流通系攪拌槽の所要動力

伊藤 龍象・平田 雄志
坂田 敬・中原 勇*

大阪大学基礎工学部 化学工学科†

流通系攪拌槽を用いて、3種類の6枚羽根パドル翼の所要動力を、レイノルズ数が $10^3 \sim 2 \times 10^5$ の範囲で測定した。流通液は、槽底中心部と側壁に取り付けたパイプを通して流入出させた。

流通液が槽底パイプから槽内に入り、側壁パイプから抜かれる場合、動力数は流通液流量の増加とともに増加した。流通方向が逆の場合、動力数は流量が小の場合減少するが、その後増加に転じた。

所要動力を、角運動量収支をもとにして流通流量や他の操作変数と相関した。流通系と回分式の動力数の差 ΔN_p は、無次元流通流量 $N_{Qf} \equiv (Q_f / nd^3)$ の関数として表されることがわかった。

緒言

流通系攪拌槽は混合、伝熱、反応の促進などを目的として工業的に広く用いられている。究極的には、できるだけ低所要動力でこれらの目的を達成することが望まれる。設計の基礎資料の一つである攪拌所要動力についての従来の研究は、回分式のものが多く流通系についてはほとんど報告がなされていない。

本研究では、槽底中心部および側壁に流通用パイプを取り付けた邪魔板なし攪拌槽を用いて、6枚羽根パドル型攪拌翼の所要動力を測定し、回転数、攪拌翼径、流通液流量、流通用パイプ取り付け位置などの操作変数の影響を調べた。さらに可視化実験により槽内の流動状態を定性的に把握し、角運動量収支に基づいて流通系攪拌槽の所要動力の相関式を導いた。

1. 実験装置および実験方法

装置の概要をFig. 1に示す。

攪拌槽は、硬質塩ビ製で槽径 $D = 19.6$ cm、槽高さ $H = 20.0$ cmの上板付きである。槽底の中心部に半径 $r_b = 0.75, 1.0, 1.25$ cmの流通用のパイプを取り付けた。側壁にも、槽底からの距離 $h = 3.0, 6.5, 10.0, 13.5, 17.0$ cmの位置に半径 $r_s = 0.75, 1.0, 1.25$ cmのパイプを取り付けた。使用しない側壁パイプには、壁と凹凸のないようにゴム栓をして所要動力に影響がでないようにした。

攪拌翼は、翼幅 $b = 2.0$ cm翼径 $d = 10.0, 13.7, 15.3$ cmの6枚羽根パドルを使用した。翼の取り付け高さは10.0 mである。

液の流通は、Fig. 1の矢印で示すように、槽底中心部

のパイプから入れ、側壁パイプから抜く場合と、その逆の場合を行い、流通液流量 Q_f は1.0~13.6 l/min (平均滞留時間0.44~6.0 min)に変化させた。

液は水および粘度約12 cpのグリセリン水溶液を用い、回転数 $n = 50 \sim 500$ rpm、攪拌レイノルズ数 $Re_d = 10^3 \sim 2 \times 10^5$ である。

所要動力は、モーター軸と翼取り付け軸との間に設けたトルク変換器によって測定した。

流れの可視化は、同サイズのアクリル樹脂製攪拌槽を用い、槽内の一部を光切断する方法をとった。トレーサーとしてアルミ箔粉末を使用し、肉眼および写真撮影によって槽内の流動状態を観察した。

2. 理論

Fig. 2に示すように、攪拌翼径を直径とし、攪拌槽上下底板を上下面にもつ円柱面を検査面とすると、円柱下面より液の流通がある場合攪拌翼に働くトルクは次式で与えられる。

$$T = \int_0^H 2\pi R_i^2 \tau_{r\theta}|_{r=R_i} dz + \int_0^{R_i} 2\pi r^2 \tau_{z\theta}|_{z=0} dr + \int_0^{R_i} 2\pi r^2 \tau_{z\theta}|_{z=H} dr + \int_0^H 2\pi R_i^2 \rho V_{\theta}|_{r=R_i} V_r|_{r=R_i} dz + \int_0^{r_b} 2\pi r^2 \rho V_{\theta}|_{z=0} V_z|_{z=0} dr \quad (1)$$

