輻車輪の強さに関する研究(第1報)⁽¹⁾

(昭和 11 年 4 月 5 日 第 3 回工学会大会講演會に於て講演)

正員 永島 菊三郎²

摘 要

輻輪心に外輪を焼嵌め、車軸を力嵌めした場合に、外輪、輪心及び車軸に生ずる應力並に外輪とリムとの間及び轂と車軸との間に生ずる圧力を計算で求めた。その結果輻車輪に於ては輻の影響は相當大きく、外輪とリムとの間及び轂と車軸との間に生ずる圧力は、何れも輻の中心線の位置で最大となり、輻と輻との中間に於て最小となることが解つた。斯様に計算で求めた圧力分布状態、應力分布状態及び変形は光弾性に依る実験結果及び実物車輪における測定結果と良く一致する。

1. 緒 言

輻車輪は古くから使用され、特に鉄道車輛用車輪としては今日尙盛に使用されてゐる。この輻車輪の強さに関する実験的研究としては Coker 教授⁽³⁾及び湯淺博士⁽⁴⁾の光弾性学的実験結果がある。これ等の光弾性に依る実験は夫々興味ある結果を示してゐるが、輻車輪の強さに関する一般的結論は示されてない。又輻車輪の焼嵌めに依り外輪、輪心リム及び輻に生ずる應力並に垂直荷重に依る輻の應力等に就ての理論的研究としては野口助教授⁽⁵⁾及び Kreissig 氏⁽⁶⁾の論文が発表されてゐる。

然して Kreissig 氏の計算では、輻に依るリム及び外輪の曲りを全然考慮してゐない。然るに野口助教授の計算では輻に依るリム及び外輪の曲りを考へその影響を論じてゐるが、リム及び外輪の曲りに就ては所謂一次元的計算法を用ひてゐるので、焼嵌めに依つてリムと外輪との間に生ずる圧力は輻の影響を受けないとの結論に到達してゐる。然るに Coker 教授の実験結果では、このリムと外輪との間の圧力は輻のある部分で最大値を有し、輻と輻との中央で最小値を有すると報告されてゐる。筆者は外輪、輪心のリムと轂及び軸に就ては平面の問題とし、輻は單純圧縮を受けるものとして、次の三つの場合における外輪、輪心及び軸に生ずる應力を計算で求めた。

(1) 輻輪心のリムに外輪を焼嵌めした場合

(2) 輻輪心の轂に車軸を力嵌めした場合

(3) リムには外輪を焼嵌めし轂には車軸を力嵌めした場合

第 1 圖 平面の問題に考へた輻車輪

第 2 圖

2. 外輪、リム轂及び軸の應力及び変形

一般に平面應力の問題に於ては χ を應力函数とし、 z 軸を今考へてゐる平面に垂直の方向にとれば次式が成立つ⁽⁷⁾。

$$\nabla^2 \chi = \Theta_0 + \beta z \dots\dots\dots (1)$$

茲に β は常数、 Θ_0 は平面調和函数である。即ち

$$\nabla^2 \Theta_0 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

然るに應力、変位等の z 方向における平均値を取扱ふことゝすれば次式が成立する。

$$\nabla^4 \chi = 0 \dots\dots\dots (3)$$

茲で円柱座標を用ふれば

$$\nabla^4 = \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right\}^2$$

然して半径方向の垂直應力 $\widehat{rr}$ 、円周方向の垂直應力 $\widehat{\theta\theta}$ 及び剪断應力 $r\widehat{\theta}$ は次式で與へられる⁽⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{rr} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} \\ \widehat{\theta\theta} &= \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} \\ r\widehat{\theta} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

次に u_r, u_θ = 半径方向及び円周方向の変位⁽⁸⁾

とすれば変位と應力との間には次の関係がある。

(7) Love; Mathematical Theory of Elasticity, Fourth edition, 206 頁. (8) これ等の應力及び変位等は何れも z 方向における平均値を示すものである。以下の計算に於ては一々断らないが、外輪、リム、轂等の應力及び変位の z 方向における平均値を取扱つてゐるものである。然して実用上はこの程度で充分であると思へる。

