マイクロセルロース・硫酸アルミニウム系フロックの密度に関する研究

桜井 正明*・浅井 勉
辻本 清彦・原納 淑郎

大阪市立大学工学部 応用化学科†

マイクロセルロース分散体の硫酸アルミニウムを凝集剤とした場合に生成するフロック粒子の沈降速度を実測し、ストークスの式を用いてフロック密度を求めた。その結果、(1)丹保らの提案するフロック密度関数、 $\rho_e = ad^{-K_p}$ が成立すること、(2) 攪拌速度が速くなるにつれてフロック密度も大きくなること、(3) 攪拌速度に関連してフロック密度に履歴現象がみられること、(4) 本系での実測 K_p 値は、すべて1近傍であること、がわかった。また、 K_p の値が、1より大きい(小さい)とき、凝集の進行にともなって、総投影断面積が増加する(減少する)ことより、凝集過程における光透過度の変化を追跡して、 K_p の値を推定しうることを示した。

緒 言

フロッキュレーターの設計にあたって、フロック群の沈降速度特性、その中でもとりわけフロック密度特性に関する知見は重要である。これまで、平衡密度法³⁾や沈降速度にストークス則を適用する方法^{1,9)}あるいは、写真法と重量法の組み合わせ¹⁾や、Od'en Balance 法と光吸光度法の組み合わせによる方法⁵⁾によって、カオリン、ベントナイト、活性汚泥などについて、そのフロック密度が測定され、有効密度 ρ_e と粒径 d の間に Eq. (1) で示されるフロック密度関数が存在すること^{3,9)}、 K_p の値は、1.3~1.5

$$\rho_e = ad^{-K_p} \quad (1)$$

の値であること⁹⁾、 ρ_e は攪拌強度によって変わらない^{1,3)}が、攪拌強度比の関数であり、攪拌強度比が大きいほど ρ_e の小さなフロックが形成されること¹⁾、攪拌を続けるほど ρ_e は大きくなること²⁾、また、 ρ_e は硫酸アルミニウムを凝集剤として用いた場合、アルミニウムと濁質の重量比 (ALT 比) の関数でもあり、ALT 比が大きいと ρ_e は小さくなること^{1,7)}、フロックの沈降速度は、固体球の沈降速度式で表現でき、 ρ_e はこれから計算可能であること^{1,9)}などが報告される。

ここでは、セルロース・硫酸アルミニウム系のフロックの沈降速度を測定し、その粒子レイノルズ数がストークスの領域にあることより、ストークスの単一球形固体粒子の沈降速度式を用いてフロックの密度を求め、有効密度と粒径の関係、密度への攪拌の影響などについて検討した。また、密度関数の特性値 K_p は、粒子間衝突数を左右するパラメータとして、フロック成長速度の解析

において重要である¹⁰⁾が、丹保らの値⁹⁾は少し大きすぎるように思われるので、検討を加えた。

1. 実 験

恒温槽中で、300 cc ビーカーの底に、縦・横 1 cm、高さ 10 cm の角柱セルを取り付け、セル中に純水を入れて、ゴムパッキンと鋼球によってふたをした後、ビーカーに試料 300 cc を入れた。20~200 rpm の攪拌を行いながら、ビペットで凝集剤を添加し、攪拌継続 120 分後、ピンセットで鋼球を持ち上げ、生成したフロックをセル中に落とし、接写撮影によって、粒径と沈降速度を測定した。この時、小さな粒子については、カメラの位置を固定したまま、15~60 秒間隔で撮影し、大粒子については、カメラで追跡し、粒子がファインダーの中心部分にくる瞬間に、ストップウォッチとシャッターが同時に作動するように工夫して測定した。そして、写真撮影中も攪拌を継続しておき、上述の操作を数回繰り返すことによって、20 点の測定値を得た。

この時、セルの側面に三角錐型の目盛りを取り付けることによって、カメラの焦点がどこに移っても、粒径と沈降距離の決定が可能となった。また、粒径は、フィルムをプロジェクターで拡大し、2 軸幾何平均径をとった。

