傾斜長方形断面管における初期沈降速度

大佐々邦久・三分一政男
中倉英雄・渋谷尚*

山口大学工学部 化学工学科†

傾斜長方形断面管における初期沈降速度 v_{i0} と垂直軸からの傾斜角 θ 、管幅 b および初期スラリー高さ h_0 との関係、石灰石-水、カオリン-水など4種のスラリーを用いて実験的に調べた。その結果、 v_{i0} と垂直管における沈降速度 v_0 との比、すなわち沈降促進率は、 $\sin \theta$ および h_0 に比例し、 b に逆比例することがわかった。沈降促進率を与える式は、下向き面の単位水平投影面積当りの清澄液平均流出流量 L を定義することによって、上澄液収支から求められた。この式から計算された L の値は、 $\pm 30\%$ の誤差内で v_0 のみで表された。また、この計算値と微小着色ポリスチレン粒子をトレーサーとして用いて測定した下向き面下の清澄液流量より得た実測値とは、大略一致した。

緒言

沈降分離操作は工業的に広く採用されており、たとえば上下水あるいは排水処理プロセスにおける1次、2次処理法として重要な位置を占めている。しかし、沈降分離装置は、通常広い据え付け面積を必要とするため、その縮小化が要望されている。このためには、粒子群の沈降速度を促進させるのが有効な手段であり、その一つは、排水に各種の凝集剤を添加することによって、粗大フロックを生成させる化学的な方法である。他の方法の一つとして、本研究で対象としている機械的な方法があり、たとえば分離槽内に多数の平行傾斜板を設置することによって、界面沈降速度の促進を図る方法などが考えられ、食品などのように凝集剤添加が望ましくない操作例に対して有効であると思われる。

このような傾斜面存在下における沈降促進効果に関しては、1920年 Boycott¹⁾ によって見い出されて以来、種々の観点から研究が進められてきた。中村ら²⁾ は、医学的見地から血球の沈降を対象とした一連の研究を行って、傾斜管内の界面沈降速度を与える定量的モデルを初めて導き、実測結果をよく説明できるとした。一方、通常の工業用スラリーを対象とした場合の沈降促進効果は、中村らのモデルによる値よりも小さくなり、数分の1にしかならないとされている^{3,4,6-9)}。このため、Graham ら²⁾ は、両者の差異を修正係数として表し、実験的に検討している。また、Zahavi ら³⁾ は、下向き傾斜面下を流れる清澄液の流量が他の諸変数によらず一定としたモデルを導き、実験結果をよく表し得るとしている。さらに、最近小幡ら⁶⁾ は、傾斜回分沈降実験から得

られる傾斜固体流動曲線を用いた方法により、傾斜シクナーの設計や操作法の決定が可能であることを示している。しかし、これまでの報告では、初期傾斜沈降速度に与える諸因子、特にスラリー濃度、管幅および初期スラリー高さなどの影響についての考察が不十分と思われる。

そこで、本研究では工業的に取り扱われる機会の多い凝集性の均質スラリーを用いて、傾斜長方形断面管内の初期沈降速度に及ぼすスラリーの種類や濃度、ならびに傾斜角、管幅および初期スラリー高さなどの影響について実験的に検討を行った。

1. 実験装置および方法

1・1 回分沈降実験

沈降管は長方形断面を有する高さ120 cmのアクリル樹脂製のものである。管幅が4 cmと7 cmの2種の管を併用したが、この幅は厚さ1.3 cmの平板を挿入しネジ止めすることにより、それぞれ2.7 cmと5.7 cmに変化できる。断面の奥行はすべて4.0 cmとした。

固体試料には、Table 1に示すような平均粒径あるいは固体密度の異なる3種のものをを用いた。また、凝集状態を一定にするために、石灰石の場合にはNaOHを、カオリンの場合にはHClを用いて、それぞれpH 10.5および4.5に調整したイオン交換水に懸濁させ、実験に供した。別に、高沈降速度範囲の実験を目的として、粗粉末石灰石スラリーに界面活性剤オレイン酸ソーダを0.8~3 ppm添加し、凝集させたスラリーも併用した。

なお、Table 1に示した固体濃度範囲は、初期沈降区間において一定沈降速度となる希薄濃度域に限定したものであり、その上限値はMichaelsら⁴⁾の方法、すなわち C vs. $v_0^{1/4.05}$ のプロットより決定した。ここに、 C

