水中を近接して上昇する 2 個の気泡の振動数に及ぼす気泡間距離の影響

中 川 克 巳

工学院大学 化学工学科[†]

水中の 2 個の気泡の固有振動数に与える気泡間距離の影響を、浮遊気泡法および音波のパルス応答法によって実験的に研究した。

2 個の気泡の相互作用によって影響された振動数 F を、 L/D_0 が 0.6 から 29.3 の範囲にわたって測定した。ここで、 L は気泡の表面から表面までの距離で、 D_0 は気泡相当径である。

L/D_0 の値は約 3 より大きくなるに従って、 F への影響はほとんど認められなかったが、約 3 より小さいときはわずかな影響が見られた。

さらに、これらの実験結果は水中で振動している 2 個の球状気泡の固有振動数に関する島の理論と良好に一致した。

緒 言

水中のスピーカから液中の気泡に音波を当てると、励起して気泡が振動を起こすことはよく知られたところで、3 個以下の球状気泡の場合については島^{3,4)}により理論解が求められている。また、2 個の気泡の固有振動数については、Morioka²⁾ によって理論解が求められているが、その結果は島の式と一致している。最近、Foody and Huber¹⁾ は 4 個以下の同径気泡について理論的解析を行っている。

著者らは先に、必ずしも球形でない 1 個の気泡に音波のパルスを作用させる実験を行ったところ、気泡の固有振動数と気泡径の間に、島⁴⁾の解析結果を適用しうることを見だし、それを利用して、1 個の場合の気泡径を簡単に測定する方法を開発した⁸⁾。

しかしながら複数個の気泡が隣接している場合、その応答波は互いに干渉するため、気泡固有振動数は 1 個のときに比べて変化することが予想されるが、これまで、この種の実験はなされていない。そこで同径ならびに異径の 2 個の気泡が近接して上昇する場合の複合波を実測し、それを周波数解析して得られた気泡固有振動数に及ぼす気泡間距離の影響を明らかにすることを試みた。

1. 実験装置および方法

実験装置の概略は Fig. 1 に示した。用いた水槽は $70 \times 70 \times 110 \text{ cm}^3$ のもので、これに $293 \pm 1 \text{ K}$ の水道水を入れておき、ノズルより空気を吹き込む。同径および異径の 2 個の気泡の生成には、それぞれ独立した蓄気室を持つ 2 本のノズルを使用した。各ノズルへ流す空気の流量はニードル・バルブ 1 を調節して、液中に 3 個以

上の気泡が存在しないようにした。

2 個の気泡が液中に存在している場合の振動数 F の測定は次のようにして行った。すなわち、光電管 3 へ投光している光線を気泡が横切ったときに生ずる電圧変化をシンクロスコープ 4 のトリガ信号とし、パルス・ジェネレータ 5 でまず 1 周期の正弦波状パルスを作る。これを増幅してスピーカ 7 より気泡に作用させ、応答波をマイクロホン 8 で捕捉する。その後それを増幅し、デジタル・シグナル・アナライザ 12 を用いて高速フーリエ変換し、パワースペクトル分布を求めた。そしてこのスペクトルのピーク値をコンピュータ 22 で読みとり、気泡の振動数 F とした。なお、応答波はトランジェント型であるためウィンド関数は方形型を使用した。サンプル数 N_s は 256、サンプル間隔 Δt は 0.3125 ms 、すなわち、周波数分解能は 12.5 Hz ($=1/\Delta t \cdot N_s$) であった。

気泡に音波を作用させる場所としては水面下約 30 cm を選んだが、そのとき同時にストロボ 15 を発光させ側面より気泡を撮影し気泡間隔も測定した。

気泡相当径 D_0 の測定は、先に報告した方法³⁾、すなわち、浮遊気泡最大径 D_f より求める方法で算出した。なお、 D_f と球体積相当径 D_0 との換算には次式

$$D_0 = 0.679 D_f + 0.120 \quad (1)$$

を用いた。

さらに、異径の 2 個の気泡の場合の極限として、1 個の気泡が水面に接近した場合の応答波も測定しようとしたが、マイクロホン・スピーカ・光源・カメラなどの位置の関係で困難であった。そこでノズルを水面に近づけ、気泡がノズルを離脱する際発生する音波を捕捉し同様の処理を行った。