攪拌翼としては、ピッチ 2、攪拌槽内径に対する翼長の比 5/8 のプロペラ型 4 枚羽根を用い、邪魔板は設けなかった。また、平均消散エネルギー速度、 ϵ_0 [erg/cm³・sec] の値は、Rushton の線図から計算した値を用いた。

なお試料は、純水 100 cc にセルロースパウダー (Whatman CF11) 1 g の割合で加え、ホモゲナイザーで破碎し、3,000 rpm 5 分の遠心分離によって得られる充分安定な上澄液 300 cc を用いた。試料のセルロース濃

† 〒558 大阪市住吉区杉本町 459

* 東洋エンジニアリング(株)

Fig. 1 Log-log plots of u vs. d

度は 137 ± 10 ppm, 濁度 $33.5 \pm 2\%$, pH 5.2 ± 0.2 , 平均粒子径 0.2μ , 初期粒子数 $2.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ であった⁹⁾。凝集剤は硫酸アルミニウム水溶液を、ビペットで 3 cc 投入し、7.5 ppm となるよう調製した。温度は 25°C で行った。

2. 結 果

2・1 フロックの沈降速度と粒径

一例として、攪拌条件 20 rpm の場合の結果を、Fig. 1 と Table 1 に示す。Fig. 1 より、沈降速度 u と粒径 d の両対数プロットは、ほぼ傾き 1 の直線上に並ぶ。粒子レイノルズ数 ($Re = d u \rho_w / \mu$) は、 $1,500 \mu$ の粒子を除いて、すべて 0.3 以下であり、ストークスの領域にあることがわかる。これは、これまでに、丹保ら⁹⁾、松本ら¹⁰⁾の、カオリン・ベントナイト・活性汚泥などの場合についての報告が、ほとんどの粒子について、粒子レイノルズ数が 0.6 から 10 で、ストークス域とアレン域の中間にあったのと対照的である。

2・2 フロック密度関数

そこで、ストークスの単一球形固体粒子の沈降式を用いて、実測値 u と d より、有効密度 ρ_e を計算した。

$$\rho_e = \rho_f - \rho_w = \frac{18\mu}{g} \cdot \frac{u}{d^2} \quad (2)$$

ただし、 ρ_f はフロックの密度、 ρ_w は溶媒の密度、 μ は溶媒の粘度、 g は重力加速度である。ここで、フロックの成長と再分散は沈降中に起こらないと仮定し、また、 ρ_w , μ の値は、それぞれ水の密度、水の粘度の文献値を用いた。

このようにして得られた有効密度を Table 1 に、有効密度と粒径の両対数プロットを Fig. 2 に、それぞれ示す。ほぼ傾き -1 の直線に乗っている。

粒径と有効密度の間には、Eq. (1) のような関係が存在することが、丹保ら⁹⁾、Gemmell ら³⁾によって確かめられ、フロック密度関数と名付けられているが、セルローズ・硫酸アルミニウム系フロックについても、Eq. (1) が成立し K_ρ の値として 1 に近い値、またその時の a の

Fig. 2 Log-log plots of ρ_e vs. d

Fig. 3 Effect of agitation on floc density

Table 1

$d [\mu]$	$u [\text{cm/sec}] \times 10^3$	$\rho_e [\text{g/cm}^3] \times 10^4$	$Re [-]$
210	3.8	14	0.009
230	6.2	19	0.016
270	4.2	9.4	0.013
320	6.0	9.6	0.022
400	9.1	9.3	0.041
420	7.8	7.2	0.037
500	11	7.3	0.062
530	9.3	5.4	0.055
530	6.7	3.9	0.040
540	11	5.9	0.068
610	14	6.2	0.096
640	13	5.3	0.093
700	19	6.3	0.15
770	14	3.8	0.12
850	22	5.0	0.21
900	17	3.4	0.17
920	25	4.8	0.26
1,000	26	4.3	0.29
1,150	23	2.8	0.30
1,500	40	2.9	0.67

Experimental condition: Al-salt 7.5 ppm, agitation rate 20 rpm, agitation time 120 min, temperature 25°C .