(1) A Study of the Strength of Spoked Wheels (The First Report). (2) Kikusaburō NAGASHIMA, Member, Sumitomo Metal Industries, Steel Works. 住友金属工業会社製鋼所. (3) E. G. Coker; Engng. Vol. 131 (1931) 708 頁. (4) 湯淺龜一外 2 名、偏光弾性現象における光学的流れに就て本會誌 第 36 卷 (昭和 8 年) 447 頁. (5) 野口尚一、輪心及び外輪ノ強サニ關スル研究 鉄道省車輛研究会特別委員會経過報告 (昭和 9 年 11 月発行) 38 頁参照. (6) E. Kreissig; Glasers Annalen Bd. 113 (1933) 65 頁.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \frac{1}{E}(\widehat{rr} - \sigma \widehat{\theta\theta}) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} &= \frac{1}{E}(\widehat{\theta\theta} - \sigma \widehat{rr}) \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} &= \frac{1}{G} r \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

茲に E =弾性係数、 σ =ポアソン比、 G =剪断弾性係数である。

以上の (3), (4) 及び (5) の式より應力及び変位を求め、これ等に含れてある積分定数を、與へられた境界條件を満足する様に選べば良い。第 1 図に示す様な輻輪心に外輪を焼嵌め、或は車軸を力嵌めする場合には、相隣れる輻間の角を $2a$ とし、製作上の誤差その他の不同が無いものとするれば、應力も変位も角 $2a$ だけ増加する毎に同一値を採らねばならぬ。従つて χ は θ に就ては $2a$ を週期とする週期函数の筈である。又應力及び変位は輻の中心線に対しては対称でなければならぬから、 θ を輻の中心線即ち OA 軸より測るものとするれば、 χ は θ に就ては偶函数でなければならぬ。今 (3) 式を満足し且 θ に就て $2a$ なる週期を有する偶函数を求めれば次の様になる。

$$\begin{aligned} \chi &= K_1 r^2 \log r + K_2 r^2 + K_3 \log r + K_4 \\ &+ \sum_1^\infty \left\{ \frac{A_n}{\frac{\pi n}{a} + 1} r^{\pi n/a + 2} + \frac{B_n}{-\frac{\pi n}{a} + 1} r^{-\pi n/a + 2} \right. \\ &\left. + C_n r^{\pi n/a} + D_n r^{-\pi n/a} \right\} \cos \frac{\pi n}{a} \theta \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

(4), (5) 及び (6) 式より應力及び変位を求めれば次式となる。

$$\begin{aligned} \widehat{rr} &= K_2 + \frac{K_3}{r^2} \\ &- \sum_1^\infty \left\{ \left(\frac{\pi n}{a} - 2 \right) A_n r^{\pi n/a} - \left(\frac{\pi n}{a} + 2 \right) B_n r^{-\pi n/a} \right. \\ &+ \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} - 1 \right) C_n r^{\pi n/a - 2} \\ &\left. + \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} + 1 \right) D_n r^{-\pi n/a - 2} \right\} \cos \frac{\pi n}{a} \theta \\ \widehat{\theta\theta} &= K_2 - \frac{K_3}{r^2} \\ &+ \sum_1^\infty \left\{ \left(\frac{\pi n}{a} + 2 \right) A_n r^{\pi n/a} + \left(-\frac{\pi n}{a} + 2 \right) B_n r^{-\pi n/a} \right. \\ &+ \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} - 1 \right) C_n r^{\pi n/a - 2} \\ &\left. + \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} + 1 \right) D_n r^{-\pi n/a - 2} \right\} \cos \frac{\pi n}{a} \theta \\ r \theta &= \sum_1^\infty \left\{ \frac{\pi n}{a} A_n r^{\pi n/a} + \frac{\pi n}{a} B_n r^{-\pi n/a} \right. \\ &+ \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} - 1 \right) C_n r^{\pi n/a - 2} \\ &\left. - \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} + 1 \right) D_n r^{-\pi n/a - 2} \right\} \sin \frac{\pi n}{a} \theta \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

昭和 11 年 11 月]