* 〒755 宇部市常盤台 2557

* 三洋電機(株)

Fig. 1 Schematic representation of settling

は体積濃度、 v_0 は初期垂直沈降速度である。また、濃度の下限値は、上澄液界面が視認できる限界より定めた。傾斜沈降の場合、吹き上げ現象により界面が乱れるため、この値は垂直沈降の場合に比べて大きくなる傾向にある。

実験は、調整済みのスラリーを2本の沈降管に所定の高さまで注入し、上下に10回転倒して攪拌した後、傾斜角を定めて静置する。次いで、適当な時間間隔で界面高さを測定した。垂直軸からの傾斜角は、 0° と 45° 、 15° と 35° の組み合わせで4通り、初期スラリー高さは20～70 cm の間で6通り変化させた。

1・2 流動状態ならびに清澄液量の測定

傾斜沈降過程の液および固体粒子（スラリー）の流動状態の観察、ならびに下向き面下の清澄液流量の測定は、2種のトレーサーを用いて行った。

液の流動状態は、沈降管側壁に $1\text{ mm}\phi$ の細孔を数個開け、注射器を用いてインキを注入し、スラリー層および清澄液層におけるその動きを追跡することにより、また固体粒子あるいはスラリーの流動状態は、粒子自体あるいは次に述べるようにスラリー中に混入したポリスチレン粒子の動きを調べることににより、それぞれ観察した。

次に、傾斜沈降中には下向き面下に清澄液流が生じ、後述するように、その流量は沈降速度を決定する上で重要な因子となる。ここでは、以下のようにして、その値を測定した。まず、多孔性ポリスチレン粒子（直径約300 μm ）を合成樹脂エマルジョンペイントを用いて赤色に着色したものの中で、密度が水とほぼ同じものをトレーサーとしてスラリー中に微量混入する。このスラリーを用いて傾斜沈降実験を行い、沈降初期に上澄液-スラリー界面付近の清澄液層内を上昇するトレーサーの速度を、

Table 1 Physical properties of slurries

Solid materials	ρ_p [g/cm ³]	d_{p50} [μm]	C [—]	v_0 [cm/min]	Solutions (Deionized water)
Coarse limestone	2.71	6.8	0.04 ~0.09	0.26 ~1.2	pH 10.5 (NaOH)
Fine limestone	2.71	4.0	0.007 ~0.015	0.39 ~1.6	pH 10.5 (NaOH)
Coarse limestone	2.71	6.8	0.04 ~0.05	1.0 ~2.4	0.8~3 ppm Sodium oleate
Kaolin	2.62	14.5	0.02 ~0.06	0.34 ~2.8	pH 4.5 (HCl)

16 mm シネカメラあるいはカラービデオに撮影後、解析することにより求める。さらに、撮影位置の清澄液層厚さは顕微鏡（20倍）を用いて求め得るから、これら両測定値より、4・2に述べるような方法で、清澄液流量を求めることができる。

2. 流動状態

傾斜沈降中のスラリー層内の液および固体粒子は、垂直沈降の場合に比べて、より複雑な流動状態を示す。したがって、その詳細な観察は、傾斜沈降速度を推算するためのモデルを考える上からも重要と思われる。

Fig. 1は、トレーサーあるいは固体粒子の観察結果に基づいて、傾斜管内の流動状態を示したものであり、実線は液の流れを、点線は固体粒子あるいはスラリーのそれを表している。沈降開始とともに、下向き面（GI）下に、清澄液からなる薄層（CDGI）が生じ、液はそこをかなりの速度で上昇して、上澄液層（AGFE）に流入する。この薄層の厚さは、本実験で用いたスラリーの場合、最も厚くなる液出口（DG）近傍においても1 mm以下であった。また、薄層の形状は、後述するように層内の流れにスラリー層からの流出液が加わるため、上部ほどわずかに厚みを増すくさび型をなしている。

次に、スラリー層内の液は、粒子間を垂直に上昇し、薄層内の上昇液流に随伴するスラリー流に到達する。そして、その液の一部は、薄層内に流入し、残りの相当量の液はスラリー流とともに層内に再循環する様子が観察された。

