充填層内局所的孔隙率分布の Kozeny 定数に与える影響*

山崎 量平**・神保 元二**

名古屋大学工学部 化学工学科

緒 言

気-固反応、または吸着などの接触操作に広く用いられている充填層は、一般に均一な層として扱われている。すなわち、層内の局所的孔隙率の変動はあまり問題とされていない。粒子径が比較的大きい場合、層を形成する時に粒子のランダム充填に注意を払えば、局所的孔隙率の変動の少ない均一な層は、容易に得られるであろう。

しかし、付着、凝集性の強い微細粒子を充填層に用いると、この粒子配列のランダム性が損なわれることが多い。これは粒子の付着、凝集性によって、粒子が凝集体を形成しているためと考えられる。このことは比較的高速な気流中でも安定した凝集体が存在するという実験事実³⁾からも、伺うことができる。

このように層内部に凝集体が存在すると、局所的孔隙率の変動は著しくなり、もはや層の平均的な性質の一つである平均孔隙率だけで層の状態を十分には記述できなくなると思われる。そのような層では、局所的孔隙率の変動の大きさが一つの重要な因子となりうると考えられる。たとえば、充填層内圧力損失、軸方向、または半径方向の流体拡散、特に移動速度の大きい熱および物質移動などにおいて、局所的孔隙率の変動が重要となると思われる。

しかし、この熱、物質および運動量に及ぼす局所的孔隙率の変動の影響を扱っている研究はほとんどない。

本報では、粒子の比表面積測定に利用されているため重要と思われる、層の透過率に与える局所的孔隙率の変動の効果に対して、簡単なモデルを考え、みかけの Kozeny 定数と、動水半径の分布から求まる幾何標準偏差との関係を表す式を導出した。さらに、実際に粒子凝集体よりなる不均一充填層をつくり、透過実験を行って、みかけの Kozeny 定数を求め、一方、層の切断面を写真撮影し、粒子の配列状態から動水半径の分布を求め、両者の関係を調べた。その結果、比較的不均一性が小さい

場合に、モデルの妥当性が確かめられた。

1. 細孔分布モデル

充填層の圧損を与える式としてよく用いられる Kozeny-Carman 式が成立するための条件のうち主なものは、

- i) 層は等方的である。
- ii) 細孔径はほぼ均一である。

今層内に粒子の凝集体が存在する場合を考えてみる。すると、局所的に孔隙率は変動するので、ii) の条件は満たされない。しかし、i) の条件は、このような層についても、充填時にランダムネスに注意を払えば、近似的に成り立つものと考えられる。

そこで、細孔径がある分布を有する場合に、透過率がどのように表されるかを調べるために、以下のようなモデルをたてた。

(仮定 1) 細孔径の分布は対数正規分布に従う。

(仮定 2) 細孔の断面の幾何学的形状はいずれも同じである。

(仮定 3) 細孔の大小によらず tortuosity は一定である。この仮定と (仮定 2) より、Kozeny 定数 K は細孔の大きさによらず一定で、近似的に 5 とする。

(仮定 4) 層は等方的である。

これらの仮定のもとに、任意の動水半径 r_e をもつ細孔について、Kozeny-Carman 式をたてると、

$$u_e = \left(\frac{g_c}{KL_p \mu} \right) r_e^2 \Delta P \quad (1)$$

ただし $Re_e < 1$

ここで、

$$r_e = \epsilon d_p / 6(1 - \epsilon) \quad (2)$$

$k = KL_p \mu / g_c$, $x = r_e^2$ とおくと、Eq.(1) は次式となる。

$$U_e = (x/k) \Delta P \quad (1)'$$

(仮定 1) のように細孔径に分布を与えると、細孔面積 x の分布も対数正規分布となり、その分布関数を $f(x)$ とすると、全細孔についての平均流速は次式で与えられる。

