混合層における物質輸送抑制現象の DNS 解析[†]

平井秀一郎

東京工業大学 炭素循環素材研究センター^{††}

谷口太一

大阪大学大学院工学研究科^{†††}

高城敏美

大阪大学工学部 産業機械工学科^{†††}

速度の異なる二流体がしきり板を介して流入する場に形成される大規模渦を伴う混合層の直接数値計算 (DNS) を物質輸送を伴う場合について行った。混合層の渦形成初期領域で主流と直角方向への物質輸送が抑制されることを指摘すると共に、DNS のデータベースを用いて物質輸送流束が減少する現象について詳細な考察を行った。物質輸送の抑制現象は、物質輸送流束 $\overline{v'c'}$ の輸送方程式中の乱流拡散項 $-\partial(\overline{v'v'c'})/\partial y$ が物質輸送流束を減少させる作用が大きいために生じていることを明らかにした。また、この原因を瞬時の乱流拡散項について検討し、混合層の渦形成初期領域では、渦相互の干渉する効果により主流と直角方向の速度の変動成分が大きいものとなることと、物質の瞬時濃度分布がテール状の分布となることが交互に干渉することにより、瞬時の乱流拡散項が物質輸送に対して大きな抑制作用をもち、このことによりこの特異な現象が生じていることを明確にした。

緒 言

速度の異なる流体が混合する場での流れの不安定性に起因して生じる大規模渦を伴う混合層は、燃料と空気を混合させて燃焼させる燃焼器などで多く見られる重要な流動・混合場である。混合層での物質や熱などのスカラーは、混合層における大規模渦の流れに重畳して輸送される特性を有しており、このような混合層におけるスカラーの輸送現象を基礎的に明らかにすることは工学的に重要であると考えられる。Brown と Roshko は、混合層に流入する密度が異なるガス種を用いた可視化実験により混合層の構造を明確に示し (Brown and Roshko, 1974)、その後、2 次元混合層におけるスカラー輸送と渦構造の関係 (Koochesfahani and Dimotakis, 1985) や

混合層に形成される 3 次元的な渦構造 (Bernal and Roshko, 1986) などがレーザなどの可視化法を用いて実験的に調べられ、混合層における大規模渦とスカラーの輸送現象の関係が明らかになってきている。

一方、混合層における非定常な渦運動により生じるスカラーの複雑な輸送現象の解明のために、実験では計測が困難な瞬時多点のスカラー量、速度、圧力などの物理量の情報が得られる直接数値シミュレーション (DNS) が行われてきた。DNS により、渦が合体するときの物質輸送現象 (Corcos and Sherman, 1984) やスカラー輸送に係わる乱流統計量 (Korcak and Wessel, 1989) の解析がなされ、また実験で得られている 3 次元渦構造 (Bernal and Roshko, 1986) についても DNS により再現されている (Metcalfe *et al.*, 1987)。

スカラーの輸送現象と渦構造に焦点をあてたこれらの実験ならびに数値シミュレーションによる研究に対して、スカラーの輸送流束と渦運動の関係を明らかにすることも混合層における輸送現象を明らかにする上で重要でか

[†] 1997 年 3 月 13 日受理; 第 31 回日本伝熱シンポジウム (札幌, 1994 年 5 月) にて発表,

^{††} 〒 152 目黒区大岡山 2-12-1

^{†††} 〒 565 吹田市山田丘 2-1

Fig. 1 Contour of instantaneous concentration c ($t=800$)

つ必要であると考えられる。Ma と Warhaft は、一方の流体を加熱した混合層における熱流束の計測 (Ma and Warhaft, 1986) を行い、混合層における熱の輸送機構について調べている。また、Kurbatskii らは、混合層において熱流束の方向が温度勾配と逆になる逆勾配拡散が生じる領域があることを指摘し、この現象が生じる原因について詳細に検討している (Kurbatskii and Yanenko, 1983)。