ただし、 $V_r|_{r=R_i}$ 、 $V_z|_{z=0}$ は検査面から出る方向を正にとる。上式では、流通系の場合攪拌槽底板の流通用パイプ面でも円周方向の流れが存在すると仮定している。

攪拌槽内の2次循環流を $V_r > 0$ の翼領域と、 $V_r < 0$ の翼から離れた領域に分けると¹⁾、Eq. (1)の右辺第4項の積分は、

* 〒560 豊中市待兼山町 1-1

* 東洋紡(株)岩国工場

Fig. 1 Experimental apparatus

Fig. 2 Schematic diagram of assumed flow patterns and control volume to angular momentum balance

$$\begin{aligned}
 & \int_0^H 2\pi R_i^2 \rho V_{\theta}|_{r=R_i} V_r|_{r=R_i} dz \\
 &= \int_{V_r>0} 2\pi R_i^2 \rho V_{\theta}|_{r=R_i} V_r|_{r=R_i} dz \\
 &+ \int_{V_r<0} 2\pi R_i^2 \rho V_{\theta}|_{r=R_i} V_r|_{r=R_i} dz \quad (2)
 \end{aligned}$$

と表すことができる。いま $V_r > 0$ の領域の旋回流速度 $V_{\theta}|_{r=R_i}$ の平均値を $V_{\theta 1}$ 、 $V_r < 0$ の領域のそれを $V_{\theta 2}$ と表せば、Eq. (2) の右辺第 1, 2 項はそれぞれ次式で示される。

$$\int_{V_r>0} 2\pi R_i^2 \rho V_{\theta}|_{r=R_i} V_r|_{r=R_i} dz = \rho R_i V_{\theta 1} Q_{a1} \quad (3)$$

$$\int_{V_r<0} 2\pi R_i^2 \rho V_{\theta}|_{r=R_i} V_r|_{r=R_i} dz = -\rho R_i V_{\theta 2} Q_{a2} \quad (4)$$

回分式の場合には、 $Q_{a1}=Q_{a2}=Q_{a0}$ であるが、流通式の場合には、検査面内の流通液経路によって一般に $Q_{a1} \neq Q_{a2}$ と考えられる。

Eqs. (3), (4) を Eq. (1) に代入すると、

$$\begin{aligned}
 T &= \int_0^H 2\pi R_i^2 \tau_{r\theta}|_{r=R_i} dz + \int_0^{R_i} 2\pi r^2 \tau_{r\theta}|_{z=0} dr \\
 &+ \int_0^{R_i} 2\pi r^2 \tau_{z\theta}|_{z=H} dr + \rho R_i (V_{\theta 1} Q_{a1} - V_{\theta 2} Q_{a2})
 \end{aligned}$$

Fig. 3 Relation between the power number N_p and Reynolds number Re_d in a case of the fluid entering through the pipe at the center of the bottom (case I)

Fig. 4 Relation between N_p and the height of the outlet pipe at the side wall in case I

$$+ \int_0^{r_b} 2\pi r^2 \rho V_{\theta}|_{z=0} V_z|_{z=0} dr \quad (5)$$

また流通液流量 Q_f は次式で与えられる。

$$Q_f = \int_0^{r_b} 2\pi r |V_z|_{z=0} dr \quad (6)$$

3. 実験結果と考察

3・1 流通液を槽底パイプから入れ、側壁パイプから抜く場合 (case I)

1) 回分式との比較 流通液流量 Q_f をパラメータとして、 N_p と Re_d の測定結果の一例を Fig. 3 に示す。 Q_f の増加とともに回分式の場合に比べて N_p は増加し、また水およびグリセリン水溶液いずれの場合も、回転数が小さいほど N_p の増加割合が大きい。回転数、流通液流量が同じときには、グリセリン水溶液すなわち Re_d が小さいほうが、 N_p の増加割合が小さい。

