若しそこに導羽根があるならば

$$\text{回転比} = \frac{\omega_t}{\omega_p} = \frac{\eta}{\eta_p^2} \frac{b_1 \tan \alpha_1}{z b_2 \tan \alpha_2} \quad (19)$$

但し b_1 , α_1 は分割されたるタービン羽根車の第1段階の入口の幅とそれに流入する水の方向角とである。

斯くの如く段階の数を増すと回転比は減じ後率1に近づくけれども、液の漏泄はポンプから起る外にタービンの各段階から順次になり、なほ構造の複雑から η が z と共に次第に減ずるであらうから、接手の効率 η は z と共に幾分減ずるであらうことは免かれ難き現象である。

最近の發明に導羽根を可動翼にしたる水力接手がある。斯くすれば與へられたる水力接手の α_1 が變はるから、回転比を或る一定の限度内に任意に變へ得るものとなる。

最後に水力接手の設計に関する要領を述べる。今原動軸の動力を P 馬力とし、液の單位容積の重量を γ とすれば、

$$Q_e H = \frac{75 \eta_p P}{\gamma} \quad (20)$$

Q_e と H との積はこれにて定まるけれども、その各々を如何にして定むるか、それを確定するにはポンプ並びにタービンの比回転度を基礎とすることが最も科学的に適確なる方法である。

されば原動軸の回転度を N 回毎分とし、ポンプ羽根車の比回転度を n_s とすれば、

$$n_s = \frac{N \sqrt{Q_e}}{H^{3/4}} \quad \text{故に} \quad H = \left[\left(\frac{N}{n_s} \right)^4 Q_e^2 \right]^{1/3}$$

これを上式に代入してそれより Q_e を求むれば

$$Q_e = \left[\left(\frac{75 \eta_p P}{\gamma} \right)^3 \left(\frac{n_s}{N} \right)^4 \right]^{1/5} \quad (21)$$

斯くて Q_e が定まれば、(20) 式より H が定まる。

次に受動軸の受くる動力を P_t 馬力とすれば

$$P_t = \eta P \quad (22)$$

受動軸の回転度を n 回毎分とし、タービン羽根車の比回転度を $\bar{n}_s$ とすれば、

$$\bar{n}_s = \frac{n \sqrt{P_t}}{H^{5/4}} = \frac{n \sqrt{\eta P}}{H^{5/4}} \quad (23)$$

$$\text{或は} \quad \bar{n}_s = n_s \frac{n}{N} \sqrt{\frac{\gamma \eta}{75 \eta_p}} \quad (24)$$

これによつてタービン羽根車の型式は定まり、爾後の設計は容易である。勿論 $\bar{n}_s$ 及び n_s は常用渦巻ポンプ及び常用水タービンの比回転度とは自ら異なるべきにより、別の根據からそれ等の最も適切なる値を豫め定め置くべきである。

タービン羽根車を z 段に分割する場合には、各段階が原動軸から受くる動力は P/z 馬力であり、ヘッドは H/z であるから、この場合各段階の羽根車の比回転度を $\bar{n}_s'$ とすれば、

$$\bar{n}_s' = \frac{n \sqrt{\eta P/z}}{(H/z)^{5/4}} = z^{3/4} \frac{n \sqrt{\eta P}}{H^{5/4}}$$

$$\text{或は} \quad \bar{n}_s' = z^{3/4} \bar{n}_s \quad (25)$$

即ちタービンを動力を均等に負擔する z 段に分割するならば、各段の比回転度は羽根車1個にて負擔する場合の $z^{3/4}$ 倍となり、段階の増すと共に各タービンは次第に高回転となる。

軸流プロペラ水車主要寸法の決定に就て

(昭和9年11月30日 福岡地方講演會に於て講演)

准 員 工 学 士 下 山 美 徳⁽¹⁾

On the Chief Dimensions of an Axial Flow Propeller Turbine

By Yoshinori SHIMOYAMA, Kōgakusi, Associate Member

摘 要

軸流プロペラ水車に於て導き羽根入口から羽根車入口迄の損失、羽根車内の損失、羽根車出口から下水溝迄の損失の合計が最小になる様な條件から水車寸法を決定するに必要な諸係数を比較回転度の函數として示したものである。