本研究は、混合層において物質の輸送流束がどのような挙動をするのか、高精度の中心差分を用いた直接数値シミュレーションにより調べる。混合層の形成初期領域においてスカラー輸送の抑制現象が生じることを指摘するとともに、このような現象が生じる機構について詳細な考察を行い、混合層における物質の混合と渦運動が相互に干渉する効果がスカラー輸送の抑制現象を誘起していることを明確にする。

1. 基礎式および計算方法

基礎式は 2 次元直交座標であらわされた非圧縮性流体の連続の式、主流方向および主流と直角方向の運動量の保存式ならびに物質の濃度の保存式であり、混合層の高速側の主流速度、高速側流体の流入面 ($x=0$) での境界層厚さならびに流入面の濃度の最大値で無次元化を行うと以下の式 (1)~(4) になる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial vc}{\partial y} = \frac{1}{ReSc} \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

上式中のレイノルズ数 Re は 689、シュミット数 Sc は 0.7 とした。計算領域は x 方向に 96.0、 y 方向に 56.8 とし、高速側および低速側流体の流入面を計算領域左端に

設定し、座標原点を流入面の下端においた。流入面 ($x=0$ の断面) の $y=28.4$ の位置に厚さ 0 のスプリッタープレートを設定し、スプリッタープレートの上側に高速流体、下側に低速流体を流入するようにした。入口流入面での境界層厚さは高速流体側で 1.0、低速流体側で 1.167 とし、層流境界層の速度分布を与えた。また、流入面での主流速度比は 0.7 とした。また、流入面での濃度 c は、高速流体側で 1.0、低速流体側で 0 とし、しきり板付近でこれらの間をゆるやかにつなぐ分布を与えた。他の境界条件として、上下境界面はすべり壁、流出境界面は自由流出とした。速度 u 、 v と圧力 p 、濃度 c は相互にスタッガード配置となるようにした。計算格子として、 x 方向に等間隔格子を用い、 y 方向については流入面で境界層分布を与えている領域には $y=28.4$ で格子が最も密になる不等間隔格子を、それ以外の領域では等間隔格子を用いた。格子数は x 方向に 400、 y 方向に 250 とした。式 (1)~(4) の非定常項以外は、数値粘性を加えない 4 次精度の中心差分法を用いて差分化を行い、時間進行法として 4 次精度の Runge-Kutta 法 (Williamson, 1980) を用いた。時間進行を行ったあと、連続の式を満たすように HSMAC 法を用いて速度と圧力の修正を行った。濃度 c は、各時間ステップで速度 u 、 v を求めた後、パッシブスカラーとして計算を行った。初期条件は、流入面での速度および濃度分布を計算領域全体に一樣に与えたものを用いた。なお、3 節で行う議論は、速度と濃度の瞬時値は時間 $t=800$ のものを、速度と濃度の時間平均値ならびに変動量の相関は $t=800 \sim 1200$ で得られたものを用いているが、時間 $t=800$ では初期条件の影響がなくなっていることを速度と濃度の統計量が $t=800$ 以降では時間的に変化しないことを、また、平均時間間隔は時間平均した物理量に影響を与えないほど十分に長いことを確認している。

2. 結果と考察

時間 $t=800$ における濃度 c の等高線分布を Fig. 1 に示す。Fig. 1 より、 $x=25 \sim 30$ 付近で発生した渦が連続的

Fig. 2 Profiles of $\overline{v'c'}$ and $-1/(ReSc) \cdot \partial C / \partial y$

Fig. 3 Profiles of the magnitude of the terms in $\overline{v'c'}$ transport equation

に下流に放出されていくのが観測される。

濃度の保存式 (4) 中の従属変数を時間平均値 (U, V, C) と変動分 (u', v', c') の和 ($u = U + u', v = V + v', c = C + c'$) に分離して時間平均の操作を行い、境界層近似を行うと、式 (5) となる。

$$\frac{\partial UC}{\partial x} + \frac{\partial VC}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{v'c'} - \frac{1}{ReSc} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad (5)$$