[†] 〒160 新宿区西新宿 1-24-2

Fig. 1 Block diagram of experimental apparatus

1: Needle valves	14: Relay
2: Nozzles	15: Strobo
3: Phototransistor	16: 35 mm camera
4: Synchroscope	17: Timer
5: Pulse generator	18: Camera control unit
6: Power amplifier	19: Film running camera
7: Speaker	20: Stroboscope
8: Hydrophone	21: HP-IB
9: Pre-amplifier	22: Desktop computer
10: D.C. amplifier	23: Printer
11: Digital counter	24: Graphic plotter
12: Digital signal analyzer	25: Digitizer
13: Synchroscope	

Fig. 2 Response wave from a pair of bubbles ($D_{0,1}=0.487$ and $D_{0,2}=0.454$ cm) excited by a sinusoidal pulse of sound

2. 実験結果および考察

2・1 既往の理論解

島^{5,6)}は、非圧縮性、非粘性液体中に2, 3個の気泡が存在するときの気泡固有振動数について、気泡内気体が断熱変化するものとし、表面張力の影響を考慮し重力の影響は無視して理論式を導いた。気泡が2個の場合には、Eq. (2) となることを明らかにした。

$$F_i = \frac{1}{2\pi R_{i,0}} \sqrt{\frac{p_\infty}{\rho_L}} \times \sqrt{\frac{(m^2 M + N) \pm \sqrt{(m^2 M - N)^2 + 4MNm^3 W_1^2}}{2m^2(1 - W_1^2 m)}}$$

* Fig. 2 は Fig. 3 のパワースペクトルの一例を示すためにサンプル間隔 78.125 μ s でとったデータである。この場合、6.4 kHz 程度までは信頼するスペクトルであると考えられる。

Fig. 3 Power spectrum of the response wave in Fig. 2

(2)

ここで、

$$M = 3\gamma + S(3\gamma - 1), \quad N = 3\gamma + (S/m)(3\gamma - 1)$$

$$S = (2\sigma/R_{1,0})/p_\infty, \quad m = R_{2,0}/R_{1,0}$$

$$W_1 = R_{1,0}/l, \quad l = L + R_{1,0} + R_{2,0}$$

また、Morioka²⁾ は2個の気泡の固有振動数に関する理論式を、気泡は他の気泡の慣性項の係数へ影響するとして、求めているが、その結果は島の理論式と一致している。

最近、Foody ら¹⁾ は同径気泡が2~4個まで近接して配置されたときの気泡固有振動数について理論式を求めているが、同径2個の場合は、Eq. (2) で $\sigma=0$, $m=1$ としたときの式と一致している。

2・2 2個の近接気泡の固有振動数

D_0 がそれぞれ 0.487 cm および 0.454 cm の2個の気泡が約 2.2 cm 離れているとき、得られた応答波を Fig. 2* に示した。7.1 ms (すなわち振動数に直して 141 Hz) の周期のうなりが見られる。これを周波数領域に変換した時のパワースペクトル分布が Fig. 3 である。1325 Hz と 1475 Hz に鋭いピークが見られるが、その差は 150 Hz であり、ほぼ、うなりの振動数と一致していることがわかる。もともと1個の気泡しか存在しないときの固有振動数 F_0 は次式⁵⁾

$$F_0 = \frac{555}{2R_0 \sqrt{\rho_L/\gamma}} \quad (3)$$

で表された。上式によれば、0.487 および 0.454 cm の気泡の場合、 F_0 はそれぞれ、1351 および 1449 Hz と求まる。したがって、異径2個の気泡が液中に存在する場合、大きい気泡の F はその F_0 より小、また逆に小さい気泡はその F_0 より大きくなるのがわかる。