緒 言

正規運轉状態をもととして水車を設計しようとする時には先づ

$$n_s = n (HP)^{1/2} H^{-5/4} \quad (1)$$

によつて比較回転度 n_s を求める。こゝで n は水車の回転數、

昭和10年5月]

HP は出馬力、 H は落差である。軸流水車の場合にはこの n_s の大きさに従つて下の (2) 式で定められる k_a と m , 或は c_m と m の値を適宜に見積り、水車直径 D , 轂径 $2r_i$ を決定するのが普通の方法である。

(1) 九州帝國大学助教授

$$\left. \begin{aligned} u_a &= \frac{\pi n D}{60} = k_a \sqrt{2gH} \\ v_m &= \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D^2 (1-m^2)} = c_m \sqrt{2gH} \\ m &= \frac{r_i}{r_a}, \quad D = 2r_a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで u_a は羽根車外端の円周速度、 v_m は水の軸分速度、 g は地球重力の加速度である。又 (2) 式の関係を用いると

(1) 式は

$$n_s = 575.7 \eta^{1/2} (1-m^2)^{1/2} c_m^{1/2} k_a \dots\dots\dots (3)$$

(m, kg, s 単位)

となる。ここで η は水車効率である。

比較回転度の大きい水車では羽根車内のみならず羽根車入口迄及び吸出管入口の水の速度が落差の割合に大きく、従つてそれ等を流れる間に起る損失水頭はいづれも落差に比して相當大きい割合になるから、それ等損失の合計が最小になる様に水車寸法を決定する事が望ましい。以下の計算は軸流水車でそれ等の損失が最小になる様な条件から k_a, c_m 等を比較回転度の函数としてあらはす可く試みられたものである。

今迄に求められて居る

k_a, c_m の値

Ahlfors⁽²⁾, Pantell⁽³⁾の兩氏は羽根車内の損失を羽根車出口の相對速度 w_2 の2乗に比例すると考へ、それに吸出管の損失を加へたものを最小になす条件から直接羽根車の外径を求める式

$$D = K \sqrt{Q/n} \dots\dots\dots (3)$$

を出した。ここで K には前者は 4.4, 後者は 5.2~5.5 を與へて居る。この式を書き直すと

$$k_a = \frac{K^2 (1-m^2)}{240} c_m \dots\dots\dots (4)$$

が得られ、これと (3) 式から n_s と k_a, c_m の関係を求める事が出来る。

兼重氏⁽⁴⁾は先に沼知氏⁽⁵⁾によつて求められた翼列の理論から出した羽根車のみの効率の式と空洞現象の考へを基として主要寸法決定の方法を述べて居られる。それによれば羽根車のみの効率を極大にすると軸分速度が非常に大きくなり、吸

出管等の損失が増大すると共に空洞現象の心配も起るから c_m はそれより幾らか小さい値を選ぶべきであると述べて居られ、1例として $n_s = 806$ に對して $c_m = k_a \eta^{1/2} = 0.663$, $m = 0.463$ が選ばれて居る。又 Thomann 氏の著書⁽⁶⁾中には比較回転度を横軸に取つて k_a の値が線圖に示されて居る。

k_a, c_m の値の實例として雑誌その他に發表されて居るプロペラ水車に関する記述を基にして求めたものを第1圖に示す。圖には $m = 0.4$, $\eta = 0.90$ として計算した Ahlfors,

第1圖 k_a, c_m と n_s の関係

第2圖 羽根車断面の展開及び速度線圖

Pantell 兩氏の k_a, c_m の値, Thomann 氏の k_a の値を示してある。圖に示されて居る點は大概最大出力に對する値で最高効率に對する値は Lilla Edet⁽⁷⁾ と Ryburg-Schwörstadt⁽⁸⁾ の兩 Kaplan 水車の場合がそれである。Thomann 氏と Ahlfors 氏の k_a の値は大變よく一致して居るが實例の最大出力に對する値よりはなほ幾らか小さい。Pantell 氏の k_a の値は大体最高効率に對する k_a の値を示すものゝ様で、他の諸氏の k_a より遙に大きい。又 c_m のうち黒く塗つてある $\eta < 85\%$ の水車に對する點は常に Ahlfors 氏の値の近く及びそれ以上の大きさである事が見られ、これによつても c_m を過大にする事が効率を悪くする原因となる事を示すものである。