$$\bar{U}_e = \frac{1}{A} \int_0^\infty U_e(x) N_x f(x) dx \quad (3)$$

* <The Effect of Local Pore Distribution in a Packed Bed on Kozeny's Constant>

Received on July 14, 1973

化学工学協会第 38 年会 (東京, 1973 年 4 月 4 日) にて発表

** Ryohei Yamazaki (正会員) and Genji Jimbo (正会員) Dept. of Chem. Eng., Nagoya Univ., Nagoya, Japan

① Head tank	⑥ Visco-meter
② Reservoir	⑦ Orifice
③ Gear-pump	⑧ Manometer for measuring flow rate
④ Packed bed (Test section)	⑨ Manometer for measuring pressure drop
⑤ Calming section	

Fig. 1 Experimental apparatus

$$A = \int_0^{\infty} N x f(x) dx \quad (4)$$

$$f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \ln \sigma_x} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x/x_0)}{\ln \sigma_x} \right)^2 \right] d(\ln x) \quad (5)$$

ここで、 N : 細孔総本数、 x_0 : x の幾何平均値

σ_x : x の幾何標準偏差

Eq.(1)' を Eqs.(3), (4) に代入して、

$$\bar{U}_s = \left(\frac{4P}{k} \right) \frac{\int_0^{\infty} x^2 f(x) dx}{\int_0^{\infty} x f(x) dx} \quad (6)$$

Eq.(5) を用いると、Eq.(6) は具体的に次式となる (計算は Appendix 1 に示す)。

$$\bar{U}_s = \left(\frac{4P x_0}{k} \right) \exp \left[\frac{3}{2} (\ln \sigma_x)^2 \right] \quad (7)$$

上式で、特に $\sigma_x = 1$ (細孔径が均一のとき) とすると、

$$\bar{U}_s = 4P x_0 / k \quad (8)$$

となって、Kozeny-Carman 式となる。

Eq.(7) で、 k または K が細孔径によらず一定とすると、細孔径に分布が存在する場合、みかけの細孔断面積 x_0^* が

$$x_0^* = x_0 \exp \left[\frac{3}{2} (\ln \sigma_x)^2 \right] \quad (9)$$

で与えられ、平均空隙率 $\bar{\epsilon}$ から求まる x_0 より大きくなるとみることができる。そのため透過率が、同一の平均空隙率を有する均一層の場合より大きくなることがわかる。

次に、Eq.(9) を次のように書き換える。

$$\bar{U}_s = \frac{1}{K \phi} \frac{\bar{\epsilon}^3}{(1-\bar{\epsilon})^2} \left(\frac{d_p}{6} \right)^2 \left(\frac{g_0 \Delta P}{\mu L_p} \right) \quad (10)$$

ここで、

$$\phi = \exp \left[-\frac{3}{2} (\ln \sigma_x)^2 \right] \quad (11)$$

Eq.(10) のように、不均一層の場合にも空隙率として、層全体についての平均値を用いると、 $K(\approx 5)$ に ϕ という補正項が加わったとみることもできる。そこで $K\phi = K^*$ として、不均一層の場合の、みかけの Kozeny 定数 K^* を定義すると、 K^* と σ_x との関係は次式となる。

$$K^* = K \exp \left[-\frac{3}{2} (\ln \sigma_x)^2 \right] \quad (12)$$

上式が示すように、細孔径に著しい分布が存在すると、 K^* は 5 よりもはるかに小さな値となることが予想される。

2. 実験装置および実験方法

前項の Eq.(12) の妥当性を確かめるには、実際の粉体層で、局所的な粒子配列構造を調べなくてはならないが、これを行うのは困難なことと思われる。たとえば、粒子配列構造を測定する一つの方法として、粒子層内の空隙を樹脂などで満たし、層を固化させて構造を調べるとい方法があるが、数十ミクロン以下の粒子の層では、粒子層を乱さずにこのような層をつくることはむずかしいと思われる。そこで、本報では比較的大きな粒子を用いて凝集体をつくり、層を形成してその構造を調べた。これを次のようにして行った。