Fig. 4 に Q_f をパラメータとして、側壁パイプ位置 h と N_p の測定結果の一例を示す。 h を変えても、流通液流量を同じにすれば N_p はほとんど変化しない。また、流通用パイプ径も Q_f 、 Re_d が同じであれば N_p にほとんど影響を及ぼさないことが確認された。

(a) $Q_f=0, N_{Qf}=0$ (b) $Q_f=3.0 \text{ l/min}, N_{Qf}=2.3 \times 10^{-2}$ (c) $Q_f=12 \text{ l/min}, N_{Qf}=9.3 \times 10^{-2}$

Fig. 5 Flow visualization at $d=13.7 \text{ cm}, n=50 \text{ rpm}, Re_d=1.56 \times 10^4, h=3.0 \text{ cm}, r_s=r_b=0.75 \text{ cm}$ in case I

2) 流れの可視化 Fig. 5 に攪拌槽の縦断面，横断面を光切断した可視化写真の一例を示す。流通方向は図中に矢印で示す。横断面図は槽底から 3 cm の位置を光切断して，槽底から撮影したものである。縦断面図の光の入射経路は横断面図中の破線で示す。回転方向は反時計回りである。なお，流れの可視化は槽内の流動状態の定性的な把握を目的としたので，光の屈折による像の歪みの補償は行っていない。したがって槽壁の近くで像は少し歪んでいる。

Fig. 5 によれば，槽底中心部から入った流通液は，流量の大小にかかわらずほとんど翼領域に到達し，翼先端から吐出される。円周方向の流れは回分式の場合に比べてほとんど変化なく，特異な渦状態や偏心は観察されなかった。側壁パイプ径，槽底パイプ径，側壁パイプ位置，流通液流量，回転数を変えても上記と同様の流動状態が観察された。

3) 相関式と考察 流れの可視化によって，槽底中心部から検査面に入った流通液は翼領域から検査面出ることが認められたので，Fig. 2 に示す実線の流通経路について角運動量収支を考える。Eq. (5) の右辺第 1~3 項は回分式の場合に比べて変化しないと仮定し，流通液量 Q_f によって吐出流量 Q_{a1} が回分式の場合 (Q_{a0}) より Q_f だけ増加し，また Q_{a2} は変化しないものとする。

$$\left. \begin{aligned} Q_{a1} &= Q_{a0} + Q_f \\ Q_{a2} &= Q_{a0} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

さらに， $V_{\theta}|_{z=0} = 2\pi nr$ ，また流通液は一樣流速で検査面に入るものとする，流通系と回分式のトルクの差 ΔT は，次式で表される。

$$\Delta T = T - T_0 = (\rho R_i V_{\theta 1} - \pi \rho n r_b^2) Q_f \quad (8)$$

上式を無次元化すると，

$$\Delta N_p = N_p - N_{p0} = \frac{\pi^2}{2} \left\{ \frac{V_{\theta 1}}{\pi n R_i} - \left(\frac{r_b}{R_i} \right)^2 \right\} N_{Qf} \quad (9)$$

ただし， N_{Qf} は次式で定義される無次元量である。

$$N_{Qf} \equiv \frac{Q_f}{n d^3} \quad (10)$$

Eq. (9) によると，翼領域 ($r=R_i$) での液の周方向速度 $V_{\theta 1}$ を決定すれば，流通液流量 Q_f に対して所要動力 N_p が推算できることになる。

ΔN_p と N_{Qf} の測定データから $V_{\theta 1}$ を求めたところ， N_{Qf} によらず

$$V_{\theta 1} = 2\pi n r_c \quad (11)$$

を得た。ただし固体的回転部の半径 r_c として次式²⁾を用いた。

$$r_c = R_i \cdot \frac{Re_d}{1,000 + 1.43 Re_d} \quad (12)$$

そこで測定データを， ΔN_p と次式で定義される X でプロットしたのが Fig. 6 である。 ΔN_p は X でよく相関される。

$$X \equiv \left\{ 2 \cdot \frac{r_c}{R_i} - \left(\frac{r_b}{R_i} \right)^2 \right\} N_{Qf} \quad (13)$$

