流動液中におかれた単一孔より発生する気泡の大きさ

柘植 秀樹・野島 康夫*

日比野 真一

慶応義塾大学工学部 応用化学科†

水平流中におかれた単一オリフィスより蓄気室内の圧力変動を伴いつつ発生する気泡の大きさに及ぼす液流速の影響を実験的に調べ、液流速の増大と共に同一ガス流量では気泡体積が減少することなどを見いだした。

さらに、気泡の発生状態などの実験的知見をもとに、著者らがすでに提出した静止液中での蓄気室内圧力変動を伴う気泡生成モデルを拡張した、流動液中での2段階気泡生成モデルを提案し、モデルによる計算結果と実験結果が定性的によく一致することを見いだした。

緒 言

静止液中におかれた単一孔より蓄気室内の圧力変動を伴いつつ発生する気泡の大きさに関してはすでに多くの実験的研究がなされ、次元解析による気泡の大きさの整理も行われている⁷⁾。一方、実験的観察に基づくいくつかの気泡生成モデルも提出され^{1,3,4,8)}、モデルより種々の条件下で発生する気泡の大きさをかなりよく予測しうることも、また気泡生成メカニズムをある程度説明しうることも見いだされてきた。

さて、気泡塔、気泡攪拌槽、多孔板塔などの実装置内では気泡発生部周辺の液体は強制的に流れていたり、気泡の上昇運動により循環しており、静止液中での気泡生成状態とは異なると考えられる。しかしながら、実装置内の現象により近いと考えられる流動液中における気泡発生に関する研究は少ないようである。Kumar ら⁹⁾は下方から上方に流れる液中に水平におかれたキャピラリーから気泡を発生させ、液流速の増加と共に気泡体積が減少することを見だし、気泡体積の推算式を提出しているが、この式は定ガス流量で、かつガス流速が小なる場合にしか適用できない。Sullivan ら¹⁰⁾は単一孔からの気泡発生に及ぼす水平液流速の影響を調べ、定圧条件下での定容積領域と定頻度領域について相関式を提出しているが、蓄気室容積の影響については検討していない。また、城塚ら¹¹⁾は単一孔からの気泡発生に及ぼす水平液流速の影響があることを認めているが、気泡の大きさについては検討していない。

本研究では単一孔より蓄気室内の圧力変動を伴いながら発生する気泡の大きさならびに発生機構に及ぼす水平液流速の影響を高速度写真などを用い実験的に調べ、さ

らにこれらの実験的知見をもとに、著者らの静止液中での気泡生成モデル⁹⁾を拡張した流動液中での気泡生成モデルを提出し、モデルによる計算結果と実験結果の比較検討を行った。

1. 実験装置および方法

Fig. 1 は実験装置の概略を示したもので、気泡塔本体⑧は断面が 90×90 mm、高さ 360 mm のアクリル製角槽である。オリフィス⑦は板厚 0.5 mm、直径 15 mm の真ちゅう板にドリルで単孔を開けたもので、気泡塔底部中央に設けられている。

ガスは流量、圧力を測定後、蓄気室⑥、単一孔⑦を通り液中に気泡として連続的に発生させる。オリフィス端のフォト・トランジスターの光量変化より気泡発生頻度を測定し、等大の気泡が生成するとしてガス流量を発生頻度で除し、気泡体積を求めた。

液はタンク⑪からポンプ⑫により供給され、ロータメータ⑬で流量測定後、マクマホン・パッキングなどを充填した整流部⑭を含む内径 70 mm の水平なアクリル製円管⑨ (全長: 132 cm) 内を通り、上向きオリフィス端面**に平行な一様流となる。なお、オリフィス付近での液流速は熱線流速計により測定した。

実験はガス流量 0.1~12 cm³/sec、液流速 0~13 cm/sec、オリフィス直径 0.095~0.252 cm、蓄気室容積 63~200 cm³ および液高 30 cm で行った。なお、ガスとしては窒素、液としては水道水を用いた。

さらに Table 1 に示す代表的な条件で、気泡発生状態を高速度 16 mm カメラ (LOCAM 400A) で撮影し、フィルム解析器により実物大の約 4 倍に拡大し、気泡形状のトレース、気泡重心の位置、首の長さなどの測定を行った。