主流と直交する y 方向への濃度輸送は、式 (5) 右辺の $\overline{v'c'}$ および $-1/(ReSc) \cdot \partial C / \partial y$ の項により生じるが、これらの項の y 方向分布を $x=36, 48, 60, 72$ の 4 断面について示したものが Fig. 2 である。Fig. 2 より $\overline{v'c'}$ は、

$x=36, 48, 60$ と下流に進むに従って負の値が減少し、 $x=60$ から $x=72$ にかけて逆に負の値が増加している。濃度勾配に比例し常に勾配拡散を表す $-1/(ReSc) \cdot \partial C / \partial y$ は負の値を示していることから、 $\overline{v'c'}$ の負の値が減少する $x=36 \sim 60$ の領域は、物質輸送が抑制されていることを表している。このように混合層形成初期領域の $x=36 \sim 60$ において、速度変動と濃度変動の相関 $\overline{v'c'}$ の値が減少し、濃度輸送が抑制される現象が生じている。以下、このことが生じる原因について考察する。

$\overline{v'c'}$ は、式 (6) に示される輸送方程式を満足する。

$$\frac{D \overline{v'c'}}{Dt} = P_{\overline{v'c'}} + \Pi_{\overline{v'c'}} + T_{\overline{v'c'}} + D_{\overline{v'c'}} - \epsilon_{\overline{v'c'}} \quad (6)$$

$$P_{\overline{v'c'}} = -\overline{v'^2} \frac{\partial C}{\partial y}$$

$$\Pi_{\overline{v'c'}} = -\overline{c' \frac{\partial p'}{\partial y}}$$

$$T_{\overline{v'c'}} = -\frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'v'c'})$$

$$D_{\overline{v'c'}} = \left(\frac{1}{Re} \overline{c' \frac{\partial v'}{\partial y}} + \frac{1}{ReSc} \overline{v' \frac{\partial c'}{\partial y}} \right)$$

$$\epsilon_{\overline{v'c'}} = \left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{ReSc} \right) \overline{\frac{\partial c'}{\partial y} \frac{\partial v'}{\partial y}}$$

(6) 式の右辺各項ならびにこれらの和 (Sum.) の大きさの $x=48, 60$ の 2 断面での y 方向分布を Fig. 3 に示す。Fig. 3 より生成項 $P_{\overline{v'c'}}$ 、濃度圧力勾配相関項 $\Pi_{\overline{v'c'}}$ および乱流拡散項 $T_{\overline{v'c'}}$ が支配的で他の 2 つの項の和 ($D_{\overline{v'c'}} + \epsilon_{\overline{v'c'}}$) は無視できるほど小さいことがわかる。 $\overline{v'c'}$ の輸送方程式 (6) の右辺の総和 Sum. は、 $x=48$ の断面では正の値を示し、逆に $x=60$ では負の値を示している。 $\overline{v'c'}$ の輸送方程式の右辺の項のもつ効果は、より下流部でその効果が顕著にあらわれるため、 $x=48$ の断面で式 (6) の右辺の総和 Sum. が正の値を示していることにより、Fig. 2 に示されるように $\overline{v'c'}$ の負の値が $x=$

Fig. 4 Contour of instantaneous turbulent diffusion term $-\partial(v'v'c')/\partial y$

48~60 の領域で減少し、物質輸送の抑制が生じていると考えられる。また、 $x=48$ の断面で輸送方程式 (6) の右辺の総和 Sum. は正の値を示しているが、右辺の各項で正の値を示すのは濃度圧力勾配相関項 $\Pi\overline{v'c'}$ および乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ であること、また、総和 Sum. が $y=28\sim30$ で正の値を示しており、この領域で正の値を示しているのは濃度圧力勾配相関項 $\Pi\overline{v'c'}$ ではなく主に乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ であることから、 $x=48\sim60$ の領域での物質輸送の抑制は、乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ が $y=28\sim30$ の領域で正の値を示していることにより生じていると考えられる。