3・2 流通液を側壁パイプから入れ，槽底パイプから抜く場合 (case II)

槽底中心部のパイプ半径 $r_b = 0.75 \text{ cm}$ ，側壁パイプ半径 $r_s = 0.75 \text{ cm}$ の場合について測定を行った。

1) 回分式との比較 側壁パイプ位置 h をパラメータとして， ΔN_p と N_{Qf} の測定結果の一例を Fig. 7 に示

Fig. 6 ΔN_p vs. X in case I

Fig. 7 Relation between ΔN_p and N_{Qf} in a case of the fluid entering through the pipe at the side wall (case II)

Fig. 8 Flow visualization at $d = 13.7$ cm, $n = 50$ rpm, $Re_d = 1.56 \times 10^4$, $h = 3.0$ cm, $r_s = r_b = 0.75$ cm in case II

す。Fig. 5 と比較するとかなり異なった傾向を示す。

全般的には、 N_{Qf} が小 ($N_{Qf} < 0.04$) のとき ΔN_p は直線的に減少するが、 N_{Qf} が大 ($N_{Qf} > 0.04$) となると、 $h = 10.0$ cm の場を除き ΔN_p は増加に転じる。

$h = 10.0$ cm の場合、 $N_{Qf} > 0.04$ で使用液が水 ($Re_d = 10^4 \sim 2 \times 10^5$) では ΔN_p はいくらか増加に転じるが、グリセリン水溶液 ($Re_d = 10^3 \sim 10^4$) ではほぼ単調に減少する。

また、本実験範囲では、 $N_{Qf} < 0.04$ のとき ΔN_p と N_{Qf} の関係に以下のような傾向がある。翼径 d をパラメータとすると、 $d = 10.0$ cm の場合下り方が一番大きく、以下 $d = 13.7, 15.3$ cm の順である。側壁パイプ位置 h をパラメータとすると、 $h = 10.0$ cm のとき下り方が最大であり、 $h = 6.5, 13.5, 17.0$ cm ではほぼ等しく、 $h =$

3.0 cm のとき最小であった。

2) 流れの可視化 Figs. 8, 9 に槽内流動状態の可視化写真の一例を示す。Fig. 8 は流通液の方向が Fig. 5 の場合と逆で、他の諸条件を同一にして撮影した。Fig. 9 は、 $h = 10.0, 17.0$ cm のパイプから流通液を入れたとき、槽底から 3 cm の位置を光切断したものである。

$N_{Qf} < 0.04$ では、側壁パイプから入った流通液は旋回流となって、円柱検査面の翼より下側の部分にはぼ一様に入り、槽底パイプから抜かれる。このとき、検査面の近くでの液の周方向流れは回分式の場合に比べて大きな変化はない。側壁パイプ位置を変化させても同様の流動状態が観察され、偏心などの特殊な流動状態は認められなかった。

$N_{Qf} > 0.04$ では、側壁から入った流通液の一部は直接

Fig. 9 Flow visualization at the flow rate $Q_f = 12$ l/min, or $N_{Qf} = 9.3 \times 10^{-2}$ in case II

検査面内部に入り、流れの対称性をくずす。すなわち、周方向流れは偏心を起こし、一種の2次循環流のような特異な流れ状態となる。また偏心の位置も翼の上下部で異なっている。ただし、 $h = 10.0$ cm の場合は顕著な偏心はなく、流通液の一部が翼内部に入ることが観察された。