Fig. 4 は径が 0.48~0.83 cm の範囲の2個の気泡 80 組 (気泡径比; 1.2, 1.3 および 1.6 の3種) に対する実測値 F を F/F_0 対 L/D_0 の関係でプロットしたものである。小気泡の F/F_0 は1より大きく、大気泡では1より小さい。しかし、 L/D_0 が特に小さいときは F と

Fig. 4 Effect of L/D_0 on F/F_0 of a pair bubble (different diameter)

F_0 の差が多少顕著になるものの、一般にその差は極めて僅少であり、異径の場合、 L/D_0 の全領域で F と F_0 とは同じと見てよいと思われる。また、Fig. 4 中の実線は島の理論式 Eq. (2) であり、実験値と一致しているのがみられた。

次に、気泡径比が無限大とみられる場合、すなわち水面近傍の気泡の振動数に及ぼす L の影響をみたのが Fig. 5 で、図中の実線は液体自由表面の近くで振動する1個の気泡の固有振動数に関する Strasberg⁷⁾ の理論式、Eq. (4)

$$F = \frac{F_0}{\sqrt{1 - W_1 - W_1^4}} \quad (4)$$

を示したものである。実測値と理論値が一致していること、また Fig. 4 と Fig. 5 の比較より、気泡径比はあまり影響しないことがわかった。

Eq. (3) が示すように、固有振動数は気泡径によって変化する。しかし、高速フーリエ変換によって求める振動数の分解能は 12.5 Hz であり、気泡径の差が 0.01 cm 以下の場合それを調節することは困難である。そこで、気泡径の差が 0.01 cm 以下のものは同径であるとみなし、その干渉について実験した。測定した気泡相当径は 0.44, 0.50, 0.54 cm の3種類であるが、これらの応答波のパワースペクトルは、異径の場合と異なり、重なって1つのピークとなった。

島の理論によれば、同径の場合も2個の気泡に音波を作用させると各気泡とも2個の振動が重畳するはずであり、次の式となる。

$$\varepsilon_1 = A_1 \sin(2\pi F_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\pi F_2 t + \varphi_2) \quad (5)$$

$$\varepsilon_2 = -A_1 \sin(2\pi F_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\pi F_2 t + \varphi_2) \quad (6)$$

ここに、 ε_1 および ε_2 は第1および第2気泡の気泡径の変動分であり、 $F_1 > F_2$ である。上式によれば、高い振動数 F_1 の波は第1気泡と第2の気泡とでは位相が全く逆であり、低い振動数の波は全く同位相で振動することになる。したがって、これらの振動をマイクロホンで受けるとき、高い振動数 F_1 の波は打ち消されてしまい、ビク・アップできなくなったものと思われる。したが

Fig. 5 Effect of L/D_0 on F/F_0 is the distance between bubble and free liquid surface

Fig. 6 Effect of L/D_0 on F/F_0 of a pair bubble (same diameter)

って、測定値は Fig. 6 のように、1つの相関関係しか得られなかった。

気泡間隔が気泡径の3倍以上になると、相互の影響が無視し得ることがわかる。図中の実線は島の⁵⁾理論式 Eq. (2) である。実測値と一致しているのが見られる。また、Foody ら¹⁾ のそれも計算したが、島のそれとほとんど一致しており、表面張力を無視し得ることがわかる。

結 言

2個の気泡が水中を近接して上昇するとき、および1個の気泡が水面に近接している場合（気泡径比が無限と考えられる）、気泡固有振動数に及ぼす気泡間距離の影響を、音波のパルス応答法および浮遊気泡法を用いて求め、既往の理論解と比較検討し、以下のことを明らかにした。

1) 2個の異径気泡の場合、気泡間距離が小さいとき、大きい気泡の固有振動数はその気泡が液中に1個存在するときの値 F_0 よりも小さくなり、小さい気泡では逆に大きくなる。さらに、 F/F_0 に及ぼす気泡間距離の影響は島の理論解と一致した。なお、気泡径比による影響は見られなかった。

2) 2個の同径気泡の場合、 $L/D_0 < 3$ の範囲では、同じ大きさの1個の気泡が液中に存在するときの固有振動数よりも小さくなり、島および Foody らの理論解と

