鑄造効果＝影響スル諸種ノ要素＝ 關スル物理學的觀察

九州齒科醫學專門學校教授

理學士 長島秀男

Physikalische Beobachtung über die verschiedenen
Faktoren, die auf den Guss Erfolg Einfluss ausüben.

Von Hideo Nagashima. (*Rigakushi*)

Professor an der Kyushu Zahnärztlichen Hochschule zu Fukuoka, Japan

(本篇ハ昭和九年十一月度本學會例會席上ノ御講演要旨デアル)

一 緒 言

齒科＝於ケル鑄造作業時ノ鑄造壓又ハ鑄入孔等ノ關係＝就テハ、幾多ノ研究ガアル様デア
ルガ、門外漢デア
ル筆者ハ、茲ニハ其等ノ諸研究ニハ言及セズシテ、唯單ニ是等＝關スル門外漢
トシテノ一考察ヲ述ベテ見ヤウト思フ。カ、ルガ故ニ、以下述ベルコトモ、或ハ誰カバ既ニ考
ヘタコトカモ知レズ、又物理學的ニ言ヘバ、流體力學初歩ノ一應用ニ過ギナイガ、筆者トシテ
ハ、カヤウナ考ヘ方ニ未ダ親シミヲ持ツテ居ラレヌ方々ニ對シテ、物理學的考察ノ一方法ヲ暗
示スルコトガ出來レバ幸トスルノデア
ル。

二 鑄入孔ノ大イサ

サテ、先ヅ理論ヲ簡單ニスル爲ニ、坩堝形態ヲ完全ナル圓錐形トシ、ソノ頂點ニ半徑 a 長サ
1 ナル圓筒形ノ鑄入孔ガアツテ、體積 V ナル空洞(金屬ヲ鑄入スベキ)ニ連ナルトスル。(第一
圖參照)

第一ニ、鑄入スベキ金屬ヲ坩堝内デ高熱シタ場合、溶融シタ
金屬ガ自然ニ鑄入孔ニ流レ込マヌ爲ノ條件ヲ考ヘテ見ル。

此ノ場合、溶ケタ金屬ガ、鑄入孔ニ流レ込マヌ時ハ、普通第
二圖ニ示ス如キ位置ニ於テ、平衡状態ニアルトスベキデア
ラウ。

今、圓錐形ノ坩堝壁ガ水平面トナス角、即チ圓錐臺傾斜角ヲ
 ϕ 、坩堝壁ト溶融シタ金屬トノ接觸角ヲ θ 、坩堝底面部ノA點ニ
於ケル水平斷面ノ半徑ヲ r トスレバ、平衡ノ條件ハ、

$$\pi r^2 p_1 + \pi r^2 h \rho g = \pi r^2 p_2 + 2\pi r T \cos(270 - \varphi - \theta) \dots (1)$$

第 二 圖

但シ、此處ニ p_1 , p_2 ハ夫々、熔融シタ金屬ノ上面及ビ下面ニ受ケル氣體壓力、 h ハ熔融シタ金屬ノ深サ、 ρ ハ金屬ノ熔融時ニ於ケル密度、 T ハ金屬ノ熔融時ニ於ケル表面張力デアル。

(1) 式ヨリ直チニ

$$r = \frac{2T \cos(270 - \varphi - \theta)}{p_1 - p_2 + h \rho g} \dots (2)$$

ソレ故、鑄入孔ノ半径 a ハ

$$a < \frac{2T \cos(270 - \varphi - \theta)}{p_1 - p_2 + h \rho g} \dots (3)$$

デナケレバナラナイ。尙 $p_1 - p_2 = 0$ ト見做シ得ル場合ニハ

$$a < \frac{2T \cos(270 - \varphi - \theta)}{h \rho g} \dots (4)$$

三 鑄造壓、鑄入孔ト鑄造能率トノ關係

次ニ壓迫ニヨツテ、金屬ガ鑄入孔ヲ通ツテ流レ込ミ始メタ場合ヲ考ヘル。(Lamb; Hydrodynamics p. 553 參照)

