二重振り子型衝撃試験機による単粒子破碎

八 嶋 三 郎・斎 藤 文 良

堀 田 浩 充

東北大学 選鉱製錬研究所*

ぜい性材料として2種類のガラス質試料および6種類の天然産岩石試料の球形試験片を用い、試作した二重振り子型衝撃試験機による単粒子の破碎実験を行った。これより、1) 単位質量あたりの破碎エネルギーは、ヘルツの式から導かれる計算値の約 $1/2 \sim 1/10$ となる。2) 力積と単位質量あたりの破碎エネルギーとの関係は、ガラス質試料では理論的關係とよく一致するが、天然産試料では力積の実測値は理論値より約2~3倍大となる。3) 破碎産物の粒度分布は Gaudin-Meloy-Harris (G-M-H) 粒度分布式で表され、したがって増加比表面積は G-M-H 粒度分布式の三つのパラメータによって計算され、最終的には衝突エネルギーの関数となる。4) エネルギー法則は単位質量あたりの破碎エネルギーの広い範囲において田中の粉碎限界説に近い関係にある。5) 粉碎効率率は常速荷重下と比較して衝撃荷重下のほうがよい試料とほぼ同程度の値を示す試料との二つのグループに分けられる。

緒 言

粉碎という操作は、多くの粒子が同時に存在する状態で行われ、しかもこれらの粒子は衝撃荷重下で破碎される場合が多い。この衝撃荷重下での単粒子の破碎に関する研究は、Rumpf^{4,5)}、Schlaug⁶⁾、奥田⁷⁾によって検討されているが、まだまだ不明点が多い現状である。本研究は、衝撃荷重下での破碎現象を基礎的に調べる目的で、二重振り子型衝撃破碎試験機を試作し、ぜい性材料の単一球形試験片の衝撃荷重下での破碎実験を行ったものである。これより、破碎エネルギーと衝突エネルギーとの関係、力積と破碎エネルギーとの関係ならびに衝撃粉碎におけるエネルギー法則などについて検討したので以下にそれらの結果を報告する。

1. 試料と実験装置ならびに実験方法

Table 1 には使用した試料とその性質ならびに試験片個数を示した。試験片は公称直径 2 cm の球形試験片であり、特にガラス質試料の試験片は焼きなまして使用した。これらの試験片の作製方法、仕上げ精度などについては既報⁸⁾に詳しいので、ここでは省略する。

Fig. 1 は、試作した二重振り子型衝撃破碎試験機の概略図である。試験機は二つの振り子から構成されており、それらは打撃部にタングステンカーバイド片を埋め込んだハンマーとこれをつるジュラルミン製角棒ならび

にナイフエッジ型支点から成っている。破碎実験は振り子Bを静止させ、試験片保持用スタンドにのせた試験片を振り子Bの打撃部側面にセットし、振り子Aを任意の速度で試験片に衝突させて破碎するようにした。試験片保持用スタンドは、二つの振り子の運動の妨げにならないように考慮したものを用いた。衝突する振り子Aの運動エネルギーおよび試験片の破碎エネルギーは、衝突前後の二つの振り子の重心の運動の軌跡をストロボスコープとカメラを用いて撮影し、写真解析より求めた**。なお本実験に用いた二重振り子型衝撃破碎試験機の振り子の質量は 25.9 kg, 10.9 kg, 6.8 kg, 4.9 kg の4種類であり、これらの振り子の寸法は Fig. 1 に示すとおりである。また、振り子の衝突速度は最大で約 5 m/s である。

2. 実験結果と考察

2・1 単位質量あたりの破碎エネルギーと衝突エネルギーとの関係

振り子Aの衝突エネルギー E_i は次式により求められる。

$$E_i = Wv_i^2/2 \cdot g_e \quad (1)$$

ここに W は振り子の質量、 v_i は振り子Aの重心の衝突速度、 g_e は重力換算係数である。また破碎エネルギー E は次のようにして導かれる。すなわち衝突前後の二つの振り子の運動エネルギーバランスより次式が得られる。

$$E_i = E_a + E_b + E_s \quad (2)$$

ここに E_a , E_b は試験片破壊直後の振り子A, Bの運動エネルギーであり、 E_s は振り子Aが試験片に衝突して

* 〒980 仙台市片平 2-1-1

** ストロボスコープ ((株) 菅原研究所製, PS-240 型) の測定精度は $\pm 1\%$ 以内であり、写真解析を行った場合でもその測定精度は士数%の範囲を越えることがないように厳密に、慎重に解析を行ったので、比較的高精度で振り子の運動速度が測定されたものと考えられる。