一方、固体粒子は液とは逆にほぼ垂直に沈降し、上向き面（AB）に達した後は面上を滑り落ち、底部に堆積する。しかし、上向き面上の固体の流れは、下向き面下の清澄液流のように明瞭な層状を呈していない。

3. 初期傾斜沈降速度の推算

前述したように、最初の傾斜沈降速度推算のためのモデルは、中村ら⁹⁾によるものである。中村らは、Fig. 1（鎖線参照）に示すような理想的な沈降状態を想定して、Eq. (1)を導いた。すなわち、単位奥行きを考え、面積EMLJIFと面積EE'F'Fとを等置することによって

Fig. 2(a) Settling curves at various values of θ

$$-dh/dt = (v_0/b)(b + h \sin \theta) \quad (1)$$

なる関係式を得ている。初期傾斜沈降速度を v_{i0} とすれば、上式で $h=h_0$ において、次式

$$v_{i0}/v_0 = 1 + (h_0 \sin \theta/b) \quad (2)$$

が得られる。ここに、 v_0 は垂直管における沈降速度である。また、中村らは正方形断面管（辺長 61 mm）を用いて血球（ $v_0 \approx 3 \times 10^{-3}$ cm/min）の沈降実験を行い、実測結果は上記のモデルで良く表され得たとしている。

一方、通常の工業用スラリーを用いた場合には、Eq. (1) あるいは (2) から予想されるほどの沈降促進効果を示さない。これは、2. でも述べたように、通常のスラリーの場合は、おもに粒子の分散状態や懸濁液の粘度などの相違により、理想的な沈降状態を示さないことに起因するものと思われる。このため、Zahavi ら⁹⁾は下向き面単位面積当りの流出液量 $\bar{q}$ を定義し、上澄液に関する物質収支をとることによって、次式を得ている。

$$v_{i0} = v_0 + (\bar{q} h_0/b) \quad (3)$$

Zahavi らは角形槽（幅 20 cm 長さ 130 cm、高さ 60 cm）を 2 枚の平行傾斜板で仕切ってできた平行四辺形と直角台形断面の沈降槽（平板間隔 9~40 cm、傾斜角 0~65° スラリー初高 20~35 cm）を用いて粘土粒子の沈降実験を行い、 $\bar{q}$ は b, θ, h_0 および C などによらず、一定値 $0.751 \text{ cm}^3/\text{cm}^2 \text{ min}$ をとっている。

本報告においても、上述したような手法、すなわち上澄液に関する物質収支をとることによって、初期傾斜沈降速度の推算を試みた。しかし、スラリー層内の流動状態の観察結果から、流出液流量 L を定義するに際しては、薄層下面（Fig. 1 の $\overline{CD}$ ）の水平面に対する投影面の単位面積当りをとるものとした。ここで L の値が高さ方向で変化しないものとして、上澄液に関する収支をとると、次式を得る。

Fig. 2(b) Settling curves at various values of b

$$-b \sec \theta (dh/dt) = (b-a) \sec \theta v_0 - a \sec \theta (dh/dt) + L(h+a \sin \theta) \tan \theta \quad (4)$$

ここに、 a は薄層厚さであり、高さ方向で変化しないものとした。上式において、左辺は上澄液の増加速度、右边第 1 項は上澄液-スラリー界面（Fig. 1 の $\overline{AD}$ ）から流出する液量、第 2 項は界面 $\overline{DG}$ の降下に伴って置換される液量、第 3 項は界面 $\overline{CD}$ より流出する液量を表している。Eq. (4) を整理すると

$$-\frac{dh}{dt} = v_0 + \frac{(h+a \sin \theta) \sin \theta}{b-a} L \quad (5)$$

を得る。沈降初期を考えると、 $h=h_0$ とおき、さらに薄層厚さ $a(\leq 1 \text{ mm})$ も管幅 $b(\geq 27 \text{ mm})$ および初期高さ $h_0(\geq 23 \text{ cm})$ に比べて無視できるものとするれば、初期傾斜沈降速度 v_{i0} は

$$v_{i0} = v_0 + (h_0 \sin \theta/b) \cdot L \quad (6)$$

と簡化できる。 L の値については、後節 4・2 で考察する。

4. 実験結果および考察

4・1 初期傾斜沈降速度

Figs. 2(a), (b), (c) は、それぞれ傾斜角 θ 、管幅 b および初期高さ h_0 をパラメータに回分沈降曲線を示したものである。これらの図から、初期界面沈降速度は、 θ および h_0 が大なるほど、また b が小なるほど大きくなっているのがわかる。しかし、このような傾斜管における沈降促進効果は、初期の定速沈降区間において最も著しく、減速および圧縮沈降区間においては垂直沈降の場合と大差ない。したがって、定速沈降区間の直線の勾配より初期傾斜沈降速度 v_{i0} を求め、垂直沈降速度 v_0 と