値として、 $3.2 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^3$ が得られた。

2・3 攪拌の影響

Fig. 3 は、20, 40, 200 rpm の攪拌条件における有効密度と粒径の関係をプロットしたものである。測定誤差や、密度にも分布があると考えられ、大きなバラツキが

Fig. 4 Effect of pre-agitation of floc density

Table 2 Relationships between N and a

N [rpm]	$a \times 10^5$ [g/cm ²]
20	3.2
20→40	3.6
40	4.6
200→40	8.4
200	9.0

Table 3

N [rpm]	ρ_e [g/cm ³] $\times 10^4$ ($d=1,000\mu$)	ϕ [-] $\times 10^3$	b [-] ($K_p=1$)	K_p [-] ($b=1$)	K_p [-] ($b=10$)
20	3.2	1.1	5.3	0.80	1.07
20→40	3.6	1.2	6.0	0.79	1.06
40	4.6	1.5	7.7	0.76	1.03
200→40	8.4	2.8	14	0.69	0.96
200	9.0	3.0	15	0.68	0.95

みられるものの、攪拌条件による差がはっきり現れており、攪拌速度が速いほど、密度は大きくなっている。

2・4 前攪拌の影響

Fig. 4 は、20 rpm 60 分の攪拌の後、60 分間 40 rpm で攪拌した場合と、200 rpm 60 分の攪拌の後、同じく 60 分間 40 rpm で攪拌した場合の、フロックの有効密度とその粒径を両対数プロットしたものである。最終攪拌条件が同一であっても、両者に有意な差があり、前攪拌の影響がみられ、履歴現象が確認された。

Figs. 3, 4 において、その傾き $-K_p$ をすべて -1 として、 a の値を最小 2 乗法で計算すると、Table 2 に示す結果を得た。

3. 考 察

カオリン・ベントナイトなどの密度測定の際には、粒子レイノルズ数がほとんどの粒子について 0.6 から 10 の間にあり、ストークスの式 (Eq. (2)) を用いることに疑問が出されている⁹⁾ が、本実験系においては、ほとんどすべての粒子がレイノルズ数 0.3 以下のストークス領域であり、有効密度のオーダーも本系の場合の方が一桁近く小さくなっている。これは、懸濁物質の密度 ρ_s が、

カオリンの場合 2.5~2.6 であるのに、ここで用いたセルロースの場合 1.3 であり、 $\Delta\rho(=\rho_s-\rho_w)$ は、1/5 程度の値であることによる。

Gemmel ら³⁾は、平衡密度法によってフロック密度を測定し、密度に与える攪拌の影響はないとしている。また楠田ら¹⁾は、カオリン分散系について、①フロック密度は攪拌強度には影響されず、②攪拌強度比の関数であり、攪拌強度比 (前攪拌強度/攪拌強度) が大きいほど、同一径フロックの密度は小さくなる、と報告している。ただ、攪拌強度比が 1 より小さい場合における実験的検討はされていない。

本実験においては、先に示したように、フロック密度は攪拌強度の影響を受け、攪拌強度が大きいほど、同一径のフロック密度は大きくなる。また、そのため、Figs. 3, 4 に示したように、同一径のフロック密度は、攪拌条件の次の順序：200 rpm (I), 200→40 rpm (II), 40 rpm (III), 20→40 rpm (IV), 20 rpm (V)、に従って減少するという前攪拌による履歴現象がみられた。以上の、楠田らの結果との相違はフロック密度が攪拌強度に影響されるか、否かにある。ただ、その原因はわからないが、カオリンとセルロース両フロックの透水性など物性の差によるものと思われる。

さて、フロック密度関数は、次のように書くことができる (Appendix 1)。

$$\rho_e = \Delta\rho \cdot \phi = b \cdot \Delta\rho \left(\frac{d}{d_0} \right)^{-K_p} \quad (3)$$

ここで、 $\Delta\rho$ は $\rho_s - \rho_w$ 、 ϕ はフロック中の固形物の体積分率、 d_0 は初期粒子径、 b 、 K_p は密度の特性パラメータで、後述するように、 b は初期粒子の水の取り込み量、 K_p はフロック成長中の水の取り込み量に関係する。