* 〒223 横浜市港北区日吉 3-14-1

† 動力炉・核燃料開発事業団

** オリフィス端面は円管中心軸より 2.5 mm 下方に置かれている。

Fig. 1 Experimental apparatus

Table 1 Conditions of bubble formation for high speed photography

Run No.	V_c [cm ³]	Q_g [cm ³ /sec]	U_l [cm/sec]	V_b [cm ³]
1	63.1	0.696	0	0.167
2	63.1	0.698	8.0	0.150
3	63.1	0.689	12.8	0.140
4	200	0.698	0	0.358
5	200	0.700	8.0	0.309
6	200	0.706	12.8	0.262

$D_o = 0.145$ cm

2. 実験結果および考察

2・1 気泡形状

Table 1 の条件下で撮影した高速度写真より得られた気泡形状の時間的変化を示したのが Fig. 2 である。静止液中での気泡生成に対応する Run 1 および 4 では、気泡はほぼ球形で生長した後、浮上を開始し、首の部分が切れオリフィスより離脱する。流動液中での気泡生成に対応する Run 2, 3, 5, 6 では気泡はほぼ球形で生長し、さらに浮上を開始する時点から、生長を続けながら液の流れ方向にも移動しはじめ、気泡とオリフィス端をつなぐ気体柱がある長さに達すると切れ、1 個の気泡としてオリフィスより離脱する。

Fig. 3 は気泡を球形と仮定して求めた気泡重心位置*の時間的変化を Run 3 と 6 について示したものである。オリフィスの中心を原点とする直角座標軸に気泡の重心から垂線をおろし、垂直距離を x 、水平距離を y とすると、気泡発生初期の段階では y がほぼ 0 であることから水平方向には気泡の重心は移動しておらず、水平流

* 投影された 2 次元気泡と等面積の円で気泡を近似し、この円の中心を気泡重心とみなした。

** 前報⁸⁾の首の長さの測定の場合と同様に、投影された 2 次元気泡の底部を滑らかに結ぶ円弧により近似する。

Fig. 2 Changes of bubble shapes during bubble formation (Experimental conditions are shown in Table 1.)

Fig. 3 Changes of bubble center with time under the conditions shown in Table 1

Fig. 4 (A) Bubble shape at detachment
(B) Effect of liquid velocity on length of bubble neck at detachment

の影響は小さいといえる。さらに気泡が浮上を開始したと、気泡は水平方向にも移動しはじめ水平流の影響を受ける。図より気泡重心の水平方向への移動速度の平均値を求めると、ほぼ水平液流速に等しいことがわかる。

2・2 離脱時の首の長さ

Fig. 4(A) は離脱直前の気泡形状を示したものである。いま、気泡底部が破線で示す球面で近似できる**とし、これと、気泡の重心 A とオリフィスの中心 B を結ぶ線分との交点を C とした時の線分 BC の長さ L_n を離脱時の首の長さとして仮定する。高速度写真より Table 1 に示す同一条件下で 15~20 個の気泡について L_n を測定し、その結果を L_n/D_o と液流速 U_l の関係として示したのが Fig. 4(B) である。これより液流速が 0 の場合、すなわち静止液中では首の長さはオリフィス直径 D_o にほぼ等しく、液流速の増加と共に L_n は減少することがわか

Fig. 5 Relations between V_b and Q_g with U_l as a parameter

る。本実験範囲では蓄気室容積の影響は顕著ではなく、首の長さを液流速 U_l [cm/sec] の関数として

$$L_n/D_o = 1 - 0.02U_l \quad (1)$$

で整理した。

2.3 気泡体積

気泡体積とガス流量の関係を液流速をパラメータとして示したのが Figs. 5 (A), (B), (C) で比較的低ガス流量では気泡体積は一定値を示すが、ガス流量の増大と共に V_b は増加する。同一ガス流量で比較すると、気泡体積は液流速の増加と共に減少する。

Fig. 6 は同一ガス流量での静止液中の気泡体積 V_{bq} と流動液中での気泡体積 V_{bf} との比 V_{bf}/V_{bq} とガス流量の関係を $D_o=0.145$ cm, $V_c=200$ cm³ の条件下で液流速をパラメータとしてプロットしたものである。データはばらついてはいるが、液流速の増大と共に体積比が減少し、 U_l の影響が大きくなっていることがわかる。

Fig. 7 はオリフィス径の影響をみるため V_{bf}/V_{bq} とガス流量を $V_c=100$ cm³, $U_l=12.8$ cm/sec の条件下で

