粒子濃度測定における非等速吸引誤差の評価法[†]

佐俣満夫

横浜市環境科学研究所^{††}

金岡千嘉男

金沢大学工学部 土木建設工学科^{†††}

気流中の粒子濃度を測定する場合、気流の速度と異なる速度で吸引すると得られた粒子濃度に誤差が生じ、これは非等速吸引誤差と呼ばれている。そこで、物質収支式を基に非等速吸引に影響する無次元数による次元解析の手法を用いて、多量の実験データと供に解析することにより非等速吸引誤差の評価を試みた。この評価では慣性に関わる因子の解析が重要な意味をもち、この因子の解析に当り主流速、吸引流速及び粒径が0または ∞ になる場合を仮定することにより、慣性パラメータやレイノルズ数等の無次元数をもちて慣性パラメータが0.01~30の広い範囲でしかも相対誤差5%以内で適用できる評価式を導いた。

緒 言

気流中の粒子濃度をサンプリング法により測定するとき、気流速度とサンプリングノズルでの吸引速度が異なれば、得られる粒子濃度に誤差が生じる。このため非等速吸引誤差に関わる研究が多くなされているが、これらの多くは主に非等速吸引誤差に影響する因子を用いて実験データの近似式を導いたものである (Davies, 1968; Belyaev and Levin, 1974; Stevens, 1986; Selden, 1977; Yoshida *et al.*, 1976)。また、Badzioch (Badzioch, 1960) は粒径分布を考慮した検討を行っており、牧野ら (Makino *et al.*, 1995) は非等速吸引誤差から粒径分布を得るための手法の検討を行っている。

サンプリングによる粒子濃度は流速や粒径の極端な条件では、必然的に定まるが、既往の評価式はそれらの一部を満足するだけで全ての条件を満足するものはない。そこで流速や粒径などの影響因子が0や ∞ をとる極端な条件での粒子濃度のとるべき値即ち境界条件が与えられた範囲の中ですべて満足する濃度推定式を得るため、本研究では出来るだけ多くのかつ正確と考えられる実験結果を用いて、物質収支式を基に無次元数の非等速影響因

子による次元解析の手法により検討した。

1. 非等速吸引誤差の解析モデル

Fig. 1 に示すように気流に対向したサンプリングノズルにより、気流と異なる速度で含塵気流を吸引すると、ノズル近傍での気流と粒子の運動はある流線や粒子軌跡を境としてノズルに吸引されるものと吸引されないものに分かれる。したがって、サンプリングノズルに流入する気流と粒子量のそれぞれについて物質収支をとると次のようになる。

$$\frac{n_s}{n_o} = \left(\frac{r_p}{R} \right)^2 \frac{v_o}{v_s} \quad (1)$$

ここで、 n_s : 非等速吸引粒子濃度、 n_o : ダクト内粒子濃度、 v_s : 吸引流速、 v_o : ダクト内主流速であり、 r_p は十分遠方での限界粒子軌跡の半径、 R はノズル内半径である。上式は r_p が定まれば、サンプリング濃度が計算できることを意味している。しかし、 r_p は多くの因子の影響を受けるので、 $C = n_s/n_o$ 、 $W = v_o/v_s$ とすると非等速吸引誤差の評価では α を用いた次式が広く用いられている。

$$C = \alpha(W-1) + 1 \quad (2)$$

通常非等速吸引において大きく変化する影響因子は v_o 、 v_s 、粒径 d_p であり、これらの境界条件については、吉田ら (Yoshida *et al.*, 1978) は静止空間でのサンプリングについて、 $v_s \rightarrow \infty$ 及び $d_p \rightarrow 0$ のとき $C \rightarrow 1$ 、また

[†] 1996 年 4 月 15 日受理

^{††} 〒 235 横浜市磯子区滝頭 1-2-15

^{†††} 〒 920 金沢市小立野 2-40-20

Fig. 1 Schematic diagram of anisokinetic sampling flow ($W < 1$)