攪拌速度が速いほどフロック密度が大きいという先の結果は、攪拌速度が速いほど、 ϕ が大きく、したがって含水率の小さなフロックが形成されることを示している。Table 3 は、一例として、 $d=1,000\mu$ の実測 ρ_e 値を用い、 $d_0=0.2\mu$ 、 $\Delta\rho=0.3$ g/cm³ として、 ϕ 、 b および K_p を計算した結果である。上述の考察のごとく、攪拌速度が速いほど、 ρ_e 、 ϕ は大きくなっており、 K_p は一定のときの b の値は大きく、 b は一定のときの K_p は小さくなっている。このように、攪拌速度の ϕ 、したがって ρ_e への影響は、 b および K_p ；二つのパラメータの変化となって現れるが、数値上は、 K_p の感度は b に比べて非常に鈍く、また、Figs. 3, 4 に示したごとく、ばらつきの大きいこの種のデータから K_p の微少な差異を読み取ることは困難である。そこで、 K_p を一定 (本系では 1) とし、 b を攪拌の影響ならびに Eq. (3) 誘導の際の仮定を吸収する実験的定数として取り扱うことにした。

Eq. (3) で、 $d=d_0$ のとき $\phi=\phi_0$ であるので、 $b=\phi_0$ と

なる。このことは、 b は、厳密には、1 倍粒子中の固形物の体積分率、すなわち、初期粒子の水の取り込み度合いを示すパラメータであることを示している。そして、それゆえ、 b 値としては、本来 1 以下でなければならない。Table 3 で、 b が 5.3~15 の値を示したのは、矛盾しているが、これは、上記のように、 $K_p=1$ = 一定と仮定したこと、初期粒子径やセルロース密度測定の際の測定誤差、初期粒子径が分布をもつことを無視したこと、などによるものと思われる。あるいはまた、これは凝集初期過程における水の取り込み方と、大フロック成長過程におけるそれを、区別すべきことを示唆しているようにも思われる。

K_p の値はフロック成長過程における水の取り込み度合いを示す指標である。たとえば、ある単位粒子が 2 倍の粒径に成長する際に、それを構成するに必要な単位粒子の数は、Eq. (A-14) で $d=2d_0$ より、 $K_p=0$ で 8, 1 で 4, 2 で 2, 3 で 1, となり、 K_p の値が大きいほど水の取り込まれる量が大きく、同一径フロックの密度は小さくなる。

K_p の値については、これまで、カオリン系について、楠田ら^{1,2)}が 0.03~1.4、丹保ら⁹⁾が 1.3~1.5 の値を報告している。その際、丹保らは、ストークス式を適用できるものとしてデータを整理し、上述の値を得ているが、前記のように、粒子レイノルズ数は 0.6~10 の間にあり、むしろ、固体球の抵抗係数 C_D としては、次式を用いるべきであると思われる⁹⁾。

$$C_D = K/Re^{0.52} \quad (5)$$

したがって、沈降速度式は、次のようになる (Appendix 2)。

$$u = K_f' d^{1.54-0.96K_p/\mu^{0.7}} \quad (6)$$

Eq. (6) を用いて丹保らの結果を計算すると、 K_p の値として 0.9~1.2 が得られた。また、ベントナイト・活性汚泥についての松本らのデータを同様に整理したところ 0.9, 0.9, 1.3 の値が得られた。Gemmel ら⁹⁾のデータは、0.6~0.75 であり、以上から、 K_p の値として、これまで 0.6~1.3 が得られていたことになる。したがって、上述の系とは異なるが、本系での 1 近傍の値は不適当な値ではないと考えられる。

ところで、先に著者らは、凝集進行中の光透過度の変化を追跡した実験⁹⁾において、光透過度が、凝集の進行と共に上昇するという現象を観測した。これは、凝集の進行と共に、分散体の総投影断面積 S が減少することを示している。以下、この点について、 K_p の値より考察を試みた。

いま、モデルとして、粒径 d_0 の粒子 n_0 個が、凝集によって、粒径 d_2 のもの n_2 個になった場合を考える。この時総投影断面積変化率 SR は、粒子の重なりを無視す