Fig. 2(c) Settling curves at various values of h_0

Fig. 3 Relationship between S_i and $\sin \theta$

の比を沈降促進率 S_i と定義し、 S_i に及ぼす諸変数の影響について調べた。

Fig. 3 は、 $h_0=60$ cm 一定として、 S_i に対する $\sin \theta$ の効果を b をパラメータに示したものである。図から、 S_i は $\sin \theta$ の増大とともにほぼ直線的に大きくなり、また b が小なるほど大きくなっているのがわかる。本実験で用いたスラリーの場合、 θ を 45° 以上とすると、沈降した粒子が上向き面上に堆積するのが認められたので、 45° 以上の実験は行わなかった。しかし、従来の研究⁹⁾によれば、 S_i は大略 $45\sim 50^\circ$ で最大値をとるようである。

次に、Fig. 4 には、 S_i に及ぼす $1/b$ の影響を θ をパラメータとして示した。 S_i は $1/b$ に比例し、また θ が大なるほど顕著に増大する。しかし、前述のように、 θ を大きくし b を小さくすると、上向き面上に粒子が

Fig. 4 Relationship between S_i and $1/b$

Fig. 5 Relationship between S_i and h_0

堆積しやすくなり、このため、管路の閉塞が起こるなど、実操作の面からは問題があると思われる。

Fig. 5 は、 S_i に及ぼす h_0 の影響を示したものである。 S_i は h_0 に比例して大きくなるが、 h_0 が約 35 cm 以下では直線からはずれやや大きくなる傾向にある。これは、次節でも述べるように、 h_0 が低くなると、下向き面下を流れる清澄液の流量および上昇速度が減少するためではないかと考えられる。

Fig. 6 には、 S_i に及ぼす固体濃度 C の影響を示した。 S_i は C の増大とともに大きくなるが、その傾向は θ が大なるほど著しい。なお、図中の計算線は、石灰石の粗粉末懸濁液における C vs. v_0 の関係に基づき、Eq. (8) より求めた。

4・2 下向き面下における清澄液流出速度

下向き面下の清澄液薄層内を流れる液は、主としてスラリー層内の粒子の沈降に伴って供給される。この清澄液の流出速度 L [$\text{cm}^3/\text{cm}^2 \text{ min}$] は、傾斜沈降速度を推算する上で重要な値である。 L の値は、理想的な沈降状態を想定した中村らのモデルでは、垂直沈降速度 v_0 に等しいが、本報で用いたような通常のスラリーの場合には、 v_0 よりも小となる。これは、傾斜沈降中にスラリー層内に発生するある種の循環流のため、流出液の大部分はこの流れとともに層内に戻り液の一部しか上澄液層に

Fig. 6 Relationship between S_i and C

Fig. 7 Effect of θ on L

Fig. 8 Effect of b on L

流入せず、沈降促進に関与する度合いが少なくなることに
よるものと思われる。

初めに、傾斜沈降速度式 Eq. (6) に、実測値の v_0 および v_{i0} を代入して L を算出し、諸変数による影響を調べた。Figs. 7, 8 は、 L に及ぼす θ と b の影響を示したものである。両図から、 L は本実験の測定範囲内では、 θ および b に関係なくほぼ一定とみなすことができた。

Fig. 9 には、 v_0 をパラメータに L vs. h_0 を示した。図から、 L の値は v_0 が大なるほど大きく、また $70 \geq h_0 \geq 35$ cm の範囲では大略一定となることがわかる。