鑄入孔ノ部分ハ完全ナル圓筒形ト考ヘタノデアアルガ、コノ圓筒ノ軸ニ沿ツテ Z 軸ヲ、ソレニ直角(即チ半径ノ方向)ニ r 軸ヲ取レバ、流體ガ上部ヨリノ壓力 p_1 、下部ヨリノ壓力 p_2 ノ下ニ流レ下ツテキル場合ニハ、以下ノ如キ關係式ガ成リ立ツ。(第三圖參照)

先ヅ流體ノ内部ニ鑄入孔ト同軸ノ圓筒形ノ殻、半径 r 、厚サ δr 、長サ l (鑄入孔ト同長)ナル部分ヲ考ヘ、コノ部分ノ流體ノ運動ヲ調べテミル。コノ部分ハ、ソノ内表面ニ於テハ、内部ノ流體ニヨツテ下方ニ引カレ、外表面ニ於テハ、外部ノ流體ニヨツテ上方ニ引カレル(流體ノ運動ハ軸上デ最モ速ク、外壁ニ近ヅクニツレテ遅クナルカラデアアル) 其レ故、コノ流體ノ粘性係數(今ノ場合、熔融シタ金屬ノ粘性係數)ヲ μ トスレバ、内部摩擦ニヨツテコノ殻ノ部分ノ受ケル全體ノ力ハ、下方ニ向フ力ヲ正トスルナラバ、

$$\mu \frac{\sigma_w}{\sigma_r} 2\pi r l - \left\{ \mu \frac{\sigma_w}{\sigma_r} 2\pi r l + \frac{\sigma}{\delta r} \left(\mu \frac{\sigma_w}{\sigma_r} 2\pi r l \right) \delta r \right\} = - \frac{\sigma}{\sigma_r} \left(\mu \frac{\sigma_w}{\sigma_r} 2\pi r l \right) \delta r.$$

但シ此處ニ w ハコノ流體ノ速サ(軸ニ平行ナル)デアアル。カ、ル流ガ定常トナツタ場合ニ就テ考ヘレバ、ソノ時ハ上記ノ力ハ、コノ殻ノ上面及ビ下面ニ於ケル壓力ニヨル力ト、殻中ニアル

第 三 圖

流體＝働ク重力トノ和＝等シクナケレバナラナイ。即チ

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\sigma_w}{\sigma r} 2\pi r l \right) \delta r = (p_1 - p_2) 2\pi r \delta r + \rho g (1+h) 2\pi r \delta r \dots \dots \dots (5)$$

此處＝ ρ ハ勿論流體ノ密度、 h ハコノ殻ノ上面ヨリ上ニアルコノ流體ノ深サデアル。

上式ヨリ

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{w}{\sigma r} \right) = - \frac{p_1 - p_2 + \rho g (1+h)}{\mu l} r \dots \dots \dots (6)$$

コレヲ積分シテ

$$r \frac{\sigma w}{\sigma r} = - \frac{p_1 - p_2 + \rho g (1+h)}{2\mu l} r^2 + A.$$

$$\frac{\sigma w}{\sigma r} = - \frac{p_1 - p_2 + \rho g (1+h)}{2\mu l} r + \frac{A}{r} \dots \dots \dots (7)$$

無論 A ハ積分常數デアル。

(7) 式ヲ更ニ積分シテ

$$w = - \frac{p_1 - p_2 + \rho g (1+h)}{4\mu l} r^2 + A \log r + B \dots \dots \dots (8)$$

B モ亦積分常數デアル。

サテ $r=0$ 即チ軸上デ w ガ有限デナケレバナラナイカラ $A=0$ トナル。又 $r=a$ 即チ鑄入孔ノ外側壁トノ接觸面ニ於テ、流體ハ $w=0$ デアルトスレバ、

$$B = \frac{p_1 - p_2 + \rho g (1+h)}{4\mu l} a^2,$$

トナル。ソレ故

$$w = \frac{p_1 - p_2 + \rho g (1+h)}{4\mu l} (a^2 - r^2) \dots \dots \dots (9)$$