Stevens (Stevens, 1986) や Belyaev (Belyaev and Levin, 1974) は $v_o, d_p \rightarrow 0$ のとき $C \rightarrow 1$, $v_o, d_p \rightarrow \infty$ のとき $C \rightarrow W$ なる境界条件を与えている。これらの境界条件において、 C の境界条件は Eq. (2) とは無関係に非等速吸引誤差のとりべき値として **Table 1(A)** のようになり、 α の値は **Table 1(B)** のようになる。

さらに、 W についての境界条件として Fig. 1 において $W < 1$ のとき $r_p > R$ であるからこの場合 Eq. (1) より $W < C$ を得る。また $W > 1$ のとき $r_p < R$ であるから Eq. (1) より $W > C$ を得る。さらに $W < 1$ のとき $C < 1$ であり、 $W > 1$ のとき $C > 1$ であるから、 W に関する次のような境界条件を得る。

$$W < 1 \text{ のとき } W < C < 1 \quad (3)$$

$$W > 1 \text{ のとき } 1 < C < W$$

よって、非等速吸引誤差の評価式は $C = 1$ と $C = W$ を漸近線とした領域内に分布することになる。ここで、Eq. (3) と Table 1 の条件を満足する α の定式化には種々の方法が考えられるが、ここでは最も簡単な次式を仮定し、

$$\alpha = \frac{1}{1+N} \quad (4)$$

さらに N はサンプリングに影響するパラメータのべき乗の積で近似できるものと仮定し、影響因子に慣性パラメータ Ψ 、レイノルズ数 Re 、粒子のレイノルズ数 Re_p 等を考えると次元解析の手法より Eq. (5) の関係を得る。

$$\frac{C-W}{1-C} = A \cdot \Psi^B \cdot Re^D \cdot Re_p^E \dots \quad (5)$$

なお、Eq. (5) 左辺分子は $C \rightarrow W$ なる境界条件の下で右辺は 0 になることを示しており、分母は $C \rightarrow 1$ なる境界条件の下で右辺は ∞ に発散することを示している。

ここで、Eq. (5) 右辺にそれぞれ解析上影響すると思われる無次元数を取り、これらの式に v_o, v_s, d_p の境界条件を当てはめると、境界条件を満足すべき係数 A, B, D, E... 間での制約関係が得られ、それによって用いた無次元数に対応する具体的な解析式が得られる。得られた基礎解析式に実験データを当てはめて、最も一致する係数 A, B, D, E... をそれぞれ得ることによって評価式が得

Table 1 Boundary conditions of C, W and α

(A)		(B)
$v_o = v_s$	$C = 1$	α (indefiniteness)
$v_o \rightarrow 0$	$C = 1$	$\alpha \rightarrow 0$
$v_o \rightarrow \infty$	$C = W$	$\alpha \rightarrow 1$
$v_s \rightarrow 0$	$n_s = 0$	α (indefiniteness)
$v_s \rightarrow \infty$	$C = 1$	$\alpha \rightarrow 0$
$d_p \rightarrow 0$	$C = 1$	$\alpha \rightarrow 0$
$d_p \rightarrow \infty$	$C = W$	$\alpha \rightarrow 1$

Table 2 Profiles of Mass median diameters(MMD) and Densities of experimental particles

experimental particle	MMD (μm)	σ_g	Density (kg/m^3)
Fly ash (JIS No. 10)	3.2	1.8	2330
Fly ash (JIS No. 5)	18	2.7	2330
Talc (JIS No. 9)	3.6	1.9	2700
Talc (JIS No. 4)	8.3	2.9	2700
Alumina kiln dust (fine)	5.5	2.1	3800
(coarse)	28	3.0	3930
Oil combustion boiler dust (fine)	5.4	2.2	2310
(coarse)	30	3.5	3610
Glass furnace dust	6.7	2.4	2250

られる。なお、この場合の B, D, E は境界条件よりいずれも負の値となる。また、従来の多くの研究では v_o 基準で評価されているが、非等速吸引の場合、 v_o と v_s による粒子の慣性への相対的影響も考えられるため、ここでは $|v_o - v_s|$ 基準での評価も行った。