一方、 $h_0 \leq 35$ cm において L が大きくなる傾向にあるのは、主に次の理由によるものと思われる。すなわち、 h_0 を低くするにつれて、スラリー層からの流出流量は減少し、さらに下向き面下の清澄液流の加速区間も短くなるため、清澄液の上昇速度は次第に低下するようになる。その結果、スラリー層内の循環流の度合いが弱められ、沈降状態がより理想的な状態（すなわち、 $L = v_0$ の場合）に近づくためではないかと考えられる。

Fig. 9 Effect of h_0 on L

Fig. 10 Correlation between L and v_0

以上の結果に基づき、 L は、 θ 、 b および $h_0 (\geq 35 \text{ cm})$ によらず一定とみなし、その平均値をとって、 v_0 に対してプロットしたのが、Fig. 10 である。図から明らかにように、 L はスラリーの種類に関係なく、 v_0 のみで相関でき、約 $\pm 30\%$ の誤差で次式を得ることができた。

$$L = 0.26 v_0^{0.94} \quad (7)$$

上式を Eq. (6) に代入すると、沈降促進率 S_i を与える次式が得られる。

$$S_i = 1 + 0.26 h_0 \sin \theta / (b v_0^{0.16}) \quad (8)$$

ただし、Eq. (8) の適用範囲は本実験の測定条件内、すなわち $0 \leq \theta \leq 45^\circ$ 、 $2.7 \leq b \leq 7 \text{ cm}$ 、 $35 \leq h_0 \leq 70 \text{ cm}$ 、 $0.2 \leq v_0 \leq 3 \text{ cm/min}$ である。また、Eq. (8) からの計算値を Figs. 3~6 中にあわせ示したが、計算線は実測値の傾向を比較的よく表しているものと思われる。

次に、下向き面下を流れる清澄液の流量をトレーサー法により測定し、 L の実測を試みた。すなわち、清澄液流量 Q_L は、Eq. (4) の右辺第 3 項で与えられる。

$$Q_L = L(h + a \sin \theta) \tan \theta \quad (9)$$

Table 2 Comparison of the calculated values and the measured values of the average flow rate of clear liquid

Coarse limestone			$v_0=0.26 \text{ cm/min}$		$b=4 \text{ cm}$
h_0 [cm]	θ [deg]	S_i [—]	a [mm]	L [cm ³ /cm ² min]	L_{ex} [cm ³ /cm ² min]
35	45	3.6	0.3	0.11	0.12
35	45	3.4	0.25	0.10	0.12
40	30	2.8	0.19	0.095	0.095
44	30	3.1	0.3	0.099	0.11
58	15	1.9	0.23	0.064	0.073

沈降のごく初期において、清澄液出口 (Fig. 1 の $\overline{DG}$) 付近で測定したトレーサの平均上昇速度を $\bar{u}_p$, またその位置での薄層厚さを a とすれば,

$$Q_L = a\bar{u}_p = L(h + a \sin \theta) \tan \theta \quad (10)$$

となるから、 L_{ex} は、 $h \approx h_0$ において

$$L_{ex} = a\bar{u}_p / \{(h_0 + a \sin \theta) \tan \theta\} \quad (11)$$

で表される。ここに、 L_{ex} は実測値 $\bar{u}_p$ を用いて、Eq. (11) から算出される清澄液流出速度である。Table 2 には、 L と L_{ex} との比較を、他の測定条件とともに示した。 L_{ex} は大略 L と一致しているものの、いずれの条件下でも、 L_{ex} の方が L に比べて約 0~17% 大きくなっている。この原因は、おもに次の理由によるものと考えられる。第1に、トレーサにより実測した平均上昇速度 $\bar{u}_p$ が、薄層内の速度分布のため、上昇液の実際の平均速度よりも速くなっていることがあげられる。第2に、Eq. (6) から L を算出する際に、 v_0 の値としては実測値の垂直沈降速度を用いているが、この値を実際よりも過大に見積っているため、 L が大きめになっていることが考えられる。すなわち、2.にも記したように、上澄液-スラリー界面下には水平方向へのスラリー流が存在するため、下向き面下からの流出液の場合と同様に、上澄液界面を過ぎる流出液の速度も v_0 とはならず、より小となっていることが予想される。しかし、その程度を推測しうる段階には至らなかった。

結 言

長方形断面管内の初期傾斜沈降速度に関係する諸因子について実験的に検討を行い、次の結論を得た。

1) 本実験で用いたような通常の工業用スラリーの場合、傾斜管内の流れは、中村らが血球の沈降に関して示したような理想的沈降状態とはならない。このため、沈降促進率も彼らのモデル式 Eq. (2) より計算される値の約 1/2~1/4 となった。