Table 4 SR values

θ	RUN/ K_p	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
0.1	Eq. (8)	0.81	0.90	1.00	1.13	1.29
	Eq. (10)	0.79	0.88	1.00	1.15	1.35
0.01	Eq. (8)	0.66	0.80	1.00	1.28	1.67
	Eq. (10)	0.63	0.78	1.00	1.30	1.75
0.001	Eq. (8)	0.53	0.72	1.00	1.44	2.15
	Eq. (10)	0.51	0.71	1.00	1.47	2.26

ると Appendix 3 より、

$$SR = S/S_0 = (d/d_0)^{K_p-1} \quad (7)$$

$$= \theta^{(K_p-1)/(K_p-3)} \quad (8)$$

ここで、 θ は $n(t)/n_0$ で、凝集の度合いを示す無次元時間パラメータである。

d は d_0 より大きいので、 K_p が 1 より大きいとき、 SR も 1 より大きくなり、総投影断面積は増加し、逆に K_p が 1 より小さいとき、 SR は 1 より小となり総投影断面積は減少する。すなわち、 $K_p=1$ の前後で、総投影断面積は、増加するか減少するかが逆転することになる。

同様のことは、Smoluchowski 型の成長を示す分布をもつ系についてもいえる。すなわち、Eq. (9) のような粒径分布をもつ場合^{7,9)}の総投影断面積変化率は、Eq. (10) で表すことができる (Appendix 4)。

$$f_i(\theta) = \theta(1-\theta)^{i-1} \quad (9)$$

$$SR = \theta^2 \sum_{i=1}^{\infty} (1-\theta)^{i-1} \cdot i^{2/(3-K_p)} \quad (10)$$

θ を 0.1, 0.01, 0.001 とした場合、 K_p を変化させて、Eqs. (8), (10) より SR を計算すると、Table 4 のようになる。Eq. (10) から得られた値は、Eq. (8) から得られた値と大差がなく、 $K_p \approx 1$ で、 $SR \approx 1$ 、という重要な特徴は、さらに実験的検証を必要とするが、分布をもつ系についてもいえそうである。

そこで、凝集に伴う光透過度の変化から、 K_p の推定を試みた。粒子の総投影断面積は光学密度、 $\log(I/I_i)$ に比例するから、Eq. (7) より

$$SR = \frac{\log(I/I_i)}{\log(I_{s0}/I_i)} = \left(\frac{d_{s0}}{d_0}\right)^{K_p-1} \quad (11)$$

ここで、 I_i は入力光強度、 I_{s0} は凝集前の試料の透過光強度、 I は凝集後の透過光強度で、吸光係数は粒径によらず一定、粒子の重なりはない、と仮定している。 d_{s0} は個数基準累積 50% 径であり、光透過沈降法でストークス式と密度関数を用いて求めた。透過光強度 I および粒径分布の測定には、先に報告した⁹⁾と同じ装置を用いた。その際、透過光強度は先に報告したように振動するので、その中点の値を用いた。

このようにして得られた K_p の値を、Table 5 に示す。20~200 rpm について、0.92~0.98 の値を示しており、これは、Fig. 3 のプロットの傾きとよく対応している。

しかし、攪拌速度が速いほど K_p の値は大きくなっており、これは、先に記述した考察の結果と逆である。こ

Table 5 K_p values by light transmission method

N [rpm]	ϵ_0 [$\frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec}}$]	G [$\frac{1}{\text{sec}}$]	$\frac{I_0}{I_i}$	$\frac{I}{I_i}$	d_{50} [μ]	θ $=\frac{d_0}{d_{50}}$	$\frac{SR}{\log I/I_i}$ $=\frac{\log I/I_i}{\log I_0/I_i}$	$\frac{K_p}{\log \theta}$ $=1-\frac{\log SR}{\log \theta}$
20	0.38	6.5	0.26	0.50	1,000	0.0002	0.51	0.92
30	1.3	12	0.25	0.46	790	0.00025	0.56	0.93
40	3.1	19	0.24	0.42	630	0.00032	0.61	0.94
60	10	34	0.25	0.37	450	0.00044	0.72	0.96
100	48	73	0.27	0.33	310	0.00065	0.85	0.98
200	380	210	0.25	0.29	180	0.0011	0.89	0.98