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{1}{E} \left\{ K_2 (1 - \sigma) r - \frac{K_3}{r} (1 + \sigma) \right. \\ &+ \frac{1}{E} \sum_1^\infty \left[\frac{A_n r^{\pi n/a + 1}}{\frac{\pi n}{a} + 1} \left\{ -\frac{\pi n}{a} (1 + \sigma) + 2(1 - \sigma) \right\} \right. \\ &+ \frac{B_n r^{-\pi n/a + 1}}{-\frac{\pi n}{a} + 1} \left\{ \frac{\pi n}{a} (1 + \sigma) + 2(1 - \sigma) \right\} \\ &\left. - C_n r^{\pi n/a - 1} \frac{\pi n}{a} (1 + \sigma) + D_n r^{-\pi n/a - 1} \frac{\pi n}{a} (1 + \sigma) \right] \cos \frac{\pi n}{a} \theta \\ u_\theta &= \frac{1}{E} \sum_1^\infty \left[\frac{A_n r^{\pi n/a + 1}}{\frac{\pi n}{a} + 1} \left\{ \left(\frac{\pi n}{a} + 2 \right) (1 + \sigma) + 2(1 - \sigma) \right\} \right. \\ &+ \frac{B_n r^{-\pi n/a + 1}}{-\frac{\pi n}{a} + 1} \left\{ -\left(\frac{\pi n}{a} + 2 \right) (1 + \sigma) - 2(1 - \sigma) \right\} \\ &\left. + C_n r^{\pi n/a - 1} \frac{\pi n}{a} (1 + \sigma) + D_n r^{-\pi n/a - 1} \frac{\pi n}{a} (1 + \sigma) \right] \sin \frac{\pi n}{a} \theta \end{aligned} \dots\dots\dots (8)$$

但し (7) 及び (8) 式に於ては $K_1 = 0$ としてある。これは対称の條件に依り $\theta = 0$ 及び $\theta = a$ に於て $u_\theta = 0$ なるを要するためである。又中実車輪の場合には $r = 0$ に於て $u_r = 0$ なるを以て次式が成立する。

$$K_3 = B_n = D_n = 0 \dots\dots\dots (9)$$

3. 境界条件

第 1 図に示す様な輻輪心に外輪を焼嵌め、車軸を力嵌めした場合には次の境界條件を満足せねばならぬ。

(a) 外輪に対する境界條件

焼嵌めに依つて外輪とリムとの間に生ずる圧力を p とすれば次の様に表される筈である。

$$p = \sum_0^\infty p_n \cos \frac{\pi n}{a} \theta \dots\dots\dots (10)$$

今外輪に生ずる應力及び変位を $\widehat{rr}'$, $\widehat{\theta\theta}'$, $r \theta'$, u_r' 及び u_θ' で表せば次の境界條件を満足せねばならぬ。

$$r = R_1 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} \widehat{rr}' &= 0 \\ r \theta' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$r = R_0 \text{ に於て } \widehat{rr}' = -p \dots\dots\dots (12)$$

(b) リムに対する境界條件

リムに生ずる應力及び変位を $\widehat{rr}$, u_r 等とすれば外輪の場合と同様に次式が成立するを要す。

$$r = R_0 \text{ に於て } \widehat{rr} = -p \dots\dots\dots (13)$$

輻とリムとの境界における円周方向及び半径方向應力並に剪断應力を $\widehat{\theta\theta}_2$, $\widehat{rr}_2$, $r \theta_2$ とすれば

$$r = R_2 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} \widehat{rr} &= \widehat{rr}_2 \\ r \theta &= r \theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$\widehat{\theta\theta} = \widehat{\theta\theta}_2 \dots\dots\dots (15)$$

(c) 外輪とリムとの接触面における条件

焼嵌め前における外輪の内半径を R_0' とし、リムの外半径を R_0 とすれば一般に、 $\varepsilon = (R_0 - R_0')/R_0$ を締代又は焼嵌め代と云ひ、1/1,000 程度のものである。然して外輪とリムとが焼嵌めされた状態に於ては次の条件が満足されねばならぬ。

$$r=R_0 \text{ に於て } u_r' - u_r = \varepsilon R_0 \quad (16)$$

又外輪とリムとの間では滑りを生じないものとすれば次式が成立するを要す。

$$r=R_0 \text{ に於て } u_\theta' = u_\theta \quad (17)$$

$$r\theta' = r\theta \quad (18)$$

(d) 轆に対する境界条件

力嵌めに依つて車軸と轆との間に生ずる圧力を p' とすれば (10) 式と同様に

$$p' = \sum_0^\infty p_n' \cos \frac{\pi n}{a} \theta \quad (19)$$

となる。今轆に生ずる應力及び変位を $\widehat{rr}'$, u_r' 等とし、轆と輻との境界における應力を $\widehat{rr}_3$, $\widehat{r\theta}_3$ 及び $\widehat{\theta\theta}_3$ とすれば次の境界条件が満足されねばならぬ。

