0	14.26	14.3	3.60	3.63
0.5	15.59	15.5	4.11	4.11
0.25	18.30	—	5.31	5.35

えるのみで、いかなる四角形ダクトをも計算でき、直交座標系では解くことの困難だったこの問題をきわめて簡単化したといえよう。ただし、考察では行なわなかったが、前報⁵⁾から、三角形の一つの角が 10° 以下の場合、かなり誤差が大きくなり、分割数を多くとらなければならないので、対角線の引き方に注意を要する。なお任意の n 角形ダクトについては $n-3$ 個の対角線でそれぞれ三角形に分割するか、内部に 1 点を取り、その点と頂点を結んで、 n 個の三角形に分割するかして、 10° 以下の内角ができないよう注意すれば、容易に本法が拡張、適用可能であり、その詳細は省略した。

【付記】 本研究における計算は名古屋大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を利用した。

Nomenclature

a, b, c, d, e = triangular coordinate [m]
 D_e = equivalent diameter ($=4S/P$) [m]
 f = friction factor [—]
 h = film heat transfer coefficient averaged with respect to peripheral area [kcal/m²·hr·°C]
 h, k, l, m, n = length of triangular element (see Fig. 1) [m]
 k = thermal conductivity [kcal/m·hr·°C]
 $k(\infty)$ = incremental pressure drop [—]
 Nu = Nusselt number ($=hD_e/k$) [—]

P = perimeter [m]
 p = static pressure [kg/m·hr]
 Re = Reynolds number ($=D_e u \rho / \mu$) [—]
 S = area of triangle [m²]
 s = area of unit triangular element [m²]
 t = temperature of bulk flow [°C]
 u = axial velocity [m/hr]
 u^* = dimensionless velocity parameter (see Eq. (6)) [—]
 x = axial coordinate [m]

y, z = cross sectional coordinate	[m]	ρ = density	[kg/m ³]
<Greek>		<Subscripts>	
α = thermal diffusivity	[m ² /hr]	1 = $\Delta A_1 A_2 A_n$	
α, β, γ = interior angles of a triangle	[deg]	2 = $\Delta A_2 A_3 A_n$	
ϕ = arbitrary function		h = constant heat flux	
θ = $t_w - t$	[°C]	m = mean value	
θ^* = dimensionless temperature parameter (see Eq. (7))	[-]	t = constant wall temperature	
μ = viscosity of fluid	[kg/m·hr ³]	w = wall	

Literature cited

- Clark, S.H. and W.M. Kays: *Trans. ASME*, **75**, 859 (1953)
- Davis, P.J.: "Orthonormalizing Codes in Numerical Analysis", McGraw-Hill (1962)
- Kamei, S.: "Kagaku-Kikai no Riron to Keisan", p.43. (1959)
- Lundgren, T.S., E.M. Sparrow and J.B. Starr: *Trans. ASME, Ser. D*, **86**, 620 (1964)
- Nakamura, H., S. Hiraoka and I. Yamada: *Kagaku Kōgaku*, **35**, 255 (1971)
- Schmidt, F.W. and M.E. Newwell: *J. Heat Mass Transfer*, **10**, 1121 (1967)
- Sparrow, E.M. and A. Haji-Sheikh: *Trans. ASME, Ser. C*, **87**, 426 (1965)
- Sparrow, E.M. and A. Haji-Sheikh: *ibid.*, **88**, 351 (1966)
- Tao, L.N.: *ibid.*, **83**, 467 (1961)
- Tao, L.N.: *Proc. 2nd. Int. Heat Transfer Conf.*, 598 (1961)
- Tao, L.N.: *Proc. 3rd. Int. Heat Transfer Conf.*, 56 (1966)
- Tyagi, V.P.: *J. Heat Mass Transfer*, **9**, 1321 (1966)
- Yamada, I., H. Sugie and Y. Hirose: *Kagaku Kōgaku*, **32**, 879 (1968)

混 合 蒸 気 の 凝 縮*

—溶解性2液の場合—

早 川 豊 彦**・川 崎 順 二 郎**

東京工業大学工学部 化学工学科

緒 言

2成分混合蒸気の凝縮時における凝縮液層の熱伝達係数 h_l については従来かなりの実験的研究がなされてきたが、その多くは凝縮液が2液相を形成する場合を扱っており、冷却凝縮器の設計時の基礎データとして重要な凝縮液が1相となる場合については比較的少ないようである。従来、凝縮液が1相となる場合においても凝縮液中に物質移動過程は存在せず、凝縮液表面温度は凝縮液

の沸点に等しいものとし、関係する諸物性値は凝縮液組成によって平均した値を採用すれば、単一蒸気の凝縮に対して与えられた Nusselt¹⁾ の理論式がそのまま適用できるものとされてきた。Wallace ら²⁾ はエタノール-水系混合蒸気を水平円管外壁上 (外径 21.3 mm) に凝縮せしめ上記のような方法で求めた凝縮液表面温度を用いて凝縮液層の熱伝達係数 h_l を算出したが、これが Nusselt の理論式とは一致しないことを見出した。McAdams³⁾ は Wallace らの結果および短い垂直管外壁上にエタノール-水系混合蒸気を凝縮せしめた Hagenbuch⁵⁾ の実験結果を整理して、これらの h_l の濃度依存性は Nusselt の理論式により説明できないことを指摘している。Pressburg ら¹⁶⁾ は水平円管外壁面上に有機溶剤よりなる数種の2成分混合蒸気を凝縮させ、上述した方法で算出した