Al-salt: 7.5 ppm, temperature: 25°C, $t=120$ min, $d_0=0.2 \mu$

のことは、粒径分布の型が各攪拌条件によって異なり、平均粒径の単純な比較から K_p を求めることの限界性、光透過測定器の受光面が小さく、透過光強度の振動があり、その振動の中点を I としたという実験上の問題、また、粒子の重なりを無視している問題などによるものと考えられる。

しかしながら、 K_p の値の攪拌による変化はわずかであるので、ここでの光透過法による K_p の実測値 0.92~0.98 は、その幅も狭く、一定の値と考えれば、Fig. 3 の結果とよく一致しているといえる。

以上のことより、本実験系における K_p の値は、Figs. 3, 4 より 1 近傍であり、かつ、凝集の進行と共に光透過度が增加する、すなわち、総投影断面積が減少することより、1 より小さいと考えられる。

結 言

(1) セルロース・硫酸アルミニウム系のフロックの沈降速度を測定したところ、その粒子のレイノルズ数は、ほとんどの粒子について、0.3 以下のストークス領域にあった。

(2) ストークスの単一球形固体粒子の沈降速度式を用いて沈降速度と粒径の実測値から有効密度を計算した結果、有効密度と粒径の間には、丹保らのフロック密度関数が成立することを確認した。

(3) フロック密度は、攪拌強度によって変化し、攪拌速度が速いほど密度も高い値を示した。攪拌条件による密度の差は、 b と K_p という、初期粒子とフロック成長過程のそれぞれの水の取り込み度合いを示すパラメータで評価できるが、 K_p の差はわずかであり、実験的には、 K_p = 一定としてよいと思われた。

(4) 攪拌速度を変化させた場合、密度に前攪拌の影響がみられ、履歴現象が確認できた。

(5) 光透過法による K_p の測定法を提案した。測定法上種々の問題は残されているが、実測値は、沈降速度法による結果とほぼ対応する値を示した。

(6) 本系での K_p の値は、すべて、1 近傍で 1 より小さい値であった。

Appendix 1

i 個の原粒子 (粒径= d_0) よりなる粒径 d のフロックの体積および質量について、次式が成立する。

$$V_f = V_w + V_s$$

$$\rho_f V_f = \rho_w V_w + \rho_s V_s$$

ここで、 $\rho_f = \rho_w + \rho_e$ を考慮し、また原粒子およびフロックをいずれも球形と仮定すると、上の 2 式より

$$\rho_e = \Delta\rho \cdot \phi \quad (\text{A-1})$$

ただし

$$\begin{cases} \Delta\rho = \rho_s - \rho_w \\ \phi = \frac{V_s}{V_f} = i \left(\frac{d_0}{d} \right)^3 \end{cases} \quad (\text{A-2})$$

$$\quad (\text{A-3})$$

Eq. (A-1) より、 ρ_e はフロック中に原粒子が占める体積分率 ϕ に比例することがわかる。 ϕ が 1 に近づくほど ρ_e は大きくなり、原粒子の ρ_e すなわち $\Delta\rho$ に近づく。

フロックは、 ϕ = 一定で成長するのではなく、一般に大きくなるほどより多くの分散媒 (水) を取り込む。したがって、 ϕ は d と共に小さくなる。そこで、いま仮に

$$\phi = b \left(\frac{d}{d_0} \right)^{-K_p}, \quad K_p > 0 \quad (\text{A-4})$$

とおくと、Eq. (A-1) より

$$\rho_e = b \cdot \Delta\rho \left(\frac{d}{d_0} \right)^{-K_p} \quad (\text{A-5})$$

また、Eq. (A-3) より

$$i = b \left(\frac{d}{d_0} \right)^{3-K_p} \quad (\text{A-6})$$

Gemmel ら⁸⁾および丹保ら¹¹⁾は、Eq. (A-5) で

$$a = \Delta\rho \cdot b \cdot d_0^{K_p} \quad (\text{A-7})$$

とおいて、Eq. (1) のように表示し、これを密度関数と名付けた。しかし、 a は K_p の関数であるので、密度関係としては、Eq. (A-5) がよいと思われる。