$$r=R_3 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} \widehat{rr}' &= \widehat{rr}_3 \\ \widehat{r\theta}' &= \widehat{r\theta}_3 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\widehat{\theta\theta}' = \widehat{\theta\theta}_3 \quad (21)$$

$$r=R_4 \text{ に於て } \widehat{rr}' = -p' \quad (22)$$

(e) 軸に対する境界条件

軸の應力及び変位を $\widehat{rr}'''$, u_r''' 等とすれば境界条件は次の様である。

$$r=R_5 \text{ に於て } \widehat{rr}''' = \widehat{r\theta}''' = 0 \quad (23)$$

$$r=R_4 \text{ に於て } \widehat{rr}''' = -p' \quad (24)$$

中実軸の場合には (23) 式の代りに (9) 式を用ふれば良い。

(f) 轆と軸との接触面における条件

轆に車軸を力嵌めする時の嵌代を ε' とすれば (c) と同様に次の関係が成立つを要す。

$$r=R_4 \text{ に於て } u_r'' - u_r''' = \varepsilon' R_4 \quad (25)$$

$$u_\theta'' = u_\theta''' \quad (26)$$

$$r\theta'' = r\theta''' \quad (27)$$

(g) 輻に対する境界条件

輻に生ずる應力及び変位を $\widehat{rr}_s$, u_{rs} 等とすれば

$$r=R_3 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} \widehat{rr}_s &= \widehat{rr}_3 \\ \widehat{r\theta}_s &= \widehat{r\theta}_3 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\widehat{\theta\theta}_s = \widehat{\theta\theta}_3 \quad (29)$$

$$r=R_2 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} \widehat{rr}_s &= \widehat{rr}_2 \\ \widehat{r\theta}_s &= \widehat{r\theta}_2 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\widehat{\theta\theta}_s = \widehat{\theta\theta}_2 \quad (31)$$

を満足し且次式が成立するを要す。

$y = \pm b$ に於て

$$Y_y = X_y = 0 \quad (32)$$

茲で x, y は第2図に示す様に輻の中心線の方及びこれに直角に採つた座標軸であつて、 Y_y, X_y は y 軸に直角なる面に生ずる垂直應力及び剪断應力である。これ等は應力函数に依つて次の様に表される。

$$X_x = \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2}, \quad Y_y = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2}, \quad X_y = -\frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y} \quad (4')$$

尙輻とリム及び輻と轆との境界に於ては連続の条件より次式が成立するを要す。

$$r=R_2 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} u_{rs} &= u_r \\ u_{\theta s} &= u_\theta \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

$$r=R_3 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} u_{rs} &= u_r'' \\ u_{\theta s} &= u_\theta'' \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

以上 (a) 乃至 (g) の条件を總て満足する様に積分定数を決定すればよい。

次に (a), (b) 及び (c) の条件に就て考へて見るに、(12) 式に (7) 式を代入すれば次の様になる。但し $\widehat{rr}'$, u_r' 等に対する積分定数を K_2' , K_3' , A_n' 等とする。

$$\begin{aligned} K_2' + \frac{K_3'}{R_0^2} - \sum_1^\infty \left\{ \left(\frac{\pi n}{a} - 2 \right) A_n' R_0^{\pi n/a} - \left(\frac{\pi n}{a} + 2 \right) B_n' R_0^{-\pi n/a} \right. \\ \left. + \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} - 1 \right) C_n' R_0^{\pi n/a-2} \right. \\ \left. + \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} + 1 \right) D_n' R_0^{-\pi n/a-2} \right\} \cos \frac{\pi n}{a} \theta \\ = - \sum_0^\infty p_n \cos \frac{\pi n}{a} \theta \quad (12') \end{aligned}$$