2. 解析結果と考察

この解析で使用した実験データは、既報でのデータを用いた (Samata, 1988, 1990)。使用した風洞の内径は 310 mm, v_o は 3~10 m/s, v_s は 1.5~40 m/s であり、 $W (=v_o/v_s)$ は 0.25~2.0 の範囲である。ノズル内径 d_n は 4~10 mm ϕ で使用し、慣性パラメータ Ψ_L は 0.01~30 の範囲である。実験粒子の中位径と密度を **Table 2** に示すが全粒子の中位径は 2~30 μm の範囲である。実験データ数は 425 である。

2.1 v_o 基準による慣性パラメータでの評価

ここでは Eq. (5) の右辺が Ψ_L のみによって影響されるものとして解析した。そこで解析しやすいように Eq. (5) 右辺の無次元数のべき数が正の値をとるように右辺に $1/\Psi_L$ をとると a, b を定数とした次式を得る。

$$\frac{C-W}{1-C} = a \left(\frac{1}{\Psi_L} \right)^b \quad (6)$$

ここで、Table 1(A) に示す境界条件より a, b > 0 である。この a, b を実験データを用いて決定するにあたり、Eq. (6) は C, W, Ψ_L のそれぞれの変数より構成されている

Fig. 2 Relationship between $C-W/(1-C)$ and $(1/\psi_v)^{0.5}$ at Eq. (6) (a: 1.05 C, b: 0.95 C, d: $W=0.25$, e: $W=0.65$, f: $W=1.55$, g: $W=2.0$)

ので、解析はまず W を固定して C と ψ_v の間で最小二乗法により a, b の値を求め、これらの a, b のグループの内全ての W の解析で C の相対誤差 $\pm 5\%$ 以内になるような a, b を選びこれを a, b の値とした。なお、以下の解析でも同様な手法により各係数を決定した。これより、 $a=1.0$, $b=0.50$ の値を得た。この a, b の値を与えた Eq. (6) の左辺と右辺での実験データの関係を Fig. 2 (A) に示す。また図中に $W=0.25$, 0.65 , 1.55 , 2.0 での $1.05C \sim 0.95C$ の範囲の限界線を示すが、ほぼ実験データはこれらの範囲の中にあり、得られた評価式は C の相対誤差 $\pm 5\%$ 以内である。また、Fig. 2(B) に Badzioch (Badzioch, 1960) と Davies and Subari (Davies and Subari, 1982) のデータを示すが、多少のばらつきが認められるもののこれらのデータもこの評価式である程度評価できるものと考えられた。なお、相対誤差 $\pm 5\%$ を越えるデータは Badzioch では C 自体のばらつきが大きいこと、また Davies and Subari のデータ

Fig. 3 Relationship between n_s/n_o and ψ_v at Eq. (7)

では v_o が 3 m/s 以下のものに多くみられた。さらに Eq. (6) を C について整理すると $0.01 < \psi_v < 30$ の広い慣性パラメータの範囲で適用できる次式が得られた。

$$C = -\frac{\sqrt{\psi_v}}{1 + \sqrt{\psi_v}} (W-1) + 1 \quad (7)$$

また、Eq. (7) での n_s/n_o と ψ_v の関係を Fig. 3 に示す。ここで従来の代表的評価式として $W=0.25$ 及び 2.0 での Davies と Belyaev の評価式を合わせて Fig. 3 に示すが、これらの評価式は $\psi_v > 0.5$ では実験データより非等速吸引誤差を過大に評価する結果となっている。これはこれらの評価式が主に微小粒子によって解析されているため、 ψ_v が大きくなる範囲では評価されていないためと考えられる。