Appendix 2

固体球の沈降速度は一般に次式で与えられる。

$$u^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{g}{C_D} \left(\frac{\rho_f - \rho_w}{\rho_w} \right) d \quad (\text{A-8})$$

レイノルズ数が 0.6 から 10 の領域では、次式が成立する⁸⁾ので、

$$C_D = K/Re^{0.82} \quad (\text{A-9})$$

Eqs. (1), (A-9) を、Eq. (A-8) に代入し、 u について整理すると

$$u = K_f \cdot \rho_e^{0.85} d^{1.54} / \mu^{0.7} \quad (\text{A-10})$$

$$= K_f' \cdot d^{1.54-0.85K_p} / \mu^{0.7} \quad (\text{A-11})$$

Appendix 3

いま、粒径 d_0 の粒子 n_0 個が凝集によって粒径 d の粒子 n 個になった場合を考える。そのとき、フロック中の原粒子の重量は保存されるので、

$$n_0 \rho_s V_{s0} = n_s \rho_s V_s \quad (\text{A-12})$$

Eq. (A-12) および Eqs. (A-3), (A-4) より

$$\frac{n}{n_0} = \frac{V_{s0}}{V_s} = \frac{\phi_0 V_{f0}}{\phi V_f} = \left(\frac{d_0}{d}\right)^{3-K_\rho} \quad (\text{A-13})$$

よって

$$SR = \frac{S}{S_0} = \frac{(\pi/4)d^2 n}{(\pi/4)d_0^2 n_0} = \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \left(\frac{n}{n_0}\right) = \left(\frac{d}{d_0}\right)^{K_\rho-1} \quad (\text{A-14})$$

また

$$\theta = \frac{n}{n_0} = \left(\frac{d}{d_0}\right)^{K_\rho-3} \quad (\text{A-15})$$

であるので、Eq. (8) が導かれる。

Appendix 4

分布をもつ系での SR は次式で表現できる。

$$SR = \frac{(\pi/4) \sum_{i=1}^{\infty} d^2 n_i}{(\pi/4)d_0^2 n_0} = \frac{1}{d_0^2 n_0} \sum_{i=1}^{\infty} d^2 n_i \quad (\text{A-16})$$

今、ランダム合一モデルの分布関数 $f_i(\theta)$ を考える^{7,8)}。

$$f_i(\theta) = \frac{n_i}{n(t)} \theta(1-\theta)^{i-1} \quad (\text{A-17})$$

$$\theta = \frac{n(t)}{n_0} (\theta=1 \text{ at } t=0) \quad (\text{A-18})$$

この時

$$n_i = n(t) \cdot \theta(1-\theta)^{i-1} = n_0 \theta^2 (1-\theta)^{i-1} \quad (\text{A-19})$$

一方、Eq. (A-6) より

$$d = i^{1/(3-K_\rho)} \cdot d_0 \quad (\text{A-20})$$

Eqs. (A-19), (A-20) を Eq. (A-16) へ代入すると、Eq. (10) が得られる。

Nomenclature

a	= coefficient in floc-density function Eq. (1) and effective density presumed at $d=1 \text{ cm}$	$[\text{g}/\text{cm}^{3-K_\rho}]$
b	= characteristic parameter for density	[—]
C_D	= drag coefficient	[—]
d	= particle diameter	[cm]
d_0	= primary particle diameter	[cm]
d_{50}	= number basis cumulative undersize 50% particle diameter	[cm]
$f_i(\theta)$	= $n_i/n(t)$, number basis frequency of particle size i at dimensionless time θ	[—]
g	= gravitational acceleration	$[\text{cm}/\text{sec}^2]$
I	= light intensity passing through sample at $t=t$	[—]
I_i	= initial light intensity	[—]