Table 1 Properties of samples and number of specimens

Kinds of samples	Density ρ [g/cm ³]	Mohs' hardness H [—]	Bond's work index W_i [kWh/ton]	Young's modulus Y_1^* [Kg/cm ²]	Poisson's ratio ν_1^* [—]	Number of specimens N [—]
Borosilicate glass	2.33	6.5	15.2	6.24×10^5	0.21	188
Soda glass	2.52	5.5	—	—	—	247
Quartz	2.62	6.5	13.3	8.89×10^5	0.16	188
Feldspar	2.55	6.0	12.4	5.99×10^5	0.26	169
Limestone	2.70	4.0	9.40	6.94×10^5	0.32	211
Marble	2.70	3.0	—	6.25×10^5	0.26	232
Gypsum	2.30	2.0	6.30	3.86×10^5	0.32	206
Talc	2.78	1.0	11.8	1.53×10^5	0.33	220
Tungsten carbide $\left\{ \begin{array}{l} Y_2 = 5.37 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2 \\ \nu_2 = 0.23 \end{array} \right.$

Fig. 1 Impact testing apparatus

から試験片を破碎するまでの振り子Aの試験片に作用した全エネルギーである。しかし、二つの物体が衝突した場合、必ずエネルギー損失を伴うため、 E_s は試験片を破壊するに要したエネルギー（破碎エネルギー） E の他に、振動、音などとなったエネルギーを含んでいる。ここではハンマーと試験片とが衝突することによって、破碎のためのエネルギーがどれだけ伝達されたかを表す値を反発係数 e から求め、これをエネルギー伝達係数 η_p とすると、 E_s と E の間には次式が成立する。

$$E = \eta_p E_s \quad (3)$$

ここに $\eta_p = e^2$ の関係にあり、 η_p の値は衝突速度の関数として表される値である。したがって Eqs. (2), (3) より破碎エネルギーは次式により求められる。

$$\left. \begin{aligned} E &= \eta_p (E_i - E_a - E_b) \\ &= \eta_p W (v_i^2 - v_a^2 - v_b^2) / 2 \cdot g_c \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに v_a, v_b は試験片破壊直後の二つの振り子の速度である。もしも試験片破壊後、ハンマー同士が衝突する場合は、ハンマー同士の衝突直後の振り子A, Bの運動エネルギー E_a', E_b' が観察される。したがって破碎エネルギーは振り子同士の衝突におけるエネルギー伝達係数

η の項を考慮した Eq. (5) から求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} E &= \eta_p \{ E_i - (E_a' + E_b') / \eta \} \\ &= \eta_p W \{ v_i^2 - (v_a'^2 + v_b'^2) / \eta \} / 2 \cdot g_c \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに v_a', v_b' は振り子同士の衝突直後の二つの振り子の速度である。

一方、Timoshenko³⁾によれば、球を平行平板で圧縮した場合の単位質量あたりの弾性ひずみエネルギー(E/M)と荷重 P の間には次式が成立する。

$$(E/M) = \frac{4.98}{\pi \rho} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{Y_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{Y_2} \right)^{2/3} \left(\frac{P}{4r^2} \right)^{5/3} \quad (6)$$

ここに r は球形試験片の半径である。また、Goodier⁴⁾によって述べられているように、衝突の継続時間は、球の最低次の振動モードの周期に比べて非常に長く、したがって振動は無視でき、静力学的な条件によって求められた Eq. (6) の関係が衝突の間成立するものと仮定することができる。これより球形試験片に振り子Aが v_i なる速度で衝突する場合、衝突点に発生する荷重は近似的に次式で表される。

$$P \doteq 1.28 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{Y_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{Y_2} \right)^{-2/5} r^{1.5} W^{3/5} v_i^{6/5} \quad (7)$$