2.2 $|v_o - v_s|$ 基準による慣性パラメータでの評価

ここでは慣性パラメータ中の代表流速を $|v_o - v_s|$ とした場合であるが、この場合 ψ_v 中に v_s の因子が含まれているため、Eq. (6) 右辺の無次元数を $1/\psi_v$ と置き換えるだけでは、 $v_s \rightarrow 0$ もしくは ∞ に関する C と ψ_v との境界条件は成り立たない。そこで、Eq. (6) 右辺に ψ_v の他に無次元流速比としての $W (=v_o/v_s)$ の項を加えると上記境界条件を満足するため、Eq. (6) 右辺の無次元数に ψ_v と W をとり、境界条件からべき数が正の値をとるようにすると次のような解析式を得る。

$$\frac{C-W}{1-C} = a \left(\frac{1}{W} \right)^b \left(\frac{1}{\psi_v} \right)^d \quad (8)$$

ここで境界条件より a, b, d > 0 である。さらに $v_s \rightarrow \infty$ のとき Eq. (8) が成り立つためには、 $b > d$ なる関係を満足する必要がある。これらの関係の下で実験データより最小二乗法を用いて Eq. (8) の係数 a, b, d を求めると $b=1.0$, $d=0.50$ を得たが、a の値は W の大きさによって分かれ、 $W > 1$ のとき $a=1.2$, $W < 1$ のとき $a=0.50$ となった。

Fig. 4 Relationship between n_s/n_o and Re_p

さて、 $W < 1$ と $W > 1$ の場合で評価式の係数が異なるのは非等速吸引流れの中での粒子のレイノルズ数の影響が考えられ、 Re_p と n_s/n_o との関係を Fig. 4 に示すが、 Re_p と n_s/n_o の間で一定の関係が認められた。しかし、 Re_p と Ψ_η の間には相関が認められないことから、これは非等速吸引誤差に Ψ_η の他に Re_p も影響していることを示しているものと考えられる。そこで Eq. (8) の右辺にさらに Re_p の項を加えると、解析式は次のようになる。

$$\frac{C-W}{1-C} = a \left(\frac{1}{W} \right)^b \left(\frac{1}{\Psi_\eta} \right)^d \left(\frac{1}{Re_p} \right)^f \quad (9)$$

この場合の各係数も v_o , v_s , d_p の境界条件より $a, b, d, f > 0$ となるが、 $v_s \rightarrow \infty$ のとき Eq. (9) が成り立つためには $b > d + f$ の関係を満足しなければならない。この条件の下で Eq. (9) について同様に実験データより解析すると $a = 1.0$, $b = 1.0$, $d = 0.50$, $f = 0.45$ を得た。ここで、Eq. (9) に各係数の値を与えてその右辺を f_o と置くと f_o は次のようになる。

$$f_o = \frac{1}{W \cdot Re_p^{0.45} \Psi_\eta^{0.5}} \quad (10)$$

この f_o と n_s/n_o の関係を Fig. 5 に示すが、 f_o が大きくなるほど n_s/n_o は 1 に漸近するようになる。 $W > 1$ で相対誤差 5~10% 程度のばらつきがみられるが、これは Fig. 4 に示すように $n_s/n_o > 1$ 即ち $W > 1$ では Re_p と n_s/n_o の相関が悪くなるためと考えられた。各係数の値を与えた Eq. (9) を C について整理すると次のような評価式を得る。

$$C = \frac{W \cdot Re_p^{0.45} \sqrt{\Psi_\eta}}{1 + W \cdot Re_p^{0.45} \sqrt{\Psi_\eta}} (W - 1) + 1 \quad (11)$$

次に Ψ_η は Re_v と d_p/d_n を用いて Eq. (12) で表される。

$$\Psi_\eta = Re_v \frac{\rho_p}{18 \rho_f} \left(\frac{d_p}{d_n} \right)^2 \quad (12)$$

Fig. 5 Relationship between n_s/n_o and f_o at Eq. (11)

ここで、 Ψ_η は 0.01~30 の範囲で変化するが、 d_p/d_n は 0.007~0.0001 の範囲で変化し、 Re_v は 500~1000 程度とその変化率は小さいことから、 C は Ψ_η 及び d_p/d_n の影響が大きく、 Re_v 即ち流れの影響は小さい。これより C と d_p の間には $C \propto d_p$ に近い関係があるものと考えられる。評価式としては Eq. (7) 及び Eq. (11) は共にほぼ同じ精度 (相対誤差 $\pm 5\%$ 以内) で評価できるが、式の簡便さからすれば Eq. (7) の方が応用性が広いものといえる。