3) 相関式と考察 流れの可視化より、 $N_{Qf} < 0.04$ では Fig. 2 の破線で示す流通経路を考える。槽内の流動状態は回分式の場合と大きな相違はなかったため、流通液流量 Q_f は Q_{a2} を回分式の場合より Q_f だけ増加させ、 Q_{a1} は変化しないとする。

$$\left. \begin{aligned} Q_{a1} &= Q_{a0} \\ Q_{a2} &= Q_{a0} + Q_f \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Eqs. (8)~(10) と同様にして、流通系の N_p と回分式の N_{p0} の差を求めると次式を得る。

$$\Delta N_p = \frac{\pi^2}{2} \left\{ \left(\frac{r_b}{R_i} \right)^2 - \frac{V_{\theta 2}}{\pi n R_i} \right\} N_{Qf} \quad (15)$$

$N_{Qf} < 0.04$ のとき、 ΔN_p と N_{Qf} の実測値より Eq. (15) を用いて $V_{\theta 2}$ を求めたところ、 $V_{\theta 2}/\pi n R_i$ は $(d/D)^{-0.7}$ に比例した。それを Table 1 に示す。 $h = 3.0$ cm のとき $V_{\theta 2}$ が最小となるのは、側壁パイプが槽底に近いため、パイプから入った液のうち一部が槽底付近の周方向速度の遅い流れによって検査面を通過するためと考えられる。また、 $h = 10.0$ cm のとき $V_{\theta 2}$ が最大となるのは、側壁パイプ位置が翼と同じ高さにあるため、翼先端の吐出流と衝突し、その結果みかけ上 $V_{\theta 2}$ が大きくなったものと考えられる。

Fig. 10 Correlation of N_T with N_{Qf} in case II

Table 1 $V_{\theta 2}/\pi n R_i$ calculated from Eq. (15)

d [cm]	10.0	13.7	15.3	$\frac{V_{\theta 2}(d/D)^{0.7}}{\pi n R_i}$
h [cm]				
3.0	0.41	0.33	0.28	0.25 ± 0.04
6.5	0.68	0.54	0.50	0.41 ± 0.03
10.0	0.84	0.68	0.62	0.52 ± 0.05
13.5	0.66	0.53	0.47	0.40 ± 0.03
17.0	0.62	0.50	0.46	0.38 ± 0.02

次に $N_{Qf} > 0.04$ では、側壁パイプから入った液があたかも1枚邪魔板の役割をし、Figs. 8c, 9 に示したように槽内の流動状態は偏心し、回分式とは異なったものとなる。その結果、みかけの2次循環流が増加すると考えられる。検査面での角運動量収支 Eq. (5) の右辺第1~3項が回分式の場合に比べて変化するとその変化量を Eq. (15) に加えたのが次式である。

$$\Delta N_p = \frac{\pi^2}{2} \left\{ \left(\frac{r_b}{R_i} \right)^2 - \frac{V_{\theta 2}}{\pi n R_i} \right\} N_{Qf} + N_T \quad (16)$$

すなわち、上記の邪魔板効果がすべて N_T に寄与し、 ΔN_p を増加させると考える。 $h = 10.0$ cm 以外の場合の N_T を N_{Qf} に対してプロットしたのが Fig. 10 である。 N_T は Re_d に無関係に次式で相関される。

$$N_T = 48 N_{Qf}^{2.3} \quad (17)$$

Table 1 の $V_{\theta 2}$ 、Eqs. (16), (17) を用いた計算線を Fig. 7 の実線で示す。

流入パイプの取り付け位置と翼の取り付け位置が等しく ($h = 10.0$ cm)、かつ流通液流量が大の場合 ($N_{Qf} > 0.04$) には、流入液と翼からの吐出流が複雑に干渉し合う結果、検査面での角運動量の見積もりがむずかしく、上記の相関法を適用することはできない。

結 言

槽底中心部および側壁にパイプを取り付けた流通系攪拌槽の所要動力を測定し以下の結果を得た。

(1) 流通液を槽底パイプから入れ、側壁パイプから抜く場合、所要動力は回分式のときに比べて増加する。槽底パイプ径、側壁パイプ径、側壁パイプ位置は所要動力にほとんど影響を及ぼさない。動力相関式として Eqs. (9), (11) を得た。