一致した。

3) 気泡が同径で、 $L/D_0 < 3$ の場合、気泡間距離の影響は無視できないので、気泡径を求めるには、 F/F_0 の値による補正が必要となる。しかし、 $L/D_0 > 3$ では、同径でも異径でも気泡間距離の影響は無視できるようになり、Eq. (3) によりその気泡径を求めることができる。

【謝 辞】 本研究を進めるにあたって、随時討論をして戴き、適切な助言を与えて下さった工学院大学化学工学科 山本芳太郎教授に感謝致します。

Nomenclature

A_i	= amplitude of a bubble oscillating shown by Eqs. (5) or (6)	[cm]
D_f	= maximum horizontal diameter of a floating bubble	[cm]
D_0	= bubble equivalent diameter calculated by Eq. (1)	[cm]
$D_{0,i}$	= the i -th bubble equivalent diameter calculated by Eq. (1)	[cm]
F_i	= frequency of the i -th bubble affected by interaction	[Hz]
F_0	= natural frequency of bubble	[Hz]
Δf	= frequency resolution of FFT	[Hz]
L	= interbubble distance (surface to surface) or distance between bubble surface and liquid level	[cm]
l	= $L + R_{1,0} + R_{2,0}$	[cm]
M	= $3\gamma + S(3\gamma - 1)$	[—]
m	= $R_{2,0}/R_{1,0}$	[—]
N	= $3\gamma + (S/m)(3\gamma - 1)$	[—]

N_s	= the number of samples of FFT	[—]
p_∞	= pressure in water far from the bubbles	[Pa]
R	= radius of bubble	[cm]
$R_{i,0}$	= static radius of the i -th bubble	[cm]
S	= $(2\sigma/R_{1,0})/p_\infty$	[—]
t	= time	[s]
Δt	= an interval of smapling of FFT	[ms]
W_1	= $R_{1,0}/l$	[—]
γ	= ratio of specific heat of gas in a bubble	[—]
ε	= $(R_i - R_{i,0})/R_{i,0}$, $ \varepsilon < 1$	[—]
ρ_L	= liquid density	[kg/m ³]
σ	= surface tension	[N/m]
φ	= phase angle	[rad]
<Subscript>		
i	= each of the two bubbles ($i=1, 2$)	

Literature cited

- 1) Foody, B. F. and P. W. Huber: *J. App. Mech.*, **48**, 727 (1981)
- 2) Morioka, M.: *J. Nucl. Sci. Technol.*, **11**, 554 (1974)
- 3) Nakagawa, K.: *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **10**, 557 (1984)
- 4) Shima, A.: *J. Basic Engng.*, Trans. ASME, Ser. D, **92**, 555 (1970)
- 5) idem: *ibid.*, **93**, 426 (1971)
- 6) idem: *Mem. Inst. High Speed Mech.*, Tohoku Univ., **31**, 81 (1972)
- 7) Strasberg, M.: *J. Acoust. Soc. Am.*, **25**, 536 (1953)
- 8) Yamamoto, Y. and K. Nakagawa: *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **5**, 374 (1979)

(1984 年 12 月 26 日受理; 化学工学協会第 16 回秋季大会 (豊田; 1982 年 10 月) にて発表)

Effects of Interbubble Distance on the Oscillation of Two Bubbles Closely Rising in Water

Katsumi Nakagawa

Dept. of Chem. Eng., Kogakuin Univ., Tokyo 160

Key Words: Bubble, Bubble Natural Frequency, Interbubble Distance, Floating Bubble Method, Pulse Response Method

The effect of interbubble distance on natural frequencies of two bubbles in water was experimentally investigated by the floating bubble method and the pulse response method of sound.

The frequency F affected by the interaction of two bubbles was measured over the range 0.6 to 29.3 of L/D_0 , where L and D_0 are distance of the bubble surface to surface and the bubble equivalent diameter, respectively.

As the value of L/D_0 grew larger than about 3, there was no effect of L/D_0 on F , while as it grew smaller than about 3, a small effect was found.

In addition, these experimental results show good agreement with Shima's theory of the natural frequency of two spherical bubbles oscillating in water.