同様に (13), (16), (17), (18) 式より次の関係を得。

$$\begin{aligned} K_2 + \frac{K_3}{R_0^2} - \sum_1^\infty \left\{ \left(\frac{\pi n}{a} - 2 \right) A_n R_0^{\pi n/a} - \left(\frac{\pi n}{a} + 2 \right) B_n R_0^{-\pi n/a} \right. \\ \left. + \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} + 1 \right) C_n R_0^{\pi n/a-2} \right. \\ \left. + \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a} + 1 \right) D_n R_0^{-\pi n/a-2} \right\} \cos \frac{\pi n}{a} \theta \\ = - \sum_0^\infty p_n \cos \frac{\pi n}{a} \theta \quad (13') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_2'(1-\sigma)R_0 - \frac{K_3'}{R_0}(1+\sigma) + \sum_1^\infty \left[\frac{A_n'R_0^{\pi n/a+1}}{\frac{\pi n}{a}+1} \left\{ -\frac{\pi n}{a}(1+\sigma) \right. \right. \\ \left. \left. + 2(1-\sigma) \right\} + \frac{B_n'R_0^{-\pi n/a+1}}{-\frac{\pi n}{a}+1} \left\{ \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) + 2(1-\sigma) \right\} \right. \\ \left. - C_n'R_0^{\pi n/a-1} \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) + D_n'R_0^{-\pi n/a-1} \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) \right] \cos \frac{\pi n}{a} \theta \\ - K_2(1-\sigma)R_0 + \frac{K_3}{R_0}(1+\sigma) - \sum_1^\infty \left[\frac{A_n R_0^{\pi n/a+1}}{\frac{\pi n}{a}+1} \left\{ -\frac{\pi n}{a}(1+\sigma) \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +2(1-\sigma)\left\} + \frac{B_n R_0^{-\pi n/\alpha+1}}{-\frac{\pi n}{a}+1} \left\{ \frac{\pi n}{a}(1+\sigma)+2(1-\sigma) \right\} \\
& - C_n R_0^{\pi n/\alpha-1} \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) + D_n R_0^{-\pi n/\alpha-1} \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) \left] \cos \frac{\pi n}{a} \theta \right. \\
& = \varepsilon R_0 E \dots \dots \dots (16') \\
& \sum_1^{\infty} \left[\frac{A_n' R_0^{\pi n/\alpha+1}}{\frac{\pi n}{a}+1} \left\{ \left(\frac{\pi n}{a}+2 \right) (1+\sigma)+2(1-\sigma) \right\} \right. \\
& + \frac{B_n' R_0^{-\pi n/\alpha+1}}{-\frac{\pi n}{a}+1} \left\{ -\left(-\frac{\pi n}{a}+2 \right) (1+\sigma)-2(1-\sigma) \right\} \\
& + C_n' R_0^{\pi n/\alpha-1} \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) + D_n' R_0^{-\pi n/\alpha-1} \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) \left] \sin \frac{\pi n}{a} \theta \right. \\
& = \sum_1^{\infty} \left[\frac{A_n R_0^{\pi n/\alpha+1}}{\frac{\pi n}{a}+1} \left\{ \left(\frac{\pi n}{a}+2 \right) (1+\sigma)+2(1-\sigma) \right\} \right. \\
& + \frac{B_n R_0^{-\pi n/\alpha+1}}{-\frac{\pi n}{a}+1} \left\{ -\left(-\frac{\pi n}{a}+2 \right) (1+\sigma)-2(1-\sigma) \right\} \\
& + C_n R_0^{\pi n/\alpha-1} \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) + D_n R_0^{-\pi n/\alpha-1} \frac{\pi n}{a}(1+\sigma) \left] \sin \frac{\pi n}{a} \theta \right. \\
& \dots \dots \dots (17') \\
& \sum_1^{\infty} \left[\frac{\pi n}{a} A_n' R_0^{\pi n/\alpha} + \frac{\pi n}{a} B_n' R_0^{-\pi n/\alpha} \right. \\
& + \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a}-1 \right) C_n' R_0^{\pi n/\alpha-2} \\
& - \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a}+1 \right) D_n' R_0^{-\pi n/\alpha-2} \left] \sin \frac{\pi n}{a} \theta \right. \\
& = \sum_1^{\infty} \left[\frac{\pi n}{a} A_n R_0^{\pi n/\alpha} + \frac{\pi n}{a} B_n R_0^{-\pi n/\alpha} \right. \\
& + \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a}-1 \right) C_n R_0^{\pi n/\alpha-2} \\
& - \frac{\pi n}{a} \left(\frac{\pi n}{a}+1 \right) D_n R_0^{-\pi n/\alpha-2} \left] \sin \frac{\pi n}{a} \theta \right. \\
& \dots \dots \dots (18')
\end{aligned}$$