ソレ故、單位時間ニ鑄入孔ヲ流レ下ル流體ノ量 F ハ

$$F = \int_0^a w 2\pi r dr$$

$$= \frac{\pi [p_1 - p_2 + \rho g (1+h)]}{8\mu l} a^4 \dots \dots \dots (10)$$

デアリ、又鑄入スベキ空洞(體積 V)ヲ滿タスニ要スル時間 τ ハ(コレニ就テハ、後述ノ如ク多クノ問題ガアルガ)

$$\int_0^\tau F dt = V \dots \dots \dots (11)$$

デ與ヘラレル筈デアル。

實際ノ鑄造ニ於テハ、坩堝内ニ於テ金屬ガ相當高溫度ニ熱セラレテ熔融シタ場合ト雖モ、鑄入スベキ空洞ノ部分ハ、サマデ高溫ニハナツテキナイデアラウカラ、金屬ハ鑄入サレルニ從ツテ冷却シ、殊ニ空洞ガ扁平ナ場合ニハソノ冷却甚シク、鑄入ハ一層困難トナリ、問題ハカナリニ複雑デアツテ、精密ナ實驗ニ俟タネバ、何トモ云ヘヌコトデアル。ソノ上ニ坩堝内ニ於ケル鑄造壓 p_1 モ、齒科鑄造作業時、石綿ニ含マセタ水ヨリ生ズル水蒸氣ノ壓力ヲ利用スル場合ニハ、時間ト共ニ極大ヲモツ様ナ變化ヲスルデアラウ。又空洞内ノ壓力 P_2 モ勿論時間ト共ニ變化スル。ソレ故上記ノ式ヲ實際ノ場合ニ適用スルニハ、多クノ不備ト困難トガ存在スル。

然シ、今假リニ、金屬ノ冷却ハ考慮ニ入レズ、從ツテ粘性係數 μ ハ一定ト見做シ、且、熔融金屬ノ鑄造ハ $p_1 - p_2$ ノ極大壓近邊ニ始マツタトシ、コノ際ノ値ヲ P_0 トシ、ソレ以後ノ變化ヲ次ノ如ク假定シテ計算ヲ進メテ見ヨウ。即チ

$$p_1 - p_2 = p_0 e^{-kt} \dots\dots\dots (12)$$

但シ、 k ハ適當ナ常數デアル。

コレヲ (10) 式ニ入レ、更ニ (11) 式ニ入レテ

$$\int_0^{\tau} \frac{\pi [p_0 e^{-kt} + \rho g(1+h)]}{8\mu l} a^4 dt = V$$

即チ

$$\frac{a^4 \pi}{8\mu l} \left\{ \frac{p_0}{k} (1 - e^{-kt}) + \rho g(1+h)\tau \right\} = V \dots\dots\dots (13)$$

ヲ得ル、但シ、 h ノ變化ハ無視シタノデアル。

更ニ

$$e^{-kt} = 1 - k\tau + \frac{(k\tau)^2}{2!} - \frac{(k\tau)^3}{3!} + \dots\dots\dots$$

ナル關係ヲ入レテ

$$\frac{a^4 \pi}{8\mu l} \left\{ \frac{p_0}{k} \left(k\tau - \frac{(k\tau)^2}{2!} + \frac{(k\tau)^3}{3!} - \dots\dots\dots \right) + \rho g(1+h)\tau \right\} = V \dots\dots\dots (14)$$