羽根車内の損失

羽根車内では水は軸と同心の円筒面のみで運動し、半径方向の分速度を有せず、或はこの分速度は無視し得るほど小さいと假定すると、羽根車の計算はこの円筒切斷面を展開して得た翼列を通る流れの問題に歸着せしめる事が出来る。第2圖にはこの様にして得られた翼列及び入口、出口に於る速度線圖を示す。この速度線圖は翼列の入口端、出口端に於る速度に對して畫かれ

たものでは無くて理論上はそれから無限に遠い點の速度に對して畫かれたものであるが、便宜上入口の速度、出口の速度等と呼ぶ事とする。圖中 v は水の絶對速度、 w は羽根車に對する相對速度、 u は羽根車の円周速度、添字 u は周分速度、添字 m は軸分速度、添字 1 は入口側に關係する速度、添字 2 は出口側に關係する速度である。

損失の計算は沼知氏⁽⁹⁾とほぼ同様にして求めたのであるが、唯異なる點は翼列に對して w_1 の速度で流れ込んだ流れが若し損失が無ければ w_2 で流れ去るべき筈のものが實際は

(2) K. A. Ahlfors "Beitrag zum Entwurf des Laufrades einer Francis turbine." V. D. I. Bd. 70, 1926. (3) K. Pantell "Die Laufradberechnung für Kaplan-Turbinen." Wasserkr. u. wirtsch. 28. Jahrg. 1933. (4) 兼重寛九郎「軸流プロペラ水車の設計に就て」機械學會誌第 32 卷昭和 4 年 (5) F. Numachi "Aerofoil theory of propeller turbines and propeller pumps with special reference to the effects of blade interference upon the lift and the cavitation" 機械學會誌第 31 卷, 昭和 3 年 F. Numachi "On the hydraulic efficiency of propeller turbines and propeller pumps." 機械學會誌第 32 卷, 昭和 4 年

(6) R. Thomann Die Wasserturbine, II. Teil. (7) A. Ekwall u. H. Mundig "Die Maschinenanlage des Kraftwerks Lilla Edet." V. D. I. Bd. 22, 1928. (8) Abnahmeversuche an der Turbinen des Kraftwerks Ryburg-Schwörstadt a. Rh." V. D. I. Bd. 75, 1931. (9) 脚註 (5) 參照

w_2 で流れ去るものと考え、翼にかかる揚力及び抗力は w_1 と w_2 の幾何平均 w' に直角及び平行の方向にそれぞれ作用する点である。今翼列中の弦長 l , スパン dr の 1 翼にかかる揚力 dA , 抗力 dW は

$$\left. \begin{aligned} dA &= \frac{\gamma}{g} \Gamma w' dr \\ dW &= \varepsilon \frac{\gamma}{g} \Gamma w' dr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} c_a l w' \dots\dots\dots (6)$$

である。ここで γ は水単位体積の重量、 Γ は列中の 1 翼のまわりのサーキュレーション、 $\varepsilon = dW/dA = c_w/c_a$, c_a , c_w は列中の 1 翼の揚力及び抗力の係数である。

羽根車は z 個の羽根を有するものとして半径 r の部分の翼素にかかる力の周分力は

$$\begin{aligned} dF_u &= (dA \sin \beta' - dW \cos \beta') z \\ &= \frac{\gamma}{g} \Gamma z \left\{ v_m - \varepsilon \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}'}{2} \right) \right\} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

で、軸推力は同様にして

$$dF_m = \frac{\gamma}{g} \Gamma z \left\{ u - \frac{v_{u1} + v_{u2}'}{2} + \varepsilon v_m \right\} dr \dots\dots\dots (8)$$

である。一方羽根車の入口側及び出口側の速度のみから計算する事が出来る便利な運動量の理論から

$$\begin{aligned} dF_u &= 2\pi r v_m \frac{\gamma}{g} (v_{u1} - v_{u2}) dr \\ &= \frac{\gamma}{g} (\Gamma - \Gamma') v_m z dr \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

を得る。ここで

$$v_{u1} - v_{u2}' = \frac{\Gamma}{t}, \quad v_{u2} - v_{u2}' = \frac{\Gamma'}{t} \dots\dots\dots (10)$$