以上の 5 式より次の (35) 及び (36) 式を得。

$$A_n' = A_n, \quad B_n' = B_n, \quad C_n' = C_n, \quad D_n' = D_n \dots \dots \dots (35)$$

$$\begin{aligned}
& K_2'(1-\sigma)R_0 - \frac{K_3'}{R_0}(1+\sigma) - K_2(1-\sigma)R_0 + \frac{K_3}{R_0}(1+\sigma) \\
& = \varepsilon R_0 E \dots \dots \dots (36)
\end{aligned}$$

又 (14) 式の $\widehat{rr}_2$, $\widehat{r\theta}_2$ は次式の様に表される筈である。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{rr}_2 &= \sum_0^{\infty} Q_n \cos \frac{\pi n}{a} \theta \\ \widehat{r\theta}_2 &= \sum_1^{\infty} S_n \sin \frac{\pi n}{a} \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (37)$$

従つて (13) 式、(14) の第 1 式及び (37) の第 1 式より K_2 及び K_3 に対する次の 2 式を得。

$$K_2 + \frac{K_3}{R_0} = -p_0$$

昭和 11 年 11 月]

$$K_2 + \frac{K_3}{R_0} = Q_0$$

上式より K_2 及び K_3 を次の様に求め得る。

$$\left. \begin{aligned} K_2 &= -\frac{Q_0 R_0^2 + p_0 R_0^2}{R_0^2 - R_2^2} \\ K_3 &= \frac{R_0^2 R_2^2}{R_0^2 - R_2^2} (Q_0 + p_0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (38)$$

同様に (11) の第 1 式及び (12) 式より K_2' , K_3' が次の様に求められる。

$$\left. \begin{aligned} K_2' &= \frac{p_0 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \\ K_3' &= -\frac{p_0 R_0^2 R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (39)$$

(36) 式に (38), (39) 式を代入すれば次の様になる。

$$\left\{ \frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} + \frac{R_0^2 + R_2^2}{R_0^2 - R_2^2} \right\} p_0 = E\varepsilon - \frac{2R_2^2}{R_0^2 - R_2^2} Q_0 \dots (36')$$

(36') 式に依り Q_0 が解れば ε と p_0 との関係を得。(36') 式はその形より見れば、 ε なる焼嵌め代を以て組立てられた二層円筒の内面に $-Q_0$ なる圧力が作用した場合に、焼嵌め面に生ずる圧力 p_0 を與へる式である。従つて (36') 式と (35)

式とに依り問題は内半径 R_2 , 外半径 R_0 なる円筒と、内半径 $R_0(1-\varepsilon)$, 外半径 R_1 なる円筒とを焼嵌めして作った二層円筒に、(11), (14) 及び (15) 式で表される境界条件を與へた場合と全く同様に解くことが出来る。

同様に轆と車軸に対する問題は嵌代入 ε' を以て力嵌めされた、外半径 R_3 , 内半径 R_5 なる二層円筒 (中実軸の場合には外半径

R_3 なる円柱) に (20), (21) 及び (23) 式 (中実軸の場合には (23) 式の代りに (9) 式) の境界条件を與へた場合と同様になることが証明し得る。

以上は第 1 図に示す様な外輪も輻輪心も車軸も總て z 方向には同じ厚さを有する場合であるが、実際に使用されてゐる鉄道車輛用輻車輪ではその一例を第 3 図に示す様に z 方向の厚さも異なり形も複雑である。今 h_t = 外輪の巾

$$\begin{aligned} h_r &= \text{リムの巾} & h_b &= \text{轆の長さ} \\ \varphi &= h_r/h_t & \varphi' &= h_r/h_b \end{aligned}$$