Eqs. (6), (7) より単位質量あたりの弾性ひずみエネルギーと衝突エネルギーとの間には次式が成立する。

$$(E/M) = 0.237 \cdot E_i / \rho \cdot r^3 \quad (8)$$

Fig. 2はEq. (4)あるいはEq. (5)より求められる実測の単位質量あたりの破碎エネルギーと振り子の衝突エネルギーとの関係をソーダガラス、石英、カッ石を例に掲げて両対数紙上に示したものである。図中の破線はEq. (8)から求められる計算値であるが、これより単位質量あたりの破碎エネルギーの測定値は振り子の質量にかかわらず衝突エネルギーの関数となっており、両者の関係は両対数紙上で直線となり、その直線の傾きはガラス質試料では約0.8となるのに対して、天然産試料では約1となっている。これは衝撃荷重の下ではガラス質試料の場合には破壊に至るまでのエネルギーは大であるが、いったん破壊がはじまると容易にクラックが伝播しやすくなる性質が現れたための結果であろうと考えられる。ま

* 常速静荷重下で測定された値である。

Table 2 Relationship between specific fracture energy and impact energy

Kinds of samples	$E/M = K_1 E_i^\alpha$	(9)	Range of impact energy E_i [Kg·cm]
Borosilicate glass	$E/M = 0.071 E_i^{0.78} \pm 0.182$	(10)	58.1 ~ 978
Soda glass	$E/M = 0.088 E_i^{0.79} \pm 0.146$	(11)	21.7 ~ 900
Quartz	$E/M = 0.036 E_i^{0.99} \pm 0.021$	(12)	6.7 ~ 872
Feldspar	$E/M = 0.033 E_i^{1.03} \pm 0.029$	(13)	11.6 ~ 875
Limestone	$E/M = 0.027 E_i^{1.02} \pm 0.006$	(14)	11.4 ~ 196
Marble	$E/M = 0.027 E_i^{0.96} \pm 0.013$	(15)	11.1 ~ 946
Gypsum	$E/M = 0.010 E_i^{1.02} \pm 0.004$	(16)	12.2 ~ 945
Talc	$E/M = 0.014 E_i^{0.97} \pm 0.007$	(17)	11.8 ~ 965

た天然産試料では Eq. (8) の関係とほぼ同様の傾向にあることがわかる。しかし実測値と Eq. (8) から求められる計算値とを同一の衝突エネルギーの値で比較すると、実測値のほうが小さく、計算値を1としたときの実測値の値は、本実験の範囲内ではガラス質試料で約 1/2~1/3、石英、チョウ石で約 1/2.5、石灰石、大理石で約 1/3、セッコウで約 1/10、カッ石で約 1/6 となった。これは E_i なる衝突エネルギーによって理論的に発生する最大荷重に比べて実際の試料の破壊荷重は小さいために、実際に試験片を破碎するのに要した破碎エネルギーは理論的に試験片内に貯えられる弾性ひずみエネルギーよりも小さくなったものと考えられる。以上述べた単位質量あたりの破碎エネルギーと衝突エネルギーとの関係を全試料について式で整理すると Table 2 となる。表中には式の成立する衝突エネルギーの範囲を示した。

2・2 力積と単位質量あたりの破碎エネルギーとの関係

高速で碎料を打撃して破碎する場合、きわめて短い時間内に大きな力が働き、碎料の運動量は大きく変化する。この場合、重要なことは碎料にいかなる大きな力が働いたかではなく、いかなる力積が与えられたかである。まず二つの振り子の重心の運動から求められる力積 I は次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} I &= W(v_i - v_a)/g_c \\ &= (W + M)v_b/g_c \\ &\equiv Wv_b/g_c \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここで試験片破碎後、 $v_a > v_b$ となった場合、振り子同士が衝突するが、この場合の力積を考えてみると次のようになる。この場合には振り子同士の衝突直後の速度 v_a' 、 v_b' が観察されるが、この状態においても運動量保存則が成立し、次式が得られる。

$$v_a = v_a' + v_b' - v_b \quad (19)$$

また試験片破碎直後にも運動量は保存され、 $v_i = v_a + v_b$ の関係が得られるから Eq. (1) は次式のように変形される。

$$E_i = W(v_a + v_b)^2/2g_c \quad (20)$$

Fig. 2 Variations of specific fracture energy with impact energy

Eqs. (2), (20) より次式が得られる。

$$E = \eta_p W v_a v_b / g_c \quad (21)$$

Eqs. (19), (20) より v_a' 、 v_b' から v_a 、 v_b を求めると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} v_a &= [(v_a' + v_b') + \{(v_a' + v_b')^2 - (4Eg_c/\eta_p W)\}^{1/2}]/2 \\ v_b &= [(v_a' + v_b') - \{(v_a' + v_b')^2 - (4Eg_c/\eta_p W)\}^{1/2}]/2 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