* Sullivan ら⁶⁾は3段階からなる気泡生成モデルを提出しているが、水平方向への気泡重心の移動速度は液流速と等しいと仮定している。

プロットしたもので、オリフィス径が小なる場合は体積比に及ぼす Q_g の影響は比較的小さいが、オリフィス径が 0.202 cm では体積比は Q_g の増大と共に1に近づく傾向を示す。

2.4 気泡生成モデル

著者らはすでに静止液中におかれた単一孔より蓄気室内の圧力変動を伴いつつ気泡が発生する場合の気泡生成モデルを提出した⁹⁾が、2.1 および 2.2 で述べた高速写真などによる実験的知見をもとに、静止液中での気泡生成モデルを拡張し、流動液中での気泡生成モデルについて検討した。

モデルを設定する上での主な仮定は①気泡は球形で生長する。②気泡は膨張期と離脱期の2段階で生成する。③膨張期の気泡生成に及ぼす液流速の影響は無視できる。④離脱期にはオリフィスより浮上した気泡は水平方向に液流速と同一速度で移動する*。⑤連続的に発生する気泡相互間の影響は無視できるとする。

以上の仮定を含む現象の定式化を行うと次のようになる。仮定①～③より、膨張期の気泡発生を記述する方程式は静止液中でのそれ⁹⁾と同じである。すなわち、単一孔を通る気体の流量 Q_o は蓄気室内および気泡内の圧力を p_c, p_b とし、オリフィス方程式を用いると、

$$|p_c - p_b| = (Q_o/k_o)^2 \quad (2)$$

気泡半径を r とすると、仮定①より、

$$Q_o = dV_b/dt = 4\pi r^2 dr/dt \quad (3)$$

したがって Eq. (2) は

$$|p_c - p_b| = \left(\frac{4\pi r^2}{k_o} \frac{dr}{dt} \right)^2 \quad (4)$$

蓄気室内の圧力変化が断熱変化であると仮定すると、

$$\frac{dp_c}{dt} = \frac{\gamma p_c}{V_c} (Q_g - Q_o) = \frac{\gamma p_c}{V_c} \left(Q_g - 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \right) \quad (5)$$

気泡内圧力が気泡面に働く平均静圧 p_s と界面張力の和より大きくなると気泡は膨張し、これは

$$p_b - p_s = \alpha \rho_l \left[r \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right] + \frac{2\sigma}{r} \quad (6)$$

と書ける。 α は実在流体の理想流体よりの偏倚を示す補正因子で、実験的に液粘度 μ [poise] の関数として得られている⁹⁾。

$$\alpha = 7.42 + 1.66 \log \mu \quad (7)$$

膨張期の方程式 Eqs. (4), (5), (6) を $r=r_o$, $dr/dt=0$ および $p_c=p_o+\rho_l gh+2\sigma/r_o$ なる初期条件で解く。膨張期の終了条件は次式で与えられる。

$$\rho_l V_b g \geq \frac{d}{dt} \left(M' \frac{dr}{dt} \right) + 2\pi r_o \sigma + \frac{1}{2} C_D \rho_l \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \pi r^2 \quad (8)$$

次に、離脱期の運動方程式は

$$\frac{d}{dt} \left(M' \frac{dx}{dt} \right) = \rho_l V_b g - \frac{1}{2} C_D \rho_l \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \pi r^2 \quad (9)$$

Fig. 6 Relations between V_b/V_g and Q_g with U_l as a parameter

Fig. 7 Relations between V_b/V_g and Q_g with D_o as a parameter

Fig. A-1 Geometric configuration of a bubble in flowing liquid

仮定④より、離脱期の気泡膨張を表す式はベルヌーイの定理から **Appendix 1** に示すごとく

$$p_b - p_s = \alpha \rho_l \left[r \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \alpha' \frac{1}{2} U_l^2 \right] + \frac{2\sigma}{r} \quad (10)$$

となる。ここで α' は実際の液流れのポテンシャル流れからの偏倚を示すパラメータである。離脱期の方程式 Eqs. (4), (5), (9), (10) を $r=r_{ef}$, $dr/dt=dr/dt|_{ef}$, $x=r_{ef}$, $dx/dt=dr/dt|_{ef}$, $p_b=p_{ef}$ なる初期条件で解く。ここで添字 ef は膨張期の終了時の値を示す。離脱期の終了条件は高速度写真の解析結果より、**Appendix 2** に示すごとく次式で与えられる。

$$x \geq [r + (1 - 0.02 U_l) D_o] \sqrt{1 - \left(\frac{C_D \rho_l U_l^2}{2 D_o \sigma} r^2 \right)} \quad (11)$$