I_{s0}	= light intensity passing through original sample at $t=0$	[—]
K, K_f, K_f'	= coefficient	[—]
K_ρ	= characteristic parameter for density	[—]
N	= agitation rate	[rpm]
n_i, n_j	= particle number in unit volume	$[\text{l}/\text{cm}^3]$
$n(t)$	= total particle number in unit volume at time t	$[\text{l}/\text{cm}^3]$
Re	= $du\rho_w/\mu$, Reynolds number	[—]
S	= total projected area of flocs by light beam at $t=t$	$[\text{cm}^2]$
S_0	= total projected area of flocs by light beam at $t=0$	$[\text{cm}^2]$
SR	= S/S_0 , ratio of total projected area	[—]
t	= coagulation time (agitation time)	[sec]
u	= settling velocity of floc	$[\text{cm}/\text{sec}]$
V_f	= floc volume	$[\text{cm}^3]$
V_s	= cellulose volume	$[\text{cm}^3]$
V_w	= fluid volume	$[\text{cm}^3]$
ϵ_0	= average energy dissipation rate	$[\text{erg}/\text{cm}^3 \cdot \text{sec}]$
θ	= $n(t)/n_0$, dimensionless coagulation time parameter	[—]
μ	= viscosity	$[\text{g}/\text{cm} \cdot \text{sec}]$
ρ_e	= $\rho_f - \rho_w$, effective density of floc	$[\text{g}/\text{cm}^3]$
ρ_f	= floc density	$[\text{g}/\text{cm}^3]$
ρ_s	= cellulose density	$[\text{g}/\text{cm}^3]$
ρ_w	= fluid density	$[\text{g}/\text{cm}^3]$
$\Delta\rho$	= $\rho_s - \rho_w$, effective density of primary particle	$[\text{g}/\text{cm}^3]$
ϕ	= V_s/V_f , volume ratio cellulose in floc	[—]

Literature cited

- 1) Awaya, Y. and T. Kusuda: Preprint of 11th Symposium of The Sanitary Engrs., Japan, pp. 13-18 (1975)
- 2) Awaya, Y., T. Kusuda and K. Koga: Preprint of 12th Symposium of The Sanitary Engrs., Japan, pp. 58-63 (1976)
- 3) Lagvankar, A. L. and R. S. Gemmel: *J. Am. Water Works Assoc.*, 60, 1040 (1968)
- 4) Levich, V. G.: "Physicochemical Hydrodynamics", Prentice Hall, London (1962)
- 5) Matsumoto, K. and Y. Mori: *J. Chem. Eng. Japan*, 8, 143 (1975)
- 6) Sakurai, M. and Y. Harano: *J. Chem. Eng. Japan*, 11, 53 (1978)
- 7) Sastry, K. V. S. and D. W. Fuerstenau: *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 9, 1 (1970)
- 8) Smoluchowski, M.: *Z. Phys. Chem.*, 92, 129 (1917)
- 9) Tambo, K. and Y. Watanabe: *Suido Kyokai Zasshi*, 397, 2 (1967)
- 10) Tambo, K., J. Hozumi and Y. Watanabe: *Suido Kyokai Zasshi*, 431, 20 (1970)
- 11) Watanabe, Y. and K. Tambo: *Suido Kyokai Zasshi*, 445, 2 (1971)

(化学工学協会第 42 年会 (広島, 1977 年 4 月) にて一部発表)

Study of Floc Density in Micro-Cellulose-Aluminum Sulfate System

Masaaki Sakurai, Tsutomu Asai, Kiyohiko Tsujimoto
and Yoshiro Harano

Dept. of Appl. Chem., Osaka City Univ., Osaka 558

The settling velocities of floc particles, which were made from dispersed microcellulose by using aluminum sulfate as a coagulant, were measured, and their buoyant densities were calculated by Stokes' equation. As a result, it was found that (1) the floc-density function, $\rho_e = ad^{-K_p}$, proposed by Tambo *et al.*, holds, (2) floc density increases with increase in agitation rate, (3) there exists a hysteresis phenomenon in the floc density with respect to the agitation rate, and (4) all the K_p values observed in this system are nearly equal to 1. And it was shown that when the K_p value is larger (smaller) than 1, the total projected area of flocs by light beam is increased (decreased) in the coagulation progress, and therefore, the K_p value can be estimated by following the light-transmittance variation in the coagulation process.