と置いた。(10) 式のはじめの式は翼の各々に Γ のサーキュレーションがある時に當然成立する関係で、後の式は損失のために起つた周分速度の變化をはじめの式にならつて置いたものである。今 (7) と (9) を等しいと置くと

$$\Gamma' v_m = \varepsilon \Gamma \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}'}{2} \right)$$

を得る。又 (10) 式より

$$v_{u1} + v_{u2}' = v_{u1} + v_{u2} - \frac{\Gamma'}{t}$$

なれば上式に入れて Γ' を求むれば

$$\begin{aligned} \Gamma' &= \frac{\varepsilon \Gamma \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \right)}{v_m - \varepsilon \frac{\Gamma}{2t}} \\ &= \frac{\varepsilon \Gamma \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \right)}{v_m} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

が得られる、又運動体内の流体に適用される Euler の式から

$$\begin{aligned} \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + H_R &= \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + h_r \\ &= \frac{\left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \right) (v_{u1} - v_{u2})}{g} + h_r \end{aligned}$$

を得る。ここで p_1 , p_2 は羽根車入口及び出口の圧力、 H_R は羽根車の高さ、 h_r は羽根車内の損失水頭である。従つて軸推力は

$$\begin{aligned} dF_m &= 2\pi r (p_1 - p_2 + \gamma H_R) dr \\ &= 2\pi r \left\{ \frac{\gamma}{g} \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \right) (v_{u1} - v_{u2}) + \gamma h_r \right\} dr \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

である。(8) 式と (12) 式を等しいと置いて

$$\begin{aligned} h_r &= \frac{\Gamma}{gt} \left\{ u - \frac{v_{u1} + v_{u2}'}{2} + \varepsilon v_m - \frac{t}{\Gamma} \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \right) (v_{u1} - v_{u2}) \right\} \\ &= \frac{\Gamma}{gt} \left\{ \varepsilon v_m + \frac{\varepsilon \Gamma \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \right)}{2t v_m} + \frac{\left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \right) \Gamma'}{2} \right\} \\ &= \frac{\varepsilon \Gamma}{gt} \left\{ \frac{w^2}{v_m} + \frac{\Gamma}{2t v_m} \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2} \right) \right\} \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

を得る。

水車が正規状態で運轉されて居る時には羽根車を出た水は周分速度をもたないのが普通である。それで正規状態では半径の如何に拘はらず $v_{u2} = 0$ として以下の計算を進める事とする。又羽根車入口側では導き羽根で旋回速度が與へられて

$$v_{u1} r = C \dots\dots\dots (14)$$

なる規則に従つて運轉するものと假定する。ここで C は半径に對して一定である。以上の假定に従へば

$$\eta_h g H = u v_{u1} = \omega C$$

であるから

$$C = \frac{\eta_h g H}{\omega} \dots\dots\dots (15)$$

である。ここで η_h は水車の水力効率、 ω は羽根車の角速度である。これ等の関係を用ひて

$$2\pi C = z(\Gamma - \Gamma') = z\Gamma \left\{ 1 - \frac{\varepsilon \left(u - \frac{v_{u1}}{2} \right)}{v_m} \right\}$$

より

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2\pi C v_m}{\left\{ v_m - \varepsilon \left(u - \frac{v_{u1}}{2} \right) \right\} z} \\ &= \frac{2\pi C}{z} \left(1 + \varepsilon \frac{\omega r - C}{v_m} \right) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

を得る。(13) 式に (14) 式、(16) 式及び $w^2 = v_m^2 + \left(u - \frac{v_{u1}}{2} \right)^2$ の関係を入れると

$$h_r = \frac{\varepsilon C}{g v_m} \left\{ \omega^2 r + \left(v_m^2 - \frac{\omega C}{2} \right) \frac{1}{r} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

となり、それから損失動力を求めると

$$\begin{aligned} N_R &= \int_{r_i}^{r_a} \gamma 2\pi r v_m h_r dr \\ &= 2\pi \varepsilon C \frac{\gamma}{g} \left\{ \frac{\omega^2}{3} (r_a^3 - r_i^3) + \left(v_m^2 - \frac{\omega C}{2} \right) (r_a - r_i) \right\} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