したがって試験片破碎後、振り子同士の衝突がある場合でも Eqs. (18), (22) より試験片に与えられる力積を求めることができる。

一方、静止している球形試験片と振り子Bに質量のほぼ等しい振り子Aが衝突し、試験片が破壊する場合、破壊現象をも含んだ二つの振り子の反発係数に相当する値 e_f を Eq. (23) で定義し、これを仮に破壊反発係数と称すると、試験片破壊直後の二つの振り子の速度 v_a 、 v_b は Eq. (24) で表される。

$$e_f = -(v_a - v_b)/v_i, \quad -1 \leq e_f \leq 1 \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} v_a &= (1 - e_f)v_i/2 \\ v_b &= (1 + e_f)v_i/2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

したがって Eqs. (8), (23), (24) より力積と単位質量あたりの破碎エネルギーとの間には次式が成立する。

$$I = (\rho r^3/0.475g_c)^{1/2} \{(1 + e_f)^2 W(E/M)\}^{1/2} \quad (25)$$

Fig. 3 Relationship between impulse and $(1+e_f)^2 \times W(E/M)$

Fig. 4 Gaudin-Meloy-Harris size distribution curves of fractured spheres of borosilicate glass and limestone ($W=10.9$ kg)

Fig. 3はホウケイ酸ガラス、チョウ石、セッコウにおける力積 I と $(1+e_f)^2 W(E/M)$ との関係を両対数紙上にプロットしたものである。図中の破線は Eq. (25) で表される関係であるが、実測された力積と $(1+e_f)^2 \times W(E/M)$ との関係も両対数紙上ではほぼ傾き $1/2$ の直線で表されることがわかる。図よりホウケイ酸ガラスの場合には Eq. (25) より求められる関係と実測値から最小 2 乗法によって求められる関係とを比較すると若干異なるが、実測値は Eq. (25) で表される計算直線近傍にあ

り、ほぼ Eq. (25) の関係を満足しているものと考えられる。一方、チョウ石、セッコウでは実測値は Eq. (25) の関係と類似の傾向にあるが、同一の $(1+e_f)^2 \times W(E/M)$ の値で比較すると、力積の実測値は計算値よりチョウ石で約 1.8 倍、セッコウで約 3.2 倍いずれも大となっている。これは衝突のように非常に短い時間内に大きな力が作用する場合、ガラス質試料では衝突に際して打撃部近傍の塑性変形はさきわめて少なく、力の効果は試験片全体にほぼ均等に及ぶのに対して、天然産試料のうち特に軟質な試料では、打撃部近傍は塑性変形を起こしやすく、この部分がダンパーとして働き、振り子の衝突に伴う力が吸収されるため、破壊までの荷重継続時間が長くなって力積が計算値よりも大となったものと考えられる。

以上述べた単位質量あたりの破碎エネルギーと衝突エネルギーとの関係ならびに力積と単位質量あたりの破碎エネルギーとの関係より、本実験の範囲内では静力学的な条件によって求められる弾性ひずみエネルギーと荷重との関係や衝突速度とそこで発生する最大荷重との関係などは衝撃荷重下の場合でもほぼ成立するものと考えられる。しかし、本実験結果は衝撃荷重下での破壊現象をおおまかには握したにすぎず、個々の試験片の詳細な破壊現象、たとえば衝撃荷重と変位との関係や衝撃荷重と荷重継続時間との関係などの観察を行うまでには至らなかった。この点に関しては今後の研究課題と考える。