若シ k ガ極メテ小サク、且 τ ガあまり大トナラナイデ、 $(k)^2$ 以下ノ項ガ無視出來ル場合ニハ

$$\frac{a^4 \pi}{8\mu l} \{ p_0 + \rho g(1+h) \} \tau = V,$$

即チ

$$\tau = \frac{8\mu l V}{a^4 \pi [p_0 + \rho g(1+h)]} \dots\dots\dots (15)$$

ヲ得ル。コレハ云フマデモナク $p_1 - p_2$ ガ p_0 ヨリアまり小サクナラナイ中ニ、鑄造ガ完了シタ場合デ、上ノ結果ハ $p_1 - p_2 = p_0$ ナル一定値ノ下デ熔融金屬ノ鑄入ガ行ハレタトシタ場合ニ一

致スル。

四 上記理論ノ實際ノ場合ヘノ適用

以上ノ理論ハ、カナリニ省略及ビ無視ノ多イ粗雑ナモノデハアルガ、コレニ實際ノ數値ヲ入レテ結果ヲ參考ノ爲ニ、以下記シテ見ヤウ。此處ニ注意シテ置キタイノハ、以下ノ計算ニ於テハ、單位ハスベテ C. G. S. 制ニ從ツタコトデアル。

先ヅ次ノ如ク假定スル

$$\varphi = 40^\circ$$

$$h = 0.8 \text{ cm}$$

$$g = 980 \text{ cm/sec}^2$$

$$l = 0.6 \text{ cm}$$

$$V = 0.2 \text{ cm}^3$$

計算ハ齒科ニ於テ最モ多ク使ハレル金屬ニツイテ行ヒタイノデアルガ、ソレ等金屬ノ物理的常數ガ不足デ、望ム如キ計算ヲ行フコトガ出來ナイ。ヨツテ、後續シタイ實驗ノ便宜ノ爲モ考ヘテ、常溫デ液狀ヲナス金屬、水銀ニツイテ先ヅ計算ヲ行ヒ、外ニ、金、銀、銅ニツイテハ求め得ラレルダケノ數値ヲ入レテミルコトニシタ。

サテ、是等ノ金屬ニ就テ、主トシテ Landolt-Börnstein; Physikalisch-Chemische Tabellen 及ビ岩波講座「物理學及化學」中ノ物質常數表ニヨツテ知り得タ常數ハ次ノ如クデアル。

第 一 表

金 屬 常 數	Hg	Au	Ag	Cu
ρ (gr/cm ³)	13.551(18°C)	[19.3(17.5°C)]	9.51(液)	8.217(液)
T (dyn/cm)	547.2(17.5°C)	612.2(1070°C)	782.4(1000°C)	581(液)
μ	0.0156(20°C)			0.0311(1145°C)

但シ、表面張力 T ハ空氣ニ接スル場合ノ値デアル。尙金ノ密度 ρ ハ熔融狀態ノハ知ルヲ得ナカッタノデ、單ニ參考ニアゲルニ止メ、金ニツイテハ計算ハ行ハナイ。(又金ト銀トノ粘性係數 μ モ知ルヲ得ナカッタノデアル)。

以上デ尙常數ノ不足シテキルノハ、接觸角 θ デアルガ、コレハ、諸種齒科用埋沒劑ニ對スルモノデアルカラ、無論、物理的常數表中ニハ見出シ得ナイシ、又他ニ記載シテアルモノアルヲ知ラナイ。然モ、熔融金屬ニ就テハ、此ノ測定ハ中々ニ困難故、今此處ニハ、水銀ニ就テノミ簡單ナ實驗ニヨツテ得タ値ヲ用ヒ、他ノ金屬ニ就テハ、假リニ、ソノ水銀ノ値ヲ流用スルコトニスル。

水銀＝就テ得タ値ハ（齒科用埋没劑デ作ツタ平面ノ上ニ、水銀滴ヲ置キ、ソノ厚サヲ測ル方法ニヨル、例ヘバ Edser; General Physics p.307 参照）

$$\theta = 122^\circ$$

壓力 p_0 ノ値ヲ如何ニトルカハ問題デアルガ、此處ニハ、次ノ如ク置イテ見ル

$$p_0 = 100 \times 980 \text{ dyn./cm}^2 \text{ (約 } 1.4 \text{ pound/(inch)}^2 \text{ = 當ル)}$$