となる⁽¹⁰⁾。この際 ε は半径に就て一定であるとして積分した。これを全動力の割合であらはすと

(10) 羽根車だけの効率に就ては附録 1 参照

$$p_R = \frac{N_R}{\gamma Q H} = 2\varepsilon\eta_h \left\{ \frac{\omega r_a}{3v_m} \frac{1+m+m^2}{1+m} + \frac{v_m}{\omega r_a(1+m)} - \frac{C}{2v_m r_a(1+m)} \right\} = 2\varepsilon\eta_h \left\{ \frac{k_a}{3c_m} \frac{1+m+m^2}{1+m} + \frac{c_m}{k_a} \frac{1}{1+m} - \frac{\eta_h}{4k_a c_m} \frac{1}{1+m} \right\} \quad (19)$$

である。

入口側及び出口側に起る損失

軸流水車で水が導き羽根を通つて羽根車入口にいたる迄の間に起る損失を羽根車入口近くに於る水の速度の2乗の平均に比例すると考へる⁽¹¹⁾とその損失水頭は

$$h_E = \frac{\zeta}{\pi(r_a^2 - r_i^2)} \int_{r_i}^{r_a} \frac{v_m^2 + \left(\frac{C}{r}\right)^2}{2g} r dr = \zeta \left\{ \frac{v_m^2}{2g} + \frac{2C^2}{r_a^2 - r_i^2} \log \frac{r_a}{r_i} \right\} \quad (20)$$

であらし得る。故に落差に対する割合は

$$p_E = \frac{h_E}{H} = \zeta \left\{ c_m^2 + \frac{\eta_h^2}{2k_a^2} \frac{\log \frac{1}{m}}{1-m^2} \right\} \quad (21)$$

である。こゝで ζ は摩擦損失をあらはす係数である。

羽根車を出てから吸出管を経て下水溝に流れ去る迄の損失水頭は

$$h_D = \xi \frac{(v_m - v_m(1-m^2))^2}{2g} + \frac{(1-\eta_s)(1-m^2)v_m^2}{2g} \quad (22)$$

であらし事が出来る。このうち前の項は水車殻が細くなつて無くなる迄の間の損失水頭を廣り管のそれと同様の形に置いたもので、後の項はそれから下水溝にいたる迄の損失水頭で η_s は吸出管の効率である。これを落差の割合で現はすと

$$p_D = \frac{h_D}{H} = \left\{ (1-\eta_s)(1-m^2)^2 + \xi m^4 \right\} c_m \quad (23)$$

である。

主要寸法の決定

水車に水漏り損失が無いものとするとき水力効率は (19), (21), (23) の諸式から

$$\eta_h = 1 - (p_E + p_R + p_D) = 1 - \left\{ \zeta \left(c_m^2 + \frac{\eta_h^2}{2k_a^2} \frac{\log \frac{1}{m}}{1-m^2} \right) + 2\varepsilon\eta_h \left(\frac{k_a}{3c_m} \frac{1+m+m^2}{1+m} + \frac{c_m}{k_a} \frac{1}{1+m} - \frac{\eta_h}{4k_a c_m} \frac{1}{1+m} \right) + [(1-\eta_s)(1-m^2)^2 + \xi m^4] c_m^2 \right\}$$

であらされる。これは又下の如く η_h の二次式に書き直す事が出来る。

$$\eta_h^2 \left\{ \frac{\zeta}{2k_a^2} \frac{\log \frac{1}{m}}{1-m^2} - \frac{\varepsilon}{2k_a c_m(1+m)} \right\} + \eta_h \left\{ 1 + \frac{2\varepsilon k_a}{3c_m} \frac{1+m+m^2}{1+m} + \frac{2\varepsilon c_m}{\eta_h} \frac{1}{1+m} \right\} + \left\{ (1-\eta_s)(1-m^2)^2 + \xi m^4 + \zeta \right\} c_m^2 - 1 = 0 \quad (24)$$

(24) 式から求められる η_h は $v_{ie}=0$ なる状態に於る水車の水力効率をあらはすもので、これから η_h が極大になる様な k_a と c_m の関係を求め、それと (3) 式を用ひて使用に便利な n_s を横軸に取つた k_a, c_m, η_h 等の曲線を引く事が出来るが、計算が可なり面倒になるので實用に不便が多い。今上式の η_h^2 の項を見るに特別の場合を除けば他の項に比して非常に小さいのでその項を省略すると⁽¹²⁾

$$\eta_h = \frac{1 - \{(1-\eta_s)(1-m^2)^2 + \xi m^4 + \zeta\} c_m^2}{1 + \frac{2\varepsilon k_a}{3c_m} \frac{1+m+m^2}{1+m} + \frac{2\varepsilon c_m}{k_a} \frac{1}{1+m}} \quad (25)$$