Eq. (10) 中の α' の値および必要な条件を与えれば、Runge-Kutta-Gill 法による数値解より、生成気泡の体積を算出できる。ここで Eq. (10) 中の α' の値は次のようにして決定した。すなわち、液流速、オリフィス径、蓄気室容積の異なる代表的な 6 データを任意に選び、Eq. (10) 中の α' に種々の値を代入した場合の計算計算と実測値を比較し、それらの平均誤差を最も小さくするような α' 値を定めた。この時の $\alpha'=1.2$ であった。

2・5 気泡生成モデルよりの計算結果

Figs. 5 (A), (B), (C), 6 および 7 中の曲線は気泡生成モデルによる計算結果 ($\alpha'=1.2$) である。計算結果は液流速の増大と共に同一ガス流量で気泡体積が減少すること、同一蓄気室容積の場合、オリフィス径の増大と共に体積比 V_b/V_g はガス流量の影響を受けることを示しており、実験結果の傾向を比較的良好に表していると思われる。

結 言

流動液中におかれた単一孔より発生する気泡の大きさを実験的に研究し、本実験の範囲内では (1) 液流速の増大と共に同一ガス流量で気泡体積が減少すること、(2) 離脱時の首の長さは静止液中のそれよりも短いこと、(3)

気泡発生初期には液流速が気泡発生に影響しないこと、(4) オリフィスより浮上を開始した気泡は水平方向に液流速と同一速度で移動すること、などを見いだした。

さらに、これらの実験的知見に基づき、流動液中での気泡生成モデルを提出し、モデルよりの計算結果が実験結果を比較的良好に説明しうることを明らかにした。

Appendix 1

理想流体に関するオイラー方程式の積分により得られる一般化したベルヌーイ方程式より

$$\frac{p}{\rho} + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} q^2 + g s = \frac{p_h}{\rho} \quad (A-1)$$

Fig. A-1 に示す一様流中で膨張しつつ浮上する球形気泡まわりの速度ポテンシャル ϕ は、気泡の浮上によるポテンシャル ϕ_T 、気泡の膨張または収縮にともなうポテンシャル ϕ_P と一様流によるポテンシャル ϕ_F の和として表される。いま $(r/x)^4$ 以上の高次の項を省略すると、

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_T + \phi_P + \phi_F \\ &= \frac{dx}{dt} \left(\frac{r^3}{2R^2} + \frac{r^3 R}{8x^3} + \frac{r^6}{16x^3 R^2} \right) \cos \theta \\ &\quad + \frac{dr}{dt} \left[\frac{r^2}{R} + \left(\frac{r^2 R}{4x^2} + \frac{r^5}{8x^2 R^2} \right) \cos \theta \right] + U_l R \end{aligned} \quad (A-2)$$

また、

$$q^2 = \left(\frac{\partial \phi}{\partial R} \right)^2 + \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)^2 \quad (A-3)$$

Eqs. (A-2) と (A-3) を Eq. (A-1) に代入、整理し、気泡内圧力は表面で一定であり、 θ には独立であると仮定すると、気泡の膨張を示す式は

$$p_b - p_s = \rho_l \left[r \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} U_l^2 \right] + \frac{2\sigma}{r} \quad (A-4)$$

本式は形式的には一様水平流の影響がない場合の気泡膨張を示す式 Eq. (6) の右辺の慣性項に $U_l^2/2$ なる項が加わったと考えられる。そこで、流動液中での気泡発生の場合にも、静止液中の単一孔からの気泡発生の場合について提出された³⁾実験式 Eq. (7) で示す α で実在流体に対する液粘度の影響が表されると仮定し、さらに流動にともなう理想流れからのずれを示す因子として α' を導入することにより

$$p_b - p_s = \alpha \rho_l \left[r \frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \alpha' \frac{1}{2} U_l^2 \right] + \frac{2\sigma}{r} \quad (A-5)$$

を得る.

Appendix 2

Eq. (1) より

$$x/\sin \beta - r \geq (1 - 0.02U_l)D_o \quad (\text{A-6})$$

離脱時の水平方向の力の釣り合いより

$$\cos \beta = \frac{C_D \rho_l U_l^2 \pi r^2}{2\pi D_o \sigma} = \frac{C_D \rho_l U_l^2 r^2}{2D_o \sigma} \quad (\text{A-7})$$

以上 2 式より Eq. (11) を得る.