ガラスビーズ ($d_p = 2.0 \sim 2.25$ mm, $d_p = 1.6 \sim 1.8$ mm の 2 種類) の浅い層に、市販の接着剤を溶かしたベンゼン溶液を滴下し、乾燥させ、固化した層を砕いて、ある大きさの分布をもつ凝集体をつくった。この凝集体内部の粒子接点での接着剤付着量がわずかであることを認めてから充填層カラムにランダムに入れて層を形成した。

この層を用いて以下の実験を行った。

2.1 流体透過実験

実験装置の略図を Fig. 1 に示す。充填層内径は 99 mm で、高さは 200 mm。また、粘度計として、内径 4.5 mm、長さ 442 mm の直管を用いた。また、層流状態で実験するため、流体として、比較的粘度の高いグリセリン溶液 (50~25 wt %) を使用した。

Kozeny 定数を求めるために次の関係を測定した。

(1) 充填層 (Fig. 1 の ④) での ΔP と Q との関係。

(2) 直管 (Fig. 1 の ⑥) での ΔP と Q との関係。

粘度は次式によって決定した。

$$\mu = \frac{\pi g d^4 (\rho_m - \rho_f) \left(\frac{R}{Q} \right)}{128 L_s} \quad (13)$$

また、次式を用いて、Kozeny 定数 K を算出した。

$$K = \frac{(\rho_m - \rho_f) g}{L_p} \frac{\bar{\epsilon} \bar{r}_s^2 R}{\mu (4Q/\pi D^3)} \quad (14)$$

ここで、

$$\bar{r}_s = \bar{\epsilon} d_p / 6(1-\bar{\epsilon}) \quad (15)$$

2.2 充填層断面の粒子配列状態の写真撮影

透過実験終了後、テスト・セクション ④ をはずし、

水洗し乾燥させる。その後、層中心部にたてたパイプ（内径4φ）より、注形用樹脂を流し込み、空隙を樹脂で満たし固化させる。このとき整流板から樹脂が流出しないように、あらかじめ整流板付近をパラフィンで固化させておく。このようにして固化した層を軸に直角に切断し、その切断面をフッ化水素溶液で処理して実質部分を白色化させ、写真撮影を行った。その一例を Fig. 2 に示している。この写真から後述する方法によって、2次元局所動水半径の分布が求められる。

3. 2次元局所動水半径の定義およびその分布の計算

前項までに局所空隙率という語を使用してきたが、これは論理的に厳密に定義されるものではない。というのは、局所空隙率を着目体積要素内の空隙の割り合いとして定義しても、この着目体積要素の大きさを変えると、この空隙率の値も変化し一定値とならないからである。換言すれば、局所空隙率の値を支配する着目体積要素の大きさは厳密には決まらない。だが、実用的な観点に立てば、目的に応じてこの大きさを決定することは十分意味があることと思われる。たとえば、粒子・流体間の熱または物質移動や、流体の透過抵抗などでは、着目している粒子のごく近傍にある粒子の配列状態が重要な因子となると考えられるので、それらの粒子を包含する、粒子半径の2~3倍の半径を有する球を体積要素とすることは妥当と思われる。Haughey¹⁾は、この球を体積要素として、ランダム・ベッドの局所空隙率の分布を推算している。

これと同様に本報では、流体の透過抵抗も着目粒子とそこごく近傍の粒子との間の局所空隙率によって、おおむね決められると考え、また、透過抵抗を問題にしているので、局所空隙率の変動の代わりに、以下に定義する局所動水半径を用いて層の不均一性を論じた。

Fig. 3のように、着目円Oと同心の半径rの円を描き、その円の内部にある空隙の面積を S_r 、円弧の長さを L_r として、 S_r/L_r の値を計算する。rを増しつつ、この値を計算し、これが最大値をとるところで、計算をやめ、このときの値 S_r/L_r を円Oまわりの2次元局所動水半径と定義する。これをFig. 2のような多数の粒子について行い、2次元局所動水半径の分布を計算する。実際の計算は電子計算機（Hitac 10）によって行った。計算のための手順をAppendix 2に示す。なお、この円群の位置ぎめには図形解析装置（Graph-pen）を用いた。