(2) 側壁パイプから入れ、槽底パイプから抜く場合、 ΔN_p は $N_{Qf} < 0.04$ で減少するが、 $N_{Qf} > 0.04$ では $h = 10.0$ cm の場合以外は増加に転じる。

$h = 10.0$ cm, $N_{Qf} > 0.04$ の場合を除いて、所要動力は Table 1 に示した $V_{\theta 2}$ と Eqs. (16), (17) より算出できる。 $h = 10.0$ cm, $N_{Qf} > 0.04$ の場合には、流通液は翼内部に到達し、 Re_d の低いほど所要動力の減少は大きい。

Nomenclature

b	= impeller width	[cm]
D	= vessel diameter	[cm]
d	= impeller diameter	[cm]
H	= vessel height	[cm]
h	= height of pipe at side wall from vessel bottom	[cm]
N_p	= power number ($= 2\pi nT/\rho n^3 d^5$)	[—]
N_{Qf}	= dimensionless flow rate ($= Q_f/nd^3$)	[—]
N_T	= dimensionless power due to apparent baffle effect	[—]
n	= rotating speed	[1/sec]
Q_{d1}	= discharge flow rate defined by Eq. (3)	[cm ³ /sec]
Q_{d2}	= inward flow rate through control	

surface at $r = R_i$ defined by Eq. (4)

Q_f	= feed rate	[cm ³ /sec]
Re_d	= impeller Reynolds number ($= \rho n d^2/\mu$)	[—]
R_i	= $d/2$	[cm]
r	= length in the radial direction	[cm]
r_b	= radius of pipe at bottom	[cm]
r_c	= radius of cylindrically rotating zone	[cm]
r_s	= radius of pipe at side wall	[cm]
T	= torque	[g · cm ² /sec ²]
V_r	= radial velocity	[cm/sec]
V_z	= axial velocity	[—]
V_θ	= tangential velocity	[—]
$V_{\theta 1}$	= tangential velocity of liquid near impeller region at $r = R_i$	[cm/sec]
$V_{\theta 2}$	= tangential velocity of liquid define by Eq. (4)	[cm/sec]
X	= variable defined by Eq. (13)	[—]
μ	= viscosity	[g/cm · sec]
ρ	= density	[g/cm ³]
$\tau_{r\theta}$	= shear stress in θ direction perpendicular to r -direction	[g/cm · sec ²]
$\tau_{z\theta}$	= shear stress in θ direction perpendicular to z direction	[g/cm · sec ²]
<Subscripts>		
0	= batch system	
Δ	= difference between continuous flow system and batch system	

Literature cited

- 1) Hiraoka, S. and R. Ito: *J. Chem. Eng. Japan*, **8**, 323 (1975)
- 2) Yamamoto, K: Ph. D. Thesis, Kyoto Univ. (1961)

(1977 年 9 月 30 日受理; 化学工学協会第 42 年会 (広島, 1977 年 4 月 3 日) および同第 11 回秋季大会 (東京, 1977 年 10 月) にて発表)

Power Consumption of Impeller in Agitated Vessel of Continuous Flow System

Ryuzo Ito, Yushi Hirata, Kei Sakata and Isamu Nakahara*

Dept. of Chem. Eng., Osaka Univ., Toyonaka 560

Power consumption of three kinds of six-blade paddle was measured in a continuous-flow agitated vessel in the range of Reynolds number from 10^8 to 2×10^6 . The fluid flows in and out through pipes attached to the center of the bottom and to the side wall.

In the case where the fluid was fed into the vessel through the bottom pipe and taken out from the pipe in the side wall, the power number increased with feed rate. In the case of the opposite feed direction, it decreased in a range of low feed rate and then began to increase.

Power consumption was correlated with feed rate and other operation variables based on the balance of angular momentum, and it was found that the difference between the power numbers for continuous system and batch system, ΔN_p , could be expressed as a function of a dimensionless feed rate $N_{Qf} (= Q_f/nd^3)$.

* Toyobo Co., Ltd., Iwakuni Plant