2.3 破碎産物の粒度分布および増加比表面積と衝突エネルギーとの関係

破碎産物はふるい分けによる粒度分析を行ったが、これより破碎産物の粒度分布の一例を Fig. 4 に示した。図は $W=10.9$ kg の振り子を用いた場合のホウケイ酸ガラスと石灰石の破碎産物の粒度分布の結果であって、実線は Gaudin-Meloy-Harris (G-M-H) 粒度分布式 (Eq. (26)) で表した計算曲線である。図より実測点は G-M-H 粒度分布曲線とよく一致し、破碎産物はこの分布式で表しうることがわかる。また衝突エネルギーが大となると分布曲線は細かいほうへ移行し、破碎産物は細くなることを示している。G-M-H 粒度分布式

$$D=100[1-\{1-(x/x_0)^m\}^n] \quad (26)$$

を構成している三つのパラメータ (x_0 =最大粒度、 m =分布定数、 n =粒度比) の衝突エネルギーによる変化を調べると、Tables 3~5 に示すようにいずれも衝突エネルギーの関数として表されることがわかる。これらの表より x_0 , m の値の衝突エネルギーによる変化は非常に小さいのに対して、 n の値は衝突エネルギーによって大きく変化する傾向にある。

ところで、G-M-H 粒度分布式から比表面積 S_w を形状係数を ϕ として表すと次式が得られる。

Table 3 Relationship between maximum particle size and impact energy

Kinds of samples	$D = 100[1 - \{1 - (x/x_0)^m\}^n]$ (26)	Range of impact energy E_i [Kg·cm]
	$x_0 = K_2 E_i^\beta$ (27)	
Borosilicate glass	$x_0 = 1.32 E_i^{-0.005} \pm 0.023$ (28)	58.1 ~ 978
Soda glass	$x_0 = 1.43 E_i^{-0.041} \pm 0.015$ (29)	21.7 ~ 900
Quartz	$x_0 = 2.00 E_i^{-0.049} \pm 0.012$ (30)	6.7 ~ 872
Feldspar	$x_0 = 2.19 E_i^{-0.070} \pm 0.014$ (31)	11.6 ~ 875
Limestone	$x_0 = 2.02 E_i^{-0.047} \pm 0.008$ (32)	11.4 ~ 196
Marble	$x_0 = 2.16 E_i^{-0.076} \pm 0.009$ (33)	11.1 ~ 946
Gypsum	$x_0 = 2.51 E_i^{-0.109} \pm 0.014$ (34)	12.2 ~ 945
Talc	$x_0 = 2.43 E_i^{-0.076} \pm 0.015$ (35)	11.8 ~ 965

Table 4 Relationship between distribution modulus and impact energy

Kinds of samples	$D = 100[1 - \{1 - (x/x_0)^m\}^n]$ (26)	Range of impact energy E_i [Kg·cm]
	$m = K_3 E_i^\gamma$ (36)	
Borosilicate glass	$m = 1.36 E_i^{-0.017} \pm 0.011$ (37)	58.1 ~ 978
Soda glass	$m = 1.39 E_i^{-0.033} \pm 0.011$ (38)	21.7 ~ 900
Quartz	$m = 0.98 E_i^{-0.052} \pm 0.009$ (39)	6.7 ~ 872
Feldspar	$m = 1.03 E_i^{-0.060} \pm 0.006$ (40)	11.6 ~ 875
Limestone	$m = 1.13 E_i^{-0.026} \pm 0.009$ (41)	11.4 ~ 196
Marble	$m = 0.41 E_i^{0.007} \pm 0.008$ (42)	11.1 ~ 946
Gypsum	$m = 0.31 E_i^{0.047} \pm 0.007$ (43)	12.2 ~ 945
Talc	$m = 0.79 E_i^{-0.003} \pm 0.008$ (44)	11.8 ~ 965

$$\left. \begin{aligned} S_{wc} &= (\phi/\rho) \int_{x_{\min}}^{x_0} \{(dD/dx)/x\} dx \\ &= (n\phi/\rho x_0) \int_{u_{\min}}^1 (1-u)^{n-1} u^{-1/m} du \\ &\quad u = (x/x_0)^m \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

一方、ふるい分けによる粒度分析より求められる比表面積 S_w は次式で表される。

$$S_w = (\phi/\rho) \sum_{i=1}^k (F_i/\bar{x}_i) \quad (55)$$

ここに F_i はふるい区間 i に存在する破碎産物の質量分率であり、 $\bar{x}_i$ はふるい区間 i の平均目開きである。本実験では Eqs. (54), (55) における形状係数の値を 6 と仮定して整理した*。Fig. 5 は Eq. (54) における $u_{\min}$ の値を仮に $x=10\mu$ とし、 x_0 , m , n の値から計算によ