を得る。この式で極大の条件を求めるため $d\eta_h/dc_m=0$ と置く

$$\left\{ (1-\eta_s)(1-m^2)^2 + \xi m^4 + \zeta \right\} \left\{ c_m k_a(1+m) + \varepsilon k_a^2(1+m+m^2) + \varepsilon c_m^2 \right\} = \varepsilon \left\{ \frac{k_a^2}{3c_m^2} (1+m+m^2) - 1 \right\} \quad (26)$$

を得る。それで (26) 式に任意の c_m の値を入れてそれに對應する k_a の値を求めそれ等を (25) 式に入れて η_h の極大値を (3) に入れて n_s を求める事が出来る、設計に都合のよい n_s を横軸に取つた k_a, c_m, η_h 等の曲線を引く事が出来る。

上式の計算に於て $\varepsilon, \eta_s, \zeta, \xi$ に如何なる値を取るべきかに就ては詳細な實驗結果が無いものもあるので正確には述べられないが大体の見當は以下の様である。 ε は一定の型の翼に於ても流入角、レノルズ数、翼面の仕上り工合、並び方等によつて異なるであらうし、翼の型によつても異なるが、大型カブラン水車の成績から想像すると⁽¹³⁾最小値は 0.01 程度の様であり、單獨翼の風洞試験結果から想像して水車に用ひられる様な翼型では最小値が 0.013~0.03 の間位であらう。 η_s は高速水車に用ひられる比較的良好的吸出管では 0.7~0.85 程度であると云はれて居る。又 ζ は 0.03~0.15 程度と想像されるがその値は水車の大きさ、導き羽根、導き羽根出口から羽根車入口迄の通路の模様等によつて異なり、又比較回轉度の大きいものは導き羽根を高く造るため比較回轉度が大きくなるにつれて ζ は小さい値を取るであらう。 ξ は廣り管の實驗結果から想像して 0.2 程度であらう。

m の値は翼を動かす事が来る水車ではその機構を入れるに必要な大きさから最小値が決定されるであらう。又渦巻運動をなして居る羽根車入口迄の部分には渦動心を生ずべく、殻径は少なくともこの渦動心の直径⁽¹⁴⁾よりも大きくなければならぬ。實例では $m=0.4$ 附近が最も多い様である。

以上は設計のはじめにあたり適當に選ばれた $\varepsilon, \eta_s, \zeta, \xi$, 及び m の値に於て最も効率のよい水車の寸法を決定する方法

(11) この考へ方は“生源寺順, 下山美徳「水車吸出管中の流れに関する實驗」機械學會誌第 35 卷, 昭和 7 年”に於て實驗と相當よく一致する事が間接に證明されて居る。

(12) 省略のために η_h に起る誤差は k_a が大きい程又 m が大きい程小さくなり最高効率の近くでは $m=0.3, k_a=1.5$ で約 0.6%, $m=0.5, k_a=3.0$ に於て 0.0% 程度である。

(13) 附録 2 参照

(14) 脚註 (11) 参照

を述べたのであるが、若し何等かの都合によつて効率は幾らか犠牲にしても水車の外径を小さくしたい様な場合にはその水車の正規状態として選ばれた k_a , c_m の値を (25) 式に入ればその水車の最高水力効率を求める事が出来る。

数値の計算
計算の 1
例として
 $\varepsilon=0.018$,
 $\eta_s=0.8$, ζ
 $=0.1$, $\xi=$
 0.2 と取つ
て $m=0.3$,
 $0.4, 0.5, 0.6$
の 4 通りの
場合に就て

第3図 k_a , c_m , η_h と n_s' の関係

η_h を極大にする様な k_a , c_m , η_h を
 $n_s' = 575.7 \eta_h^{1/2} (1 - m^2)^{1/2} c_m^{1/2} k_a \dots$
(m, kg, s 単位) (27)