* <Condensation of Binary Mixture of Vapors of Miscible Liquids>

Received on December 11, 1971

** Toyohiko Hayakawa (正会員), Junjiro Kawasaki (正会員) Dept. of Chem. Eng., Tokyo Inst. of Tech., Tokyo, Japan

密閉系における結霜時の自然対流熱伝達——底面加熱、片側壁冷却の場合——（山川紀夫・河村文雄・大谷茂盛，化学工学，37，373～379（1973））

密閉系（底面加熱，片側壁冷却，他側壁および天井壁断熱の場合）における空気の自然対流熱伝達に関して結霜過程にある場合について実験を行ない，系内の温度分布，熱伝達係数などを求めた。物質移動の影響をみるため，熱移動のみがおきている場合についても温度分布，熱伝達係数などを求めた。この結果，結霜をともしう場合の Nusselt 数は熱移動のみがおきている場合のそれにくらべ，2～3 倍程度大きい値を示した。

さらに熱移動のみがおきている場合について，基礎方程式を数値計算により解き，温度分布，Nusselt 数などを求め，実験結果と比較した結果よい一致をみた。

多段傾斜型流動層における伝熱（新井紀男・架谷昌信・杉山幸男，化学工学，37，379～384（1973））

多段傾斜型流動層における粒子とガスの熱交換に関して若干の仮定の下で理論解析した。また，理論計算結果と3段傾斜型流動層で得られた実験結果とを比較し，良好な一致が認められた。さらに，傾斜型流動層を多段化することが熱効率の面で非常に有利であることを理論的ならびに実験的に確かめるとともに，多段傾斜型流動層を粒子とガスとの熱交換操作に応用する場合の所要段数および最適操作条件を決定するための図表も作成した。

任意の多角形ダクト内の層流強制対流における流れと熱伝達（中村 肇・平岡節郎・山田幾穂，化学工学，37，385～390（1973））

任意の多角形ダクト内の層流強制対流についての摩擦係数，ヌセלט数を得るために，三角座標系によるラプラシアンの数値解析を提出した。この方法は境界条件を完全に満足し，他の方法と比較してかなり良い精度で，しかも短い時間で解を得ることができる。応用として任意の四角形ダクトについて説明した。

混合蒸気の凝縮——溶解性2液の場合——（早川豊彦・川崎順二郎，化学工学，37，390～397（1973））

液相で相互に溶解する2成分混合蒸気の水平円管外壁面上における凝縮について実験的検討が行なわれた。蒸気側の物質移動係数については実験に使用されたすべての混合蒸気系に適用できる相関式が得られた。凝縮液層の熱伝達係数については，水を含まない系の場合には単一飽和蒸気に対して得られた相関式がそのまま適用できること，および水を含んだ系の場合は凝縮液組成の影響を強く受けて特異な挙動を示すことが判明した。これらの計算において凝縮液表面状態として凝縮液の沸点ならびに対応する蒸気組成が用いられたが，相関結果よりこの妥当性が示された。また，凝縮液組成の計算法について考察された。

起泡分離法に関する研究——D.B.S. 吸着速度および D.B.S. の除去——（城塚 正・石渡正博，化学工学，37，397～402（1973））

起泡分離法において，大きな因子のひとつに界面活性剤の吸着速度がある。ドデシルベンゼンスルホン酸ナトリウム（D.B.S.）についてはその気液界面への吸着速度は次式のようなラングミア型吸着速度式であらわすことができた。

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 2.00 \times 10^7 C_{BA} (3.77 \times 10^{-10} - \Gamma) - 0.618 \Gamma$$

またこの吸着速度式を用いると，起泡分離法により，D.B.S. を処理する場合の除去比 $E = C_F / C_B - 1$ は

$$E = SF_0 [1 - \exp\{-k_1(C_B + K)t\}] / L_B C_B$$

であらわすことができる。また本式は実験結果とよい一致を示すことがわかった。

液液界面における液滴累積層の生成機構（宝沢光紀・鈴木睦・只木植力・前田四郎，化学工学，37，402～408（1973））

ミキサセトラやスプレー塔などの液液抽出装置において，液液界面には液滴の累積層が形成される。

本研究では，この液滴の累積機構について検討し，待ち行列の理論を応用した二つのモデルを提出した。モデル A では，液滴の合体が累積層上端のみ起こることを仮定し，一方モデル B では累積層内部でも，液滴の合体が起こると考えた。

スプレー塔についての実験が，2種類の分散器を用い，水-トルエン系について行なわれた。その結果，累積層内の液滴の合体頻度が滴径に比例するとしたモデル B が，実験結果と良く一致することがわかった。累積層内の液滴の破壊頻度は，平界面における単一液滴の合体時間を測定することにより予測可能であることが推定される。