また、乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ は、 $y=28\sim30$ で正の値を、 $y=26\sim28$ および $y=30\sim32$ で負の値を示すことから、 $y=28\sim30$ の領域にある $\overline{v'c'}$ を $y=26\sim28$ および $y=30\sim32$ の領域に輸送する働きをもっている。 $\overline{v'c'}$ が乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ により輸送された $y=26\sim28$ および $y=30\sim32$ の領域では、負の値を示す生成項 $P\overline{v'c'}$ と乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ の和が正の値を示す濃度圧力勾配相関項 $\Pi\overline{v'c'}$ と釣り合った分布をしているため、 $\overline{v'c'}$ の輸送方程式 (6) の右辺の総和 Sum. はほぼ 0 に等しい。したがって、 $x=48$ の断面では、 $y=28\sim30$ の領域で乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ により $\overline{v'c'}$ が減少し、その両側の $y=26\sim28$ および $y=30\sim32$ の領域では輸送方程式の各項の和が釣り合った $\overline{v'c'}$ に変化を及ぼさない領域が形成されている。

また、 $x=60$ で式 (6) の右辺の総和 Sum. が負の値を示し、勾配拡散が増加する方向の特性を示しているのは、乱流拡散項 $\overline{v'c'}$ の正の値が $x=48$ に比べて減少しているためだと考えられる。このように、 $x=48\sim60$ の領域で濃度輸送の抑制が生じているのは、乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ が正の値を示しているからだと考えられ、以下、このことが生じる原因について考察する。

Fig. 5 Contour of concentration fluctuation c'

乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ は、渦運動により誘起される速度 v' および濃度の変動 c' を含んでおり、乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ の瞬時値 $\partial(v'v'c')/\partial y$ に着目して考察を行う。 $x=48$ および 60 近くの領域でそれぞれ Fig. 1 に示される渦 A, B を抽出し、Fig. 4(a), (b) にそれぞれ時間 $t=800$ にお

Fig. 6 Vector of velocity fluctuations and a contour of instantaneous pressure

る乱流拡散項の瞬時値 $-\partial(v'v'c')/\partial y$ の等高線分布を示す。実線は等高線の正の値を、破線は負の値を表しており、正の等高線で囲まれた領域はハッチングがしてある。△は等高線の間隔を表している。また、●で示されるのは、圧力の極小値で定義された渦中心を表している。

瞬時の乱流拡散項の分布で、渦 A (Fig. 4(a)) と渦 B (Fig. 4(b)) 共に複雑な分布をしているが、これら 2 つの渦の間で特に異なるのは、瞬時の乱流拡散項が渦 A の渦中心●より左右の領域で大きな正の領域が形成されているのに対して、渦 B ではこれが見られないことである。Fig. 3 で、 $y=28\sim30$ の領域で時間平均した乱流拡散項 $T\overline{v'c'}$ が正の値を示していることが物質輸送の抑制を生じさせていることを指摘したが、Fig. 4 より瞬時の乱流拡散項が渦中心の左右の $y=28\sim30$ の領域で大きな正の値を示していることがこの原因であると考えられる。

乱流拡散項 $-\partial(v'v'c')/\partial y$ が渦 A の渦中心より左右の $y=20\sim30$ の領域で正の値をもつのは、渦 A の領域で渦の回転運動により主流と直角方向の速度の変動成分 v' と濃度変動 c' の特性が渦 B と異なるためであると考えられる。以下、この原因について詳細に考察する。

濃度変動 c' について渦 A と渦 B について比較したものを Fig. 5 に示す。Fig. 5 より、渦 A では渦の回転運動により渦上方にある高い濃度の領域が渦の回転運動によ

り渦右側で下方にテール（尻尾）状に巻き込まれ、また、渦下方にある低い濃度の領域が渦の回転運動により渦左側で上方にテール状に巻き込まれているのが観察される。一方、渦 A より下流に位置する渦 B では、下流に流される間に生じる渦の回転により、高濃度の領域が渦の周囲を取り囲む形態となっている。