を横軸に取つて図示すると第3圖の様である。 n_s の代りに n_s' を横軸に選んだのは場合によつて相當異なるであらう機械効率の影響を除くためである。圖には比較のため $n_s' = n_s / \eta_m^{1/2} = n_s / (0.99)^{1/2}$ で換算した Thoma 氏の k_a の値をも圖示した。Pantell 氏の k_a の値は比較回轉度が 500 と 600 の間では大体一致する様であるが n_s が大きくなると氏の k_a は小さくなり、 n_s が小さくなると大きくなる。圖に就て見ると一定の m に對しては水力効率は比較回轉度が大きくなるに従つて少しづつ悪くなり、 k_a はほぼ直線的に増加して居る。又同一比較回轉度に於ては m が大きくなれば η_h はわづかに悪くなり、 k_a , c_m は共に大きくなる。

次に ε のみが變化した場合には k_a , c_m , は如何に變化するかを見るため $m=0.4$, $\eta_s=0.8$, $\zeta=0.1$, $\xi=0.2$ の場合に於て $\varepsilon=0.018$ と $\varepsilon=0.023$ に就て計算した最高水力効率のときの値を第4圖に示す。圖に於て見られる如く ε が大きくなると η_h は悪くなり、 c_m は大きくなるが k_a は僅に小さくなるのみであり變化は無い。

ε と m が變らないで η_s , ζ , ξ が變化した場合を第5圖に示す(圖の場合は ξ のみは影響が少ないので同一に取つて

昭和 10 年 5 月]

居る)。圖を見ると知られる様に吸出管の効率がよくなり、羽根車入口迄の損失も小さくなれば同一比較回轉度に於て水力効率はよくなり、 c_m は大きくなり、 k_a は小さくなる。即ち

良好な吸出管を用ひ、同時に導き羽根及び羽根車入口迄の通路の損失が少ない場合にはその水車の効率がよくなるばかりで無く直径も小さくてよい事が知られる。

第4圖 ε が變つた場合

揚力係数の値

羽根率を設計する場合に任意の半径における翼の持つべき揚力係数は $v_{u2}=0$ の場合には次の如くして計算される。今 (6) 式より

$$\Gamma = \frac{1}{2} c_a l w'$$

$$= \frac{1}{2} c_a l \sqrt{v_m^2 + \left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2}\right)^2}$$

を得る。又

$$\left(u - \frac{v_{u1} + v_{u2}}{2}\right)^2 = \left(u - \frac{v_{u1}}{2} + \frac{\Gamma'}{2t}\right)^2$$

$$= \left(u - \frac{C}{2r}\right)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon C}{v_m r}\right)$$

であるから

$$\Gamma = \frac{1}{2} c_a l \sqrt{v_m^2 + \left(u - \frac{C}{2r}\right)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon C}{v_m r}\right)}$$

を得る。これを (16) 式と等しいと置いて c_a を求むれば

$$c_a = \frac{\frac{2C}{r} \left(1 + \varepsilon \frac{u - \frac{C}{2r}}{v_m}\right)}{\sqrt{v_m^2 + \left(u - \frac{C}{2r}\right)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon C}{v_m r}\right)}} \frac{t}{l}$$

$$= \frac{\frac{2C}{r}}{\sqrt{v_m^2 + \left(u - \frac{C}{2r}\right)^2}}$$

$$\left(1 + \varepsilon \frac{u - \frac{C}{2r}}{v_m}\right) \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon C}{v_m r} \frac{\left(u - \frac{C}{2r}\right)^2}{v_m^2 + \left(u - \frac{C}{2r}\right)^2}\right] \frac{t}{l}$$

$$\frac{2C}{r} \sqrt{v_m^2 + \left(\omega r - \frac{C}{2r}\right)^2}$$

$$\left\{ 1 + \varepsilon \frac{\omega r - \frac{C}{2r}}{v_m} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\frac{C}{r} \left(\omega r - \frac{C}{2r} \right)}{v_m^2 + \left(\omega r - \frac{C}{2r} \right)^2} \right] \right\} \frac{t}{l}$$