2.3 粒径分布を考慮した評価

これまでは d_p をすべて中位径として評価してきたが、Table. 2 に示すように実験に用いた JIS 規格の標準粒子は σ_g が 1.8~2.9 程度なので、これまでに得られた評価式が単分散粒子にも適用できるものとすれば、これらの評価式は自明のこととして粒径分布をもった場合についても適用できるはずである。そこで、得られた評価式中最も精度のよかった Eq. (7) での粒径分布をもった場合について検討した。各粒径区間 i での濃度比 C_i は $C_i = n_{si}/n_{oi}$ として与えられ Δd_i を各粒径での質量分率とすると C は次のようになる (Samata, 1990)。

$$C = \sum_{i=1}^n C_i \Delta d_i \quad (13)$$

ここで、Eq. (7) は各粒径での C_i による評価式として次のように表される。

$$C_i = \frac{\sqrt{\Psi_{vi}}}{1 + \sqrt{\Psi_{vi}}} (W - 1) + 1 \quad (14)$$

ここで、 Ψ_{vi} は次のように与えられる。

$$\Psi_{vi} = \frac{d_{pi}^2 \rho_p v_o}{18 \mu d_n} \quad (15)$$

そこで、 d_{pi} 及び Δd_i にインパクト法より得られた粒径分布の各粒径及び質量分率を適用し、実験データと Eqs. (13), (14), (15) から得られる n_s/n_o と v_o/v_s の関係の

Fig. 6 Relationship between n_s/n_o and v_o/v_s at Eqs. (13), (14), (15)

一例を Fig. 6 に示すが、この場合も概ね一致している結果を得た。

結 言

ダクト中の粒子濃度測定における非等速吸引誤差の評価を、境界条件に着目した物質収支に基づく影響因子による次元解析の手法によって解析することにより、有効な評価式が比較的簡単に導出できることがわかった。通常のダクト中での非等速吸引誤差は v_o , v_s , d_p などの因子による影響が大きいことから、非等速吸引誤差の基礎式は $v_o = v_s$, $v_o \rightarrow 0$, $v_o \rightarrow \infty$, $v_s \rightarrow 0$, $v_s \rightarrow \infty$, $d_p \rightarrow 0$, $d_p \rightarrow \infty$, $v_o < v_s$, $v_o > v_s$ のそれぞれの境界条件を満足する Eq. (5) によって表されることがわかった。さらに v_o を基準とした慣性パラメータ Ψ_v が 0.01~30 または $2 < d_p < 30 \mu\text{m}$ の広い範囲で適用できる評価式として、Eq. (5) から Eq. (7) を得、 $|v_o - v_s|$ を基準とした評価式として Eq. (11) を得た。これらの評価式中 v_o 基準での慣性パラメータによる評価式 Eq. (7) が相対誤差 $\pm 5\%$ 以内と最も精度がよいものと考えられた。また、粒径分布を考慮した場合についても検討した結果良好な結果を得た。

Nomenclature

C	=ratio of particle concentration inside the sampling nozzle to that at mainstream (= n_s/n_o)	[—]
d_n	=nozzle diameter	[mm]
d_p	=particle diameter	[μm]
n_o	=particle concentration at mainstream	[mg/m^3]
n_s	=particle concentration inside the sampling nozzle	[mg/m^3]
Re	=Reynolds number (= $dn\rho_f v/\mu$)	[—]

Re_p	=Reynolds number at particle (= $dp\rho_f v/\mu$)	[—]
v	=gas velocity	[m/s]
W	=ratio of velocity in duct to sampling velocity (= v_o/v_s)	[—]

Δd_i	=mass base frequency at particle size range i based on mass	[1/ μm]
μ	=viscosity of gas	[Pa·s]
ρ_f	=density of gas	[kg/m^3]
ρ_p	=density of particle	[kg/m^3]
Ψ	=inertia parameter (= $d_p^2 \rho_p v / 18 \mu d_n$)	[—]