速度の変動成分 u' および v' についてベクトル表示したものを瞬時の圧力の等高線分布と共に、渦 A と渦 B について比較したものを Fig. 6(a), (b) に示す。Fig. 6 中に示される破線の等高線は圧力の等高線分布を示したもので、渦構造のある領域を表している。Fig. 6 より、渦 B のある領域では渦が個々に回転しており、お互いに干渉する様子が見られない。これに対して、渦 A のある領域では渦と渦の間に流れが生じ、渦 A の左側での上向きの流れは、渦 A の回転により流入してくるものだけを上方へ輸送しているだけでなく、渦 A の左側の渦との間に生じる流れと合わさったものを渦 A の左側で上方へ輸送している。これは渦 A 右側でも、右側の渦との干渉により同様なことが生じている。このように渦 A は、渦 A の左右に位置する渦と干渉して、渦 A の左側領域で強い上向きの流れと右側の領域で強い下向きの流れが生じている。

Fig. 5 と Fig. 6 より瞬時の乱流拡散項 $\partial(v'v'c')/\partial y$ が渦 A の左右の $y=28\sim30$ の領域で正の値をもつのは、渦 A の左右の領域で大きな主流と直角方向の速度の変動成分 v' が生じることと、渦の巻き込みのために生じる濃度変動 c' がテール状の分布をもち、テールの先端領域が v' の大きなところに位置するため、乱流拡散項 $-\partial(v'v'c')/\partial y$ を構成する $v'v'c'$ がテールの先端で島状の大きな値をもち、これにより $v'v'c'$ の y 方向勾配、すなわち乱流拡散項 $-\partial(v'v'c')/\partial y$ が渦中心の左右の領域で大きな正の値をもつためであると考えられる。一方、渦 B のある領域では渦 A のある領域より下流に流される間に生じる渦の回転により濃度変動がテール状ではないことと、 v' が渦 A と比較して小さいため、 $v'v'c'$ の y 方向勾配は小さいものとなり、この結果乱流拡散項 $-\partial(v'v'c')/\partial y$ が渦中心の左右の領域で大きな正の値が見られない結果となっていると考えられる。

以上、主流速度比 0.7 の混合層の形成初期領域で渦運動により物質輸送が抑制される現象が生じることを述べてきたが、主流速度比が 0.7 より小さい 0.5 の場合には、渦の間隔が大きくなるため渦相互の干渉する効果が小さくなり、これにより主流と直角方向の速度の変動成分 v' が主流速度比が 0.7 の場合に比べて小さいものとなる。すなわち、主流速度比が小さくなると、 v' を含む乱流拡散項が小さくなり、その結果、物質移動の抑制現象があ

らわれにくくなると考えられる。

結 言

混合層の直接数値シミュレーションを物質輸送を伴う主流速度比0.7の場合について行い、これにより得られるデータベースを用いて物質輸送が抑制される現象について考察を行い、以下の結論を得た。

(1) 混合層での渦が形成された直後の領域では、物質の主流と直角方向への輸送が抑制される。

(2) 物質輸送の抑制現象が生じる原因について、物質輸送流束の輸送方程式を用いた考察を行った結果、乱流拡散項 $-\partial(\overline{v'v'c'})/\partial y$ の物質輸送を抑制する作用が大きいために生じていると考えられる。

(3) (2) が生じる原因について調べるために、渦運動と瞬時の乱流拡散項との関連について詳細な考察を行った。混合層形成初期領域の渦は、渦相互の干渉する効果により主流と直角方向の速度の変動成分が大きいものとなることと、濃度変動がテール状の分布となることが相互に干渉することにより、瞬時の乱流拡散項が正の値を示し、物質輸送の抑制現象が生じていると考えられる。