Nomenclature

C_D	= drag coefficient of bubble	[—]
D_o	= orifice diameter	[cm]
g	= gravitational acceleration	[cm/sec ²]
h	= liquid height	[cm]
k_o	= orifice constant	[(cm ³ /sec)/(dyne/cm ²) ^{0.5}]
L_n	= neck length of bubble at detachment	[cm]
M'	= virtual mass of bubble in Eqs. (8) and (9)	[g]
p_b	= pressure in bubble	[dyne/cm ²]
p_c	= pressure in gas chamber	[dyne/cm ²]
p_h	= hydrostatic pressure at orifice plate, $p_o + \rho_l gh$	[dyne/cm ²]
p_s	= average hydrostatic pressure on the bubble surface	[dyne/cm ²]
p_o	= atmospheric pressure	[dyne/cm ²]
Q_g	= average gas flow rate	[cm ³ /sec]
Q_o	= outflowing gas rate from gas chamber	[cm ³ /sec]
q	= velocity relative to coordinates fixed in space	[cm/sec]
R	= radial distance from bubble center	[cm]
r	= equivalent spherical radius of bubble	[cm]
r_o	= orifice radius	[cm]
s	= distance	[cm]
t	= bubbling time	[sec]
U_l	= liquid velocity at orifice	[cm/sec]
V_b	= bubble volume	[cm ³]

V_c	= gas chamber volume	[cm ³]
x	= vertical distance of bubble center from orifice plate	[cm]
y	= horizontal distance of bubble center from center line	[cm]
α	= parameter in Eqs. (6) and (10)	
α'	= parameter in Eq. (10)	
β	= angle in Fig. 3	
γ	= specific heat ratio	[—]
θ	= angle in Fig. A-1	
μ	= liquid viscosity	[g/(cm·sec)]
ρ_l	= liquid density	[g/cm ³]
σ	= liquid surface tension	[dyne/cm]
ϕ	= velocity potential	
ϕ_F	= velocity potential for flow passing a sphere	
ϕ_P	= velocity potential for flow around a pulsating sphere	
ϕ_T	= velocity potential for flow around a translating sphere	
<Subscripts>		
ef	= final value of the expansion stage	
f	= in flowing liquid	
q	= in quiescent liquid	

Literature cited

- 1) Khurana, A. K. and R. Kumar: *Chem. Eng. Sci.*, **24**, 1711 (1969)
 - 2) Kumar, R. and N. R. Kuloor: "Advances in Chemical Engineering Vol. 8", p. 332, Academic Press, Inc. (1970)
 - 3) Kupferberg, A. and G. J. Jameson: *Trans. Instn. Chem. Engrs. (London)*, **47**, 241 (1969)
 - 4) Marmur, A. and E. Rubin: *Chem. Eng. Sci.*, **31**, 453 (1976)
 - 5) Shiotsuka, T. and H. Arakawa: *Kagaku Kōgaku*, **36**, 224 (1972)
 - 6) Sullivan, S. L., B. W. Hardy and C. D. Holland: *AIChE J.*, **10**, 848 (1964)
 - 7) Tadaki, T. and S. Maeda: *Kagaku Kōgaku*, **27**, 147 (1963)
 - 8) Tsuge, H. and S. Hibino: *J. Chem. Eng. Japan*, **11**, 173 (1978)
- (1979 年 6 月 25 日受理; 化学工学協会第 44 年会 (東京, 1979 年 4 月) にて発表)

The Volume of Bubble Formed from a Submerged Single Orifice in Flowing Liquid

Hideki Tsuge, Yasuo Nojima* and Shin-ichi Hibino

Dept. of Applied Chem., Keio Gijuku Univ., Yokohama 223

The effect of velocity of the liquid flowing uniformly past a horizontal orifice on the volume of bubble formed from a submerged single orifice in the presence of pressure fluctuations in the gas chamber is investigated experimentally and it is found that bubble volume decreases as liquid velocity increases at the same gas flow rate.

Based on experimental observations of bubble formation, a two-stage model of bubble formation in flowing liquid is proposed as an extension of the model of bubble formation accompanied by pressure fluctuations in the gas chamber in quiescent liquid presented by the authors. The calculated results of bubble volume by the presented model coincide well qualitatively with the experimental results.

* Power Reactor and Nuclear Fuel Development Co.