以上ノ値ヲ、(4) 式及 (15) 式ニ入レテ得タ結果ハ次ノ如クデアル。但シ (15) 式ニ入レル際ニハ

$$a = 0.03 \text{ cm}$$

トスル。

第 二 表

	Hg	Ag	Cu
鑄入孔ノ半徑 (cm) ノ限度	0.039	0.047	0.035
τ (sec.)	0.159		0.37

五 結 論

以上ノ理論及ビ計算ノ結果ニ就テ、反省シテ見ルニ、第一ニ、鑄入孔ノ半徑ニ就テハ次ノコトガ考ヘラレル。鑄入孔ノ半徑 a ガ (4) 式デ與ヘラレル限度ニ等シクナツタトシテモ尙、接觸角 θ ガ第二圖ニ示セル如ク、坩堝壁ニ對スルノデハナクシテ、鑄入孔壁ニ對スル様ニナツテ平衡状態トナリ得ルカラ、コノ點ヲ考ヘレバ、鑄入孔ノ限度ハ更ニ幾分大トナル。又 (3) 式ニ含まレル $p_1 - p_2$ ナル項ヲ零ト見做シテ得タ (4) 式ニヨツテ計算ヲ行ツタノデアルガ、實際ハ、壓迫ヲ行ハナイ前ニ於テハ、 p_2 ノ方ガ幾分、却ツテ大デアラウ。其故コノ點カラモ鑄入孔ノ限度ハ更ニ大トナルデアラウ。第二ニ鑄造能率ニ就テハ、計算ヲ簡單ニ行フ爲ニ定常流トシテ途中マデ理論ヲ進メ、更ニ壓力ノ變化ヲ考ヘタ點ハ、勿論嚴密ニイヘバ、正シクナイコトデアルシ (15) 式ハ幸、 $p_1 - p_2$ ナル一定値ノ下ニ熔融金屬鑄入ノ行ハレルトスルノト一致スル結果故、コノ點デハ問題ハマヌカレル。又、實際ノ鑄造ニ於テハ、熔融金屬ノ鑄入ハ定常流トナル前ニ終ルカモ知レヌ故 (15) 式ハ決シテ、ソノ儘アテハマルワケニハユカナイ。ソノ上ニ實際ハ金屬ノ冷却ガ一層問題ヲ複雑困難ナラシメルノデアルガ、此處ニ假リニ (15) 式ガ大略ノ概觀ヲ與ヘルト見ルナラバ、次ノ如キコトガ (15) 式カラ直チニ言ハレル。

鑄入ニ要スル時間 τ トハ鑄入孔ノ長サニ比例シ (分母ニ入ル 1 ヲ無視シテ) ソノ半徑ノ四乗ニ反比例スルガ故ニ、鑄造能率ハ、鑄入孔短ク、且ソノ半徑ノ大キイ程、良好デ、殊ニソノ半徑ニ就テハ、半徑二倍トナレバ、鑄造能率ハソノ四乗即十六倍トナルノデアル。又鑄造壓ハ一乗

トシテ入り、大體＝於テ、鑄造能率ハ、鑄造壓＝比例スルト言ヒ得ルノデアル。然シナガラ既述ノ如ク、鑄造ノ精密ナル理論ハ、鑄造作業時＝於ケル坩堝内ノ壓力 p_1 及ビ金屬ヲ鑄入スベキ空洞内ノ壓力 p ヲ精密＝測定シ尙ソノ際ノ溫度配置ヲ測定シテ、冷却ヲ考慮＝入レル等ノ手續ヲ經テ、完成サルベキモノデ、カ、ル點＝就テハ今後ノ研究ニヨツテ、ソノ發表ノ機會ヲ得タイト望ンデキル。

終リ＝望ミ、筆者ハ、本問題＝就テ興味ヲ有セラレ且助言ヲ賜ツタ本校沖野教授＝對シテ深キ感謝ノ意ヲ表シタイ。