* ふるい分けによって整理した破碎片を、各サイズごとにガス吸着法によって表面積を測定すると、破碎片の形状係数 ϕ を 6 と仮定した場合と比較して、ガラス質試料、石英では 5 ~ 10 倍、チョウ石では 7 ~ 26 倍、石灰石では 17 ~ 30 倍、大理石では 6 ~ 16 倍、セッコウでは 7 ~ 30 倍、カッ石では 30 ~ 80 倍いずれも表面積は大となる結果が得られた。しかし本実験では、従来の整理方法を踏襲し、形状係数 ϕ を 6 と仮定して整理した。

** 静荷重とは、材料試験機でごく静かに加えて繰り返さない荷重として定義され、試験片と荷重装置との間に静力学的な平衡状態を保ちうる荷重状態をいう。特に静荷重において、試験片破壊までの時間が数分要する場合を常速荷重と称している。したがって静荷重における応力状態は衝撃現象を極力排除した状態であって、本実験のように打撃によって破碎するような場合の衝撃荷重と本質的に異なる。

Fig. 5 Comparison of experimented values with calculated values of new surface produced

Table 5 Relationship between size ratio and impact energy

Kinds of samples	$D = 100[1 - \{1 - (x/x_0)^m\}^n]$ (26)	Range of impact energy E_i [Kg·cm]
	$n = K_4 E_i^\delta$ (45)	
Borosilicate glass	$n = 0.30 E_i^{0.349} \pm 0.105$ (46)	58.1 ~ 978
Soda glass	$n = 0.78 E_i^{0.127} \pm 0.056$ (47)	21.7 ~ 900
Quartz	$n = 0.03 E_i^{0.596} \pm 0.019$ (48)	6.7 ~ 872
Feldspar	$n = 0.02 E_i^{0.633} \pm 0.012$ (49)	11.6 ~ 875
Limestone	$n = 0.01 E_i^{0.800} \pm 0.008$ (50)	11.4 ~ 196
Marble	$n = 0.002 E_i^{0.932} \pm 0.010$ (51)	11.1 ~ 946
Gypsum	$n = 0.004 E_i^{0.902} \pm 0.031$ (52)	12.2 ~ 945
Talc	$n = 0.004 E_i^{0.904} \pm 0.010$ (53)	11.8 ~ 965

って求められる増加比表面積 ΔS_{wc} と Eq. (55) より求められる増加比表面積 ΔS_w とを比較したものである。図よりどの試料の場合も両者の値は良好に一致していることがわかる。

2・4 衝撃荷重下での単粒子破碎におけるエネルギー法則

Eq. (55) から求められる破碎産物の増加比表面積 ΔS_w と単位質量あたりの破碎エネルギーとの関係を正方眼紙上にプロットすると Fig. 6 となる。これまでの常速荷重**下における単粒子破碎の実験結果^{2,9)}では、Rittinger 則に従うという結論であった。本実験の場合の特に単位質量あたりの破碎エネルギーの小さい範囲では、増加比表面積と単位質量あたりの破碎エネルギーとの関係は直線関係にあり、Rittinger 則が成立するが、単位質量あたりの破碎エネルギーの広い範囲では両者の関係は直線関係からはずれ、単位質量あたりの破碎エネルギーの増加に伴う増加比表面積の増加割合はしだいに減少してくる傾向にあることがわかる。特にホウケイ酸ガラス、ソーダガラス、石英、チョウ石の場合には上述した

Fig. 6 Relationship between specific fracture energy and new surface produced

傾向が顕著に認められる。これより、単粒子を衝撃荷重下で粉碎した場合、単位質量あたりの破碎エネルギーの広い範囲においては、Rittinger 則よりはむしろ田中の粉碎限界説に近い関係にあるものと考えられる。