4. 3次元局所動水半径の定義およびその分布

3.で2次元局所動水半径 R_e の分布が求まるが、これ

Fig. 2 Photograph of cross section of packed bed

Fig. 3 Definition of two-dimensional hydraulic radius

Fig. 4 Longitudinal variation of hydraulic radius

には、流れ方向の細孔の断面変化の寄与が含まれている。これがFig. 4に示されている。細孔分布モデルに必要なのは、この流れ方向の断面変化の影響を取り除いた、すなわち、流れ方向で平均した細孔径の分布である。

今、この流れ方向に平均した細孔径を3次元局所動水半径 r_e と定義すると、次のようにして、 r_e の分布と R_e のそれとの関係が求まる。

Fig. 4のように、断面変化を有するN本の細孔を考え、これらにn個の切断を入れると、nN個の細孔断面が得られる。 $R_e(i, k)$ を細孔iの切断kによって与えられる2次元動水半径とし、 $r_e(i)$ を細孔iの3次元動水半径とすると、次式が成り立つ。

$$\ln(r_e(i)) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln(R_e(i, k)) \quad (16)$$

また、 $V_R(i)$ を $R_e(i, k)$ の $r_e(i)$ に関する幾何標準偏差とすると、

$$\begin{aligned} [\ln(V_R(i))]^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [\ln(R_e(i, k)/r_e(i))]^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [\ln(R_e(i, k))]^2 \end{aligned}$$

Fig. 5 Pressure drop versus flow rate

Fig. 6 Pore size distribution

Fig. 7 Comparison of theoretical and experimental value of apparent Kozeny's constant

$$-\frac{n}{n-1}[\ln(r_e(i))]^2 \quad (17)$$

次に、 $\bar{r}_e$ を $r_e(i)$ の N 個の平均とすると、

$$\ln(\bar{r}_e) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(r_e(i)) \quad (18)$$

さらに、 V_r を $r_e(i)$ の $\bar{r}_e$ に関する幾何標準偏差とすると、

$$\begin{aligned} [\ln(V_r)]^2 &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\ln(r_e(i)/\bar{r}_e)]^2 \\ &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\ln(r_e(i))]^2 - \frac{N}{N-1} [\ln(\bar{r}_e)]^2 \end{aligned} \quad (19)$$

次に、 V を $R_e(i, k)$ の $\bar{r}_e$ に関する幾何標準偏差とすると、

$$[\ln V]^2 = \frac{1}{nN-1} \sum_{j=1}^{nN} [\ln(R_{e,j}/\bar{r}_e)]^2$$

$$= \frac{1}{nN-1} \sum_{j=1}^{nN} [\ln(R_{e,j})]^2 - \frac{nN}{nN-1} [\ln(\bar{r}_e)]^2 \quad (20)$$

(Eq.(17) を用いると)

$$\begin{aligned} &= \frac{n-1}{nN-1} \left\{ \sum_{i=1}^N [\ln(V_R(i))]^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N [\ln(r_e(i))]^2 \right\} \\ &\quad - \frac{nN}{nN-1} [\ln(\bar{r}_e)]^2 \end{aligned}$$

(さらに、Eq.(19) を用いると)

$$\begin{aligned} &= \frac{n-1}{nN-1} \sum_{i=1}^N [\ln(V_R(i))]^2 \\ &\quad + \frac{n(N-1)}{nN-1} [\ln(V_r)]^2 \end{aligned}$$

ここで、 n, N が十分大きいとすると、

$$[\ln V]^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\ln(V_R(i))]^2 + [\ln(V_r)]^2 \quad (20')$$