<Subscripts>

i	=order of size range of particle
o	=main stream
s	=sampling stream
v	=based on duct air velocity (v_o)
η	=based on the relative velocity $ v_o - v_s $

Literature cited

- Badzioch, S; "Correction for Anisokinetic Sampling of gas-borne Dust Particles," *J. Inst. Fuel.*, **33**, 106-110 (1960)
- Belyaev, S. P and L. M. Levin; "Techniques for Collection of Representative Aerosol Samples," *J. Aerosol Sci.*, **5**, 325-338 (1974)
- Davies, C. N; "The entry of Aerosols into Sampling Tubes and Heads," *J. Appl. Phys.*, **2**, 921-932 (1968)
- Davies, C. N., and M. Subari; "Aspiration above Wind Velocity of Aerosols with Thin-walled Nozzles Facing and at right Angles to the Wind Direction," *J. Aerosol Sci.*, **13**, 59-71 (1982)
- Makino, H., H. Tsuji, M. Kimoto, H. Yoshida and K. Iinoya; "New Estimation Method of Particle Size Distribution by Anisokinetic Sampling," *Kagaku Kougaku Ronbunshu*, **21**, 896-903 (1995)
- Samata, M; "Application of Previous Evaluation Formulas to the case with Size Distribution of Particles in Error of Anisokinetic Sampling," *J. Eazozoru kenkyu*, **5**, 203-207 (1990)
- Samata, M; "An Evaluation Model for Anisokinetic Sampling of Particle Concentration Measurement with Dusts emitted from Stacks," *J. Soc. Powder Tech., Japan*, **27**, 463-469 (1990)
- Samata, M; "Influences for Anisokinetic Sampling on the Measurement of Particle Concentration in Ducts," *ibid.*, **25**, 792-797 (1988)
- Selden, M. G; "Estimates of Error in Anisokinetic Sampling of Particulate Matter," *J. Air Pollut. Cont. Assoc.*, **27**, 235-236 (1977)
- Stevens, D. C; "Review of Aspiration Coefficients of Thin-walled Sampling Nozzles," *J. Aerosol Sci.*, **17**, 729-743 (1986)

Yoshida, H., T. Ohsugi, H. Masuda, S. Yuu and K. Iinoya ;
“Anisokinetic Sampling Errors for Aerosols, “*Kagaku*
Kougaku Ronbunshu, **2**, 336-340 (1976)

Yoshida, H., M. Urugami, H. Masuda and K. Iinoya ; “Sam-
pling Efficiency of Particles in Stationary Air, “*Kagaku*
Kougaku Ronbunshu, **4**, 123-128 (1978)

Evaluation Method of Particle Concentration under Anisokinetic Sampling Condition

Mistuo Samata

Yokohama Environmental Research Institute, Yokohama 235

Chikao Kanaoka

Department of Civil Engineering Kanazawa University, Kanazawa 920

Key Words: Particle Concentration, Anisokinetic Sampling, Stational Sources, Particle Aerodynamics

When particles are sampled from a gas stream at under an anisokinetic sampling condition, measured particle concentration becomes different from the concentration at the main gas stream depending upon the sampling condition. In this study, an evaluation method of particle concentration under an anisokinetic condition has been investigated, based on dimensional analysis, using a large number of the experimental results. A dimensionless expression for α has been derived, which consists of inertia parameter and Reynolds number and it automatically satisfies the error under the extreme conditions of $v_o = v_s$, $v_o \rightarrow 0$, $v_o \rightarrow \infty$, $v_s \rightarrow 0$, $v_s \rightarrow \infty$, $d_p \rightarrow 0$, $d_p \rightarrow \infty$, $v_o < v_s$ and $v_o > v_s$ at v_o : main gas velocity, v_s : suction one and d_p : particle diameter. Through a comparison with experimental results, it agrees with them at an accuracy of within 5 % and it can be used with inertia parameter from 0.01 to 30.

~~~~~