2.5 常速荷重下と衝撃荷重下との破碎表面エネルギーの比較

破碎表面エネルギー γ_s は一種の粉碎効率を表す値であって、この値が小さいほど粉碎効率は良好であるといえる。この破碎表面エネルギーについて常速荷重下と衝撃荷重下とを単位質量あたりの破碎エネルギーを基準にして両対数紙上で比較すると、本実験の範囲内では Fig. 7 に掲げた 3 種類の試料の示す結果に大別される。ここで常速荷重下での破碎表面エネルギーの測定値は、荷重速度がガラス質試料で 3 ton/min, 天然産試料で 0.3 ton/min の下で測定された値であるが、図よりホウケイ酸ガラス（ソーダガラス、石英）では常速荷重下での破碎表面エネルギーの値は衝撃荷重下でのそれにほぼ等しく、これより粉碎効率は同程度であることがわかる。一方、石灰石（チョウ石、大理石、カッ石）とセッコウの場合には、常速荷重下での単位質量あたりの破碎エネルギーの値は衝撃荷重下でのそれに比較して小さく、したがって同一の基準に立って比較することは不可能であった。そこで、本実験結果の傾向から仮に単位質量あたりの破碎エネルギーを常速荷重下での値まで外そうして比較すると、石灰石ではほぼ同程度の粉碎効率を示し、またセッコウでは衝撃荷重下のほうが破碎表面エネルギーの値は小さく、その値は 10^4 erg/cm^2 のオーダーとなり、粉碎効率はよいことを示した。なお、衝撃荷重下の

Fig. 7 Comparison of fracture surface energies under impact loading test with static loading test

みの結果では、ホウケイ酸ガラス、石灰石、セッコウいずれの試料の場合も単位質量あたりの破碎エネルギーの増加とともに破碎表面エネルギーは増大し、粉碎効率は低下していく傾向にある。このことは先の 2・4 で述べたように、エネルギー法則が田中の粉碎限界説に近い関係にあることを裏づけるものである。

結 言

二重振り子型衝撃破碎試験機を用いた単粒子の衝撃荷重下での破碎実験より、本実験の範囲内では、1) 単位質量あたりの破碎エネルギー (E/M) と衝突エネルギー E_i との関係は、ガラス質試料で $(E/M) \propto E_i^{0.8}$ の関係にあるのに対して、天然産試料では $(E/M) \propto E_i$ となり、ヘルツの式から導かれる関係と同様の傾向となる。しかしどの試料の場合も同一の衝突エネルギーで比較すると、単位質量あたりの破碎エネルギーの実測値は計算値より小さく、その値はガラス質試料で計算値の約 $1/2 \sim 1/3$, 天然産試料で計算値の約 $1/2.5 \sim 1/10$ となる。2) 力積と単位質量あたりの破碎エネルギーとの関係は、ガラス質試料では理論的關係とほぼ一致する。一方、天然産試料ではこの関係は理論的關係と同様の傾向にあるが、同一の基準で比較すると、力積の実測値は理論値より約 2~3 倍大となる。3) 破碎産物の粒度分布は Gaudin-Meloy-Harris (G-M-H) 粒度分布式で表され、したがって増加比表面積は G-M-H 粒度分布式の三つのパラメータの関数となり、最終的には衝突エネルギーの関数として表される。4) 衝撃荷重下での単粒子破碎におけるエネルギー法則は、田中の粉碎限界説に近い関係にある。5) 粉碎効率は常速荷重下と比較して衝撃荷重下のほうがよい試料と、ほぼ同程度の値を示す試料との二つのグループに分けられる。

Nomenclature

D	= cumulative percentage of fractured product	[%]
d	= diameter of hammer	[cm]
E	= fracture energy	[Kg·cm]
E_a	= kinetic energy of hammer A right after fracture	[Kg·cm]
E_a'	= kinetic energy of hammer A right after impact of two hammers	[Kg·cm]
E_b	= kinetic energy of hammer B right after fracture	[Kg·cm]
E_b'	= kinetic energy of hammer B right after impact of two hammers	[Kg·cm]
E_i	= impact energy	[Kg·cm]
E_s	= total energy acting on a specimen	[Kg·cm]
e	= coefficient of restitution	[—]
e_f	= coefficient of fracture restitution	[—]
F_i	= mass fraction of fractured product in i -th screen interval	[—]
g_c	= gravitational conversion factor	[kg·cm/s ² ·Kg]
H	= Moh's hardness	[—]
I	= impulse	[Kg·s]
K_1, K_2, K_3, K_4	= constant	[—]
k	= number of screen interval	[—]
l	= length from fulcrum to center of hammer	[cm]
M	= mass of specimen	[g]
m	= distribution modulus	[—]
N	= number of specimen	[—]
n	= size ratio	[—]
P	= compressive load	[Kg]
r	= radius of sphere specimen	[cm]
S_{10}	= specific surface area	[cm ² /g]
ΔS_w	= new surface produced of fractured product	[cm ² /g]
v_a	= velocity of hammer A right after fracture	[cm/s]
v_a'	= velocity of hammer A right after impact of two hammers	[cm/s]
v_b	= velocity of hammer B right after	