Nomenclature

c	=concentration	[—]
$D_{\overline{v'c'}}$	=molecular diffusion term	[—]
P	=time-mean pressure	[—]
p'	=instantaneous pressure	[—]
$P_{\overline{v'c'}}$	=production term	[—]
Re	=Reynolds number	[—]
Sc	=Schmidt number	[—]
t	=time	[—]
$T_{\overline{v'c'}}$	=turbulent diffusion term	[—]
U	=time-mean streamwise velocity	[—]
u	=instantaneous streamwise velocity	[—]
u'	=streamwise velocity fluctuation	[—]

V	=time-mean transverse velocity	[—]
v	=instantaneous transverse velocity	[—]
v'	=transverse velocity fluctuation	[—]
x	=streamwise coordinate	[—]
y	=transverse coordinate	[—]

$\Pi_{\overline{v'c'}}$ =concentration-pressure-gradient correlation term [—]

$\varepsilon_{\overline{v'c'}}$ =dissipation term

Literature cited

- Bernal, L. P. and A. Roshko; "Streamwise Vortex Structure in Plane Mixing Layers," *J. Fluid Mech.*, **170**, 499-525 (1986)
- Brown, G. L. and A. Roshko; "On Density Effects and Large Structure in Turbulent Mixing Layer," *J. Fluid Mech.*, **64**, 775-816 (1974)
- Corcos G. M. and F. S. Sherman; "The Mixing Layer: Deterministic Models of a Turbulent Flow, Part I. Introduction and the Two-Dimensional Flow," *J. Fluid Mech.*, **139**, 29-65 (1984)
- Koochesfahani, M. M. and P. E. Dimotakis; "Laser Induced Fluorescence Measurements of Mixed Fluid Concentration in a Liquid Plane Shear Layer," *AIAA Journal*, **23**, 1700-1707 (1985)
- Korczak, K. Z. and R. A. Wessel; "Mixing Control in a Plane Shear Layer," *AIAA Journal*, **27**, 1744-1751 (1989)
- Kurbatskii, A. F. and N. N. Yanenko; "On the Modelling of Effects of Negative Production of Temperature-Fluctuation Intensity in the Turbulent Mixing Layer," *J. Fluid Mech.*, **130**, 453-462 (1983)
- Ma, B. and Z. Warhaft; "Some Aspects of the Thermal Mixing Layer in Grid Turbulence," *Phys. Fluids*, **29**, 3114-3120 (1986)
- Metcalf, R. W., S. A. Orszag, M. Brachet, S. Menon, and J. Riley; "Secondary Instability of a Temporally Growing Mixing Layer," *J. Fluid Mech.*, **184**, 207-243 (1987)
- Williamson, J. H.; "Low-Storage Runge-Kutta Schemes," *J. Comp. Phys.*, **35**, 48-56 (1980)

Analysis on Retardation of Mass Transport in a Mixing Layer using Direct Numerical Simulation

Shuichiro Hirai

Research Center for Carbon Recycling and Utilization,
Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 152

Taichi Taniguchi and Toshimi Takagi

Department of Mechanical Engineering, Osaka University, Suita, 565

Key Words: Mixing Layer, Vortex, Mass Transport, Transport Equation

Direct numerical simulation of a two-dimensional mixing layer is conducted and mass transport phenomenon are discussed based on the database obtained from the simulation. Retardation of mass transport in the initial vortex formation region of the mixing layer is pointed out and its mechanism is discussed by comparing the terms that make up the transport equation of mass flux $\overline{v'c'}$. Retardation of mass transport originates through the effect of the turbulent diffusion term $-\partial(\overline{v'v'c'})/\partial y$ suppresses the mass transport. This phenomenon is discussed in detail by considering the instantaneous turbulent diffusion term. At the initial vortex formation region of the mixing layer, interaction between (1) large velocity induced by a secondary flow formed by the interaction between the vortices and (2) tail-type instantaneous concentration profile is considered to have a large effect on the instantaneous turbulent diffusion term, retarding mass transport.