ここで、さらに i によらず $V_R(i)$ は一定で $V_R = V_R(i)$ (細孔は幾何学的に相似) と仮定すると、Eq.(20)' は次の簡単式になる。

$$[\ln V]^2 = [\ln V_R]^2 + [\ln V_r]^2 \quad (21)$$

上式で、右辺第 1 項が細孔の軸方向の断面変化の寄与を表しており、第 2 項は 3 次元的動水半径の分布の寄与を表している。次に、動水半径を考える代わりに、細孔の断面積 x について考え、 V, V_R, V_r に対応するものをそれぞれ、 $\sigma_s, \sigma_s^*, \sigma_x$ とすると、

$$\ln \sigma_s = 2 \ln V, \quad \ln \sigma_s^* = 2 \ln V_R, \quad \ln \sigma_x = 2 \ln V_r$$

が成り立つので、Eq.(21) は次のようになる。

$$[\ln \sigma_s]^2 = [\ln \sigma_s^*]^2 + [\ln \sigma_x]^2 \quad (22)$$

上式で $\sigma_x = 1$ 、すなわち、細孔径が均一のときに、 $\sigma_s = \sigma_s^*$ となるので、 σ_s^* はランダム・ベッド (均一層) に対する 2 次元局所動水半径の分布より求まる。そこで、不均一層に対して、 σ_s を実測すれば Eq.(22) を用いて σ_x を求めることができる。

5. 実験結果および考察

流体透過実験による結果の一例を Fig. 5 に示している。また、3. で定義された 2 次元局所動水半径から計算される細孔断面積の分布を Fig. 6 に示す。累積頻度が 90% あたりで、直線からはずれる場合もあるが、ほぼ対数正規分布に従っているとしてさしつかえないと思われる。そこで、 ΔP と Q との関係から求まる K^* と、細孔断面積の分布の実測値 (Fig. 6)、および Eq.(22) を用いて得られる σ_x の関係をみたのが Fig. 7 である。図中の実線は細孔分布モデルによる Eq.(12) である。 σ_s が比較的小さいところ ($\sigma_s < 2$) では Eq.(12) によく一致しているが、 σ_s が大きくなると K^* の値は Eq.(12) による値よりも大きくなる傾向がある。

これは、不均一性がかなり大きくなると、流れを支配する比較的大きな細孔の本数が小さな細孔のそれよりも著しく少なくなるために、大きな細孔の tortuosity が比較的大きくなることが考えられ、このため、このモデルで予想される圧力損失より大きくなると思われる。

このことから、このモデルで用いた（仮定3）は比較的、不均一性の小さいところでは妥当と考えられる。

以上のように、粒子層内に細孔径または局所的空隙率の不均一性が存在すると、透過率は細孔径の平均値または、層全体についての平均空隙率から計算される透過率よりも大きくなり、比較的不均一性が小さい場合に、その影響が Eq.(12) で評価されうことを示したが、この不均一性が実際の、付着、凝集性の強い粉体層内の流体の流動に、どの程度影響を及ぼしているかを次の例で考察してみる。

杉原は種々の微細粒子の流動化開始速度を実測し、その値が予想される値よりはるかに大きくなるという結果⁹⁾を得て、それが粒子凝集体の形成によるものであるという説明を行っている。このように、普通の粒子で、粒径が 40~50 μ 以下になると、付着、凝集性が顕著となってくるので、層内に凝集体が存在することは十分考えられる。層内に粒子凝集体が存在すると、空隙の側からみれば、空隙は局所的に不均一になっていると思われる。

そこで、この微細粒子の流動化について、細孔分布モデルを適用すると、実測される流動化開始速度と細孔の不均一性との関係は次式となる（誘導は Appendix 3 に示す）。

$$U_{mf,ob.}/U_{mf.th.} = \exp\left[\frac{3}{2}(\ln \sigma_x)^2\right] \quad (23)$$