	fracture	[cm/s]
v_b'	= velocity of hammer B right after impact of two hammers	[cm/s]
v_i	= impact velocity	[cm/s]
W	= mass of pendulum	[kg]
w	= width of hammer	[cm]
x	= particle size	[cm]
x_o	= maximum particle size	[cm]
$\bar{x}_i$	= mean opening of i -th screen interval	[cm]
Y_1	= Young's modulus of sample	[Kg/cm ²]
Y_2	= Young's modulus of tungsten carbide	[Kg/cm ²]
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$	= index	
γ_e	= fracture surface energy	[erg/cm ²]
η	= coefficient of energy transfer at impact of two hammers each other	[—]
η_p	= coefficient of energy transfer at impact of hammer and specimen	[—]
ν_1	= Poisson's ratio of sample	[—]
ν_2	= Poisson's ratio of tungsten carbide	[—]
ρ	= density of sample	[g/cm ³]
ϕ	= specific surface shape factor	[—]

Literature cited

- 1) Goodier, J. N., W. E. Jahsman and E. A. Ripperger: *J. Appl. Mech.*, **29**, 3 (1959)
- 2) Kanda, Y., S. Yashima, S. Morohashi, F. Saito and T. Sagawa: *J. Min. Inst., Japan*, **88**, 1007 (1972)
- 3) Okuda, S. and Woo Sik Choi: *J. Chem. Eng. Japan*, **12**, 383 (1979)
- 4) Rumpf, H.: *Chemie-Ing.-Techn.*, **31**, 323 (1959)
- 5) Rumpf, H.: *Chemie-Ing.-Techn.*, **37**, 187 (1965)
- 6) Schlaug, H.: "Symposion Zerkleinern", p. 31, Düsseldorf (1962)
- 7) Tanaka, T.: *Kagaku Kōgaku*, **18**, 180 (1954)
- 8) Timoshenko, P. S. and J. N. Goodier: "Theory of Elasticity", p. 372 (1951)
- 9) Yashima, S., S. Morohashi, O. Awano and Y. Kanda: *Kagaku Kōgaku*, **34**, 210 (1970)
- 10) Yashima, S., F. Saito and T. Mikuni: *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **2**, 150 (1976)

(1980 年 3 月 31 日受理; 化学工学協会第 43 年会 (名古屋, 1978 年 4 月), 同第 44 年会 (東京, 1979 年 4 月) および同第 45 年会 (大阪, 1980 年 4 月) にて発表)

Single Particle Crushing by the Double Pendulum Type Impact Testing Apparatus

Saburo Yashima, Fumio Saito and Hiromitsu Horita

Research Inst. of Mineral Dressing and Metallurgy, Tohoku Univ., Sendai 980

Impact crushing of single particles made of eight kinds of brittle materials was carried out by using an impact testing apparatus composed of a double pendulum. Specimens were shaped into spheres having a nominal diameter of 2.0 cm.

The experimental results are summarized as follows: 1) Specific fracture energies were found to be less than those calculated from the equation derived by applying the Hertz theory. 2) The experimental relationship between impulse and specific fracture energy for the glassy materials was found to be in agreement with the theoretical one. For the minerals, however, the experimental values of impulse were found to be greater than the values calculated from the theoretical equation. 3) New surface produced could be calculated by three parameters consisting of the Gaudin-Meloy-Harris (G-M-H) size distribution equation. These parameters were found to be also represented as the function of impact energy. 4) The energy law was found to be similar to the final fineness limit theory proposed by T. Tanaka. 5) The crushing efficiency under impact loading was found to be better than that under static loading for gypsum, but both efficiencies were found to be nearly equal for the other kinds of samples.