を得る。この式に (2), (15) の関係を入れると

$$\left. \begin{aligned} c_a &= \frac{\eta_h}{ak_a \sqrt{c_m^2 + \left(ak_a - \frac{\eta_h}{4ak_a} \right)^2}} (1 + \varepsilon \Delta) \frac{t}{l} \\ \Delta &= \frac{ak_a - \frac{\eta_h}{4ak_a}}{c_m} \left[1 - \frac{1}{4} \frac{\frac{\eta_h}{ak_a} \left(ak_a - \frac{\eta_h}{4ak_a} \right)}{c_m^2 + \left(ak_a - \frac{\eta_h}{4ak_a} \right)^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

である。ここで $a = r/r_a$ で m と 1 の間に變化する値である。(28) 式で知られる様に比較回轉度の小さい水車 (k_a が小さい場合) で轂の径を小さく取ると (m が小さい場合) 翼の根元近くでは非常に大きい c_a の値を有する様に設計せねばならぬが、

その場合にも ε が可なり大きくなる様な事が起ればかへつて全体の効率が悪くなる様になる。その際はむしろ m を大きく取る方が設計には都合よくなるであらう。

翼の傾きは (28) 式で計算された揚力係数とはじめに假定した ε の値を有する様適當に選ばれた翼型に就て入射角を求めて決定せられるのであるが、その揚力係数は單獨翼の試験結果から求められた 2 次元流動の場合の同一入射角に於る揚力係数の大さとは幾らか異なるはずである。この兩者間の関係に就ては最近理論的に大いに論ぜられて居るからその點は諸大家の説を参照したい。

結 論

軸流プロペラ水車の大きさを決定するために水車入口部、羽根車内、吸出管に起る損失を最小にする條件を滿足する様に k_a , c_m , η_h の値を比較回轉度の函數としてあらはす事が出来た。得られた結果から述べられる事は各部に起る損失即ち ε , η_s , ζ , ξ の値及び m の大きさによつてその場合に最適の羽根車直径を決定すべき k_a 或は c_m の値は同一比較回轉度

に對しても大いに異なる事があるから設計に際しては各々の場合に就て (26), (25), (27) の諸式によつて最適の値を求めて使用すべきである。その際任意の半径に於る翼の揚力係數

第 7 圖 Ryburg-Schwörstadt のカプラン水車効率と計算の比較

は (28) 式に依つて計算する事が出来る。又吸出管効率をよくし、 ζ を小さくする事は水力効率をよくするのみでは無く、水車直径を小さくする事が出来るので高速水車では特に吸出管の改良と同時に導き羽根及び羽根車入口迄の通路に起る損失を少な

くする事に注意せねばならぬ。

拙筆するにあたり種々御指導を賜つた生源寺先生に對し茲に謹んで感謝の意を表す。又羽根車の損失を計算するに當り沼知博士の論文によつて教へられた點が多い事を記して謝意を表す。なほ面倒な數値の計算を手傳つていただいた吉永君、圖面作製の勞をわづらはした森君に御禮申し上げる。

附 録

1. $v_{u2}=0$ の條件のもとで水車羽根車のみの効率 η_R を出すには (18) 式より

$$\eta_R = \frac{\gamma Q H \eta_h}{\gamma Q H \eta_h + N_R}$$

$$= \frac{1}{1 + 2\varepsilon \left(\frac{u_a}{3v_m} \frac{1+m+m^2}{1+m} + \frac{v_m}{u_a} \frac{1}{1+m} - \frac{C}{2v_m r_a} \frac{1}{1+m} \right)}$$

であらはされる。

2. 大型カプラン水車では翼のレイノルズ数は 10^8 程度で、この様に大きいレイノルズ數に對する ε の値の最小が如何なる大さを取るかを見當つけるために Lilla Edet 及び Ryburg-Schwörstadt の兩カプラン水車の試験成績の最高効率の點近くに於て (25) 式で計算した $\eta_h=0.01$ の値も同様の最高効率をあらはす様にして ε と $[(1-\eta_s)(1-m^2)^2 + \xi m^4 + \zeta]$ の値を定めた。第 6 圖及び第 7 圖にはそれ等の値、水車の試験成績より得た効率の曲線及び上述の如くして得た諸値が c_m が變化して同じ値を取るものとして (25) 式で計算した $\eta_h=0.01$ の値を示す。兩者の間の効率の差は主として最高効率の場合から c_m の値が變化すると ε の値が大きくなる事と v_{u2} が 0 で無くなる事によつて起つた損失であると想像される。