2) 沈降速度式 Eq. (6) に基づいて計算した L の値は、垂直沈降速度のみで相関できた。したがって、初期傾斜沈降速度は、Eq. (8) から推算可能である。

3) トレーサ実験に基づいて測定した L の値は、

上記計算値に比べて若干大きくなる傾向にあるものの、大略一致した。

【付記】 本研究の一部は、文部省環境科学特別研究 (課題番号 503528) の助成を受けて行われたものである。ここに付記し、深く感謝の意を表する。

Nomenclature

a	= thickness of thin clear liquid layer under the downward facing plate	[cm], [mm]
b	= face spacing	[cm]
C	= volumetric concentration of slurry	[—]
d_{p50}	= median diameter of solid particles	[μm]
h	= height of settling interface at time t	[cm]
h_0	= height of settling interface at $t=0$	[cm]
L	= average flow rate of clear liquid per unit horizontal projected area of the downward facing plate	[cm ³ /cm ² min]
L_{ex}	= values of L calculated by Eq. (11) with measured $\bar{u}_p$	[cm ³ /cm ² min]
Q_L	= volumetric flow rate of clear liquid under the downward facing plate	[cm ³ /min]
$\bar{q}$	= average flow rate of clear liquid per unit area of the downward facing plate	[cm ³ /cm ² min]
S_i	= settling enhancement factor ($=v_{i0}/v_0$)	[—]
t	= time	[min]
$\bar{u}_p$	= average upward velocity of tracers	[cm/min]
v_0	= initial settling rate in a vertical tube	[cm/min]
v_{i0}	= initial settling rate in a tilted tube	[cm/min]
θ	= angle of inclination from vertical axis	[deg]
ρ_p	= solid density	[g/cm ³]

Literature cited

- 1) Boycott, A. E.: *Nature*, **104**, 332 (1920)
- 2) Graham, W. and R. Lama: *Can. J. Chem. Eng.*, **41**, 162 (1963)
- 3) Kinoshita, K.: *J. Colloid Sci.*, **4**, 525 (1949)
- 4) Michaels, A. S. and V. G. Justin: *Ind. Eng. Chem., Fundam.*, **1**, 24 (1962)
- 5) Nakamura, H. and K. Kuroda: *Keijo J. Med.*, **8**, 256 (1937)
- 6) Obata, E. and H. Watanabe: *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **5**, 173 (1979)
- 7) Oliver, D. R. and V. G. Jensen: *Can. J. Chem. Eng.*, **42**, 191 (1964)
- 8) Pearce, K. W.: *3rd Congress of European Federation of Chem. Eng., London*, A30 (1962)
- 9) Zahavi, E. and E. Rubin: *Ind. Eng. Chem., process Des. Develop.*, **14**, 34 (1975)

(1981年5月8日受理; 化学工学協会 第43年会(名古屋, 1978年4月)および第46年会(名古屋, 1981年4月)にて発表)

The Initial Settling Rate in a Tilted Rectangular Tube

Kunihisa Ohsasa, Masao Sambuichi, Hideo Nakakura
and Takashi Shibuya*

Dept. of Chem. Eng., Yamaguchi Univ., Ube 755

The relation among the initial settling rate in a tilted rectangular tube, v_{i0} , the angle of inclination from vertical axis, θ , the face spacing, b , and the initial slurry height, h_0 , in the vertical direction was examined experimentally with four kinds of slurries, such as ground limestone-water and kaolin-water. It was found that the settling enhancement factor, the ratio of v_{i0} to the settling rate in a vertical tube v_0 was proportional to $\sin \theta$, h_0 and inversely proportional to b . The equation for predicting the settling enhancement factor was presented from the mass balance on supernatant by defining the average flow rate of supply of clear liquid based on unit horizontal projected area of the downward facing plate, L . The values of L calculated by the equation were expressed a function of v_0 alone within $\pm 30\%$ average error. Calculated values agreed approximately with experimental values obtained from measurement of the flow rate of clear liquid under the downward facing plate using fine, colored polystyrene particles as a tracer.

* Sanyo Electric Co., Ltd.