Eq.(23) と杉原の結果⁹⁾とを用いると、 σ_x を試算することができ、細孔の不均一性の程度がわかる。この結果を Fig. 8 に示している。 σ_x が 2 以上でも、このモデルが適用できるとして σ_x を計算しているので、実際の σ_x は幾分これより小さくなると思われるが、粒子径が小さくなると σ_x が大きくなるという傾向は明瞭である。これは粒子径が小さくなるにつれて、付着、凝集性が増し、それに応じて存在しうる最大の凝集体の大きさが増すので、細孔径の分布も広がると考えることができよう。

また、この図と、Fig. 7 とから、本実験で用いた粒子層の不均一性の程度は粒子径が 5~40 ミクロンの実際の粉体層に相当するものであることがわかる。このように、数十ミクロン以下の粉体層では、層の不均一性を考慮に入れる必要があると思われる。たとえば、空気透過法を用いた粒子の比表面積測定で、空隙率を変えて行くと、空隙率の増加とともに比表面積が減少するという結果がよく得られる²⁾ が、これは空隙率の増大とともに、

Fig. 8 σ_x value for fluidized bed

不均一性が増し、透過率が大きめに、すなわち、比表面積が小さめに測定されるためという、定性的な説明が可能であるように思われる。

結 言

層内に局所的空隙の不均一性が存在すると考えられる微粉の粉体層を模擬した粒子層を作り、流体透過実験、粒子の2次元配列状態の実測、および簡単な細孔分布モデルにより以下の結果を得た。

(1) 一般に、粒子層内に局所的空隙の不均一性が存在すると、実測される透過率は、平均空隙率を用いて、Kozeny-Carman 式から計算されるそれより大きくなる。

(2) この透過率の増大をみかけの Kozeny 定数の減少として評価すると、細孔分布モデルにより、比較的、不均一性が小さい場合、Eq. (12) で示されるみかけの Kozeny 定数と単一細孔断面の幾何標準偏差との関係を得た。

(3) 実際の粉体層で、比較的空隙率が大きい場合、予想される値以上に透過率が大きくなることの説明に、この細孔分布モデルを用いることを指摘した。

Appendix 1

$$I_1 = \int_0^\infty x f(x) dx \quad (A-1)$$

$$I_2 = \int_0^\infty x^2 f(x) dx \quad (A-2)$$

とおくと、

$$\ln \sigma_x = u, \quad \ln(x/x_0) = t$$

とおくことによって、

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x_0 e^{t/2} e^{-1/2(u^2)} dt$$

$t/u = y$ とおくと

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{x_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{u^2/2} e^{-1/2(y-u)^2} dy \\ &= x_0 e^{u^2/2} = x_0 \exp\left[\frac{1}{2}(\ln \sigma_x)^2\right] \end{aligned} \quad (A-3)$$

同様に、

$$I_2 = \frac{x_0^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{2u^2} e^{-1/2(y-2u)^2} dy$$

Fig. 9 Determination of x, y co-ordinates of center of circle and boundary

$$=x_0^2 \exp[2(\ln \sigma_x)^2] \quad (\text{A-4})$$

この Eqs.(A-3), (A-4) を本文下の Eq.(6) に代入すると, Eq.(7) が得られる。

Appendix 2

計算の手順は次のようなものである。

(1) Fig. 9 に示されるように N 個の粒子の半径 $R(I)$, および中心の座標 $X(I)$, $Y(I)$ の決定および境界線 (B_k) の決定 (Graph-pen によって紙テープに出力。これが以後の計算の入力データとなる)。

(2) 着目円の決定。

(3) 着目円の同心円を描き S_r/L_r を計算する。同心円の半

径 r を増しつつこれを行う。 S_r/L_r が最大になったら (4) に移る。 S_r/L_r が最大値に達するまでに同心円が B_k をよぎれば (5) に移る。

(4) 動水半径の値としてアウト・プットする。

(5) 着目円を更新し, N 個の粒子について計算が完了したかどうかの判定を行う。完了していない場合は (2) に戻る。完了したら, 動水半径の分布を求めて出力する。