Condensation of Binary Mixture of Vapors of Miscible Liquids, Toyohiko Hayakawa and Junjiro Kawasaki (Tokyo Inst. of Tech.)
Kagaku Kōgaku, 37, 390~397 (1973)

An experimental study was carried out on the condensation of binary mixed vapor of miscible liquids on a horizontal tube. Vapor phase mass transfer coefficients were correlated by dimensionless equation applicable to all the system used in this study. Result of correlation for condensing heat transfer coefficients of organic solvents system showed a good agreement with that of single saturated vapor. For the system including water, however, a pronounce effect of condensate composition was found. In these calculation, interfacial conditions were assumed to be those of boiling point of condensate and it was shown by the results of correlation that this assumption was applicable. The estimation method of composition of condensate was presented at the same time.

Studies on Bubble Fractionation—Adsorption rate and elimination of D.B.S.—, Tadashi Shirotsubaka and Masahiro Ishiwata (Waseda Univ.)
Kagaku Kōgaku, 37, 397~402 (1973)

One of the important factor influencing on the bubble fractionation is the adsorption rate of surfactant from aqueous solution to the air-water interface. It was found that the experimental results for sodium dodecylbenzene sulfonate (D.B.S.) in tap water can be correlated with the adsorption rate equation of Langmuir's type, which is as follows:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 2.00 \times 10^7 C_{BA} (3.77 \times 10^{-10} - \Gamma) - 0.618\Gamma$$

where

Γ : surface excess of D.B.S. [mol/cm²]

t : time [sec]

C_{BA} : bulk concentration of D.B.S. [mol/cm³]

Then using this adsorption rate equation, the elimination ratio of D.B.S. for a bubble fractionation equipment $E = C_F/C_B - 1$ could be shown as follows:

$$E = S\Gamma_0 \{1 - \exp(-k_1(C_B + K)t)\} / L_B C_B$$

And the experimental results agreed well with this equation.

The Mechanism of Formation of Droplet Bed at a Liquid-Liquid Interface, Mitsunori Hozawa, Mutsu-mi Suzuki, Teiriki Tadaki and Siro Maeda (Tohoku Univ.)
Kagaku Kōgaku, 37, 402~408 (1973)

In the liquid extraction equipment such as a mixer settler and a spray column, the droplet bed is formed at the liquid-liquid interface. In this work, the formation mechanism of the droplet bed is studied and two models are proposed based on the theory of queues. In the model A the coalescence of drops is assumed to occur only at the top of the bed and in the model B it is assumed that the coalescence also occurs in the droplet bed.

The experiments of the spray column were carried using two distributors in toluene-water system.

It is found that the model B in which the coalescence frequencies are assumed to be proportional to the drop size agrees well with the experimental results.

The breakage frequencies of the drops in the bed are suggested to be evaluated by the measurements of the coalescence time of single drops at a plane interface.

Heat Transfer by Natural Convection under the Frosting Condition in an Enclosed Cavity—Bottom plate is heated and one side plate is cooled—, Norio Yamakawa, Fumio Kawamura and Shigemori Ohtani (Tohoku Univ.)
Kagaku Kōgaku, 37, 373~379 (1973)

Temperature distribution and heat transfer coefficient by natural convection of air in an enclosed cavity (bottom plate is heated, one side plate is cooled and the others are thermally insulated) were measured experimentally under the frosting condition. In order to study the influence of mass transfer, temperature distribution and heat transfer coefficient without frosting were also measured. The present experimental results showed that the values of Nusselt number with mass transfer were approximately 2~3 times as large as those without mass transfer.

Temperature distribution and heat transfer coefficient were numerically obtained by solving the governing equations in case of no mass transfer. The calculated results agreed well with those of experiment.

Heat Transfer in Multistage Inclined Fluidized Beds, Norio Arai, Masanobu Hasatani and Sachio Sugiyama (Nagoya Univ.)
Kagaku Kōgaku, 37, 379~384 (1973)

In a multistage inclined fluidized bed, it was investigated theoretically on heat exchange between particles and gas under some assumptions. A fairly good agreement was recognized between the theoretical and the experimental results in a three-stage inclined fluidized bed. Furthermore, effectiveness of multiplying stages was confirmed on heat efficiency both theoretically and experimentally. A chart was made up on the relation between the required number of stage and optimum conditions of heat exchange.

Flow and Heat Transfer of Laminar Forced Convection in Arbitrary Polygonal Ducts, Hajime Nakamura (Daido Inst. of Tech.), Setsuro Hiraoka and Ikuho Yamada (Nagoya Inst. of Tech.)
Kagaku Kōgaku, 37, 385~390 (1973)

In order to determine friction factor and Nusselt number for laminar forced convection in arbitrary polygonal ducts, a numerical method has been proposed using Laplacians for triangular lattice. Since the presented method satisfies the boundary condition perfectly, one can be easily obtained the solution with fairly good accuracy and short time in comparison with other methods. An application to the ducts with arbitrary quadrilateral cross section is illustrated.