(6) 計算終了。

Appendix 3

流動層内粒子総重量を W , 層断面積を A として, 本文中の Eq.(7) および Eq.(8) を流動化開始時に適用すると, ΔP は W/A に, Eq.(7) の $\bar{U}_s$ は $U_{mf,ob}$ (U_{mf} の実測値) に, Eq.(8) の $\bar{U}_s$ は $U_{mf,th}$ (U_{mf} の理論値) におきかえることができる。すなわち,

$$U_{mf,ob} = (Wx_0/kA) \exp\left[\frac{3}{2}(\ln \sigma_x)^2\right] \quad (\text{A-5})$$

$$U_{mf,th} = Wx_0/kA \quad (\text{A-6})$$

Eqs.(A-5), (A-6) の比をとって本文中の Eq.(23) が得られる。

Nomenclature

A	= total cross-sectional area of pores	[cm ²]	$r_s(i)$	= three-dimensional hydraulic radius of pore- i	[cm]
a	= radius of particle	[mm, cm]	S_r	= void area in a circle shown in Fig. 3	[cm ²]
D	= inner diameter of packed bed	[cm]	U_s	= interstitial fluid velocity	[cm/sec]
d	= inner diameter of visco-meter	[cm]	$\bar{U}_s$	= average value of U_s over the cross section	[cm/sec]
d_p	= diameter of particle	[mm, cm]	V	= geometrical variance defined by Eq.(20)	[—]
$f(x)$	= distribution function of pore area	[1/cm ²]	$V_R(i)$	= geometrical variance defined by Eq.(17)	[—]
g	= gravitational acceleration	[cm/sec ²]	V_R	= geometrical variance defined by Eq.(19)	[—]
g_e	= gravitational conversion factor	[g/cm ³ ·sec ² G]	x	= cross sectional area of single pore	[cm ²]
K	= Kozeny's constant	[—]	x_0	= geometrical mean of x	[cm ²]
K^*	= apparent Kozeny's constant of heterogeneous bed	[—]	x_0^*	= apparent mean value of cross sectional pore area given by Eq.(9)	[cm ²]
L_p	= height of packed bed	[cm]	ϵ	= porosity of packed bed	[—]
L_r	= length of arcs in a circle in Fig. 3	[cm]	$\bar{\epsilon}$	= average value of ϵ	[—]
L_v	= length of visco-meter	[cm]	μ	= viscosity of glycerine solution	[g/cm·sec]
N	= total number of pores	[—]	ρ_f	= density of glycerine solution	[g/cm ³]
n	= number of cuts	[—]	ρ_m	= density of manometer liquid (carbon tetrachloride)	[g/cm ³]
ΔP	= pressure drop	[G/cm ²]	σ_x	= geometrical variance of three-dimensional pore size distribution	[—]
Q	= volume flow rate	[cm ³ /sec]	σ_s	= geometrical variance of two-dimensional pore size distribution for heterogeneous bed	[—]
R	= manometer reading	[cm]	σ_s^*	= geometrical variance of two-dimensional pore size distribution for homogeneous bed	[—]
R_s	= two-dimensional hydraulic radius	[cm]	ψ	= value defined by Eq.(11)	[—]
R_{ec}	= Reynolds number of particle	[—]			
$R_s(i, k)$	= two-dimensional hydraulic radius of i -pore given by cut- k	[cm]			
r	= radius of circle shown in Fig. 3	[cm]			
r_s	= hydraulic radius	[cm]			
$\bar{r}_s$	= average value of r_s	[cm]			

Literature cited

- Haughey, D.P. and G.S.G. Beveridge: *Chem. Eng. Sci.*, 21, 905 (1966)
- Jimbo, G., F. Iwamoto and Y. Mori: *J. Res. Assoc. Powder Tech.*, 4, 748 (1967)
- Jimbo, G. and S. Fujita: *Journal of the J. S. M. E.*, 12, 1652 (1969)
- Sugihara, M.: *J. Res. Assoc. Powder Tech.*, 3, 21 (1966)