とし、尙外輪とリムとの間に焼嵌めに依つて (10) 式で示される圧力が生じた場合に、外輪とリムの厚さの相違に依る影響を考へて次の条件⁽⁹⁾を用ひる。

(9) 外輪の焼嵌めの問題に於ては屢斯様な條件が用ひられてゐる。例へば脚註 (3), (4) 及び R. Scheck; Organ, 1932, 283-288 及び 375-381 頁等。然してこれ等の論文に於ては、別に明言してゐないが、本文の計算の様に應力及び変位に就ては、その z 方向の平均値を取扱ふものとすれば當然置き得る條件である。

第 3 図 計算例の輻車輪

リムの境界条件としては (13) 式が成立つが、外輪の境界条件としては (12) 及び (18) 式の代りに次の式が成立つ。

$$r=R_0 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} \widehat{rr}' &= -\varphi p \\ \widehat{r\theta}' &= \varphi r\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(40)$$

斯様な条件を用ひれば (35) 式の代りに次の式が與へられる。

$$\left. \begin{aligned} A_n' &= \frac{1+\sigma}{4} R_0^{-\pi n/\alpha} \left[\left(\frac{3-\sigma}{1+\sigma} + \varphi \right) A_n R_0^{\pi n/\alpha} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\pi n}{\alpha} + 1 \right) (1-\varphi) B_n R_0^{-\pi n/\alpha} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi n}{\alpha} \left(\frac{\pi n}{\alpha} + 1 \right) (1-\varphi) D_n R_0^{-\pi n/\alpha-2} \right] \\ B_n' &= \frac{1+\sigma}{4} R_0^{\pi n/\alpha} \left[\left(\frac{\pi n}{\alpha} - 1 \right) (1-\varphi) A_n R_0^{\pi n/\alpha} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{3-\sigma}{1+\sigma} + \varphi \right) B_n R_0^{-\pi n/\alpha} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi n}{\alpha} \left(\frac{\pi n}{\alpha} - 1 \right) (1-\varphi) C_n R_0^{\pi n/\alpha-2} \right] \\ C_n' &= R_0^{-\pi n/\alpha+2} \left[-\frac{(1-\sigma)(1-\varphi)}{2(\pi n/\alpha)} A_n R_0^{\pi n/\alpha} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\pi n/\alpha)^2 (1+\sigma) + 2(1-\sigma)}{4(\pi n/\alpha)(\pi n/\alpha-1)} (1-\varphi) B_n R_0^{-\pi n/\alpha} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \varphi + \frac{1+\sigma}{4} (1-\varphi) \right\} C_n R_0^{\pi n/\alpha-2} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\pi n}{\alpha} + 1 \right) (1-\varphi) \frac{1+\sigma}{4} D_n R_0^{-\pi n/\alpha-2} \right] \\ D_n' &= R_0^{\pi n/\alpha+2} \left[\frac{(\pi n/\alpha)^2 (1+\sigma) + 2(1-\sigma)}{4(\pi n/\alpha)(\pi n/\alpha+1)} \right. \\ &\quad \times (1-\varphi) A_n R_0^{\pi n/\alpha} + \frac{(1-\sigma)(1-\varphi)}{2(\pi n/\alpha)} B_n R_0^{\pi n/\alpha} \\ &\quad \left. + \left(\frac{\pi n}{\alpha} - 1 \right) (1-\varphi) \frac{1+\sigma}{4} C_n R_0^{\pi n/\alpha-2} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \varphi + \frac{1+\sigma}{4} (1-\varphi) \right\} D_n R_0^{-\pi n/\alpha-2} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

又 (40) の条件を用ひれば (36) 式の K_2' , K_3' の値は次の様に成る。

$$\left. \begin{aligned} K_2' &= \frac{R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \varphi p_0 \\ K_3' &= -\frac{R_1^2 R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \varphi p_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

従つて (36) 式は次の様になる。

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{R_1^2 + R_0^2}{R_1^2 - R_0^2} \varphi \\ &+ \frac{R_0^2 + R_2^2}{R_0^2 - R_2^2} - \sigma(1-\varphi) \end{aligned} \right\} p_0 \\ = E\varepsilon - \frac{2R_2^2}{R_0^2 - R_2^2} Q_0 \dots\dots\dots(36'')$$

次に車軸と轂とを考へるに、車軸は轂より長く突出してゐるために、この突出してゐる部分の影響があるが、今はこの影響

を考慮せずに問題を解くことにする。従つて (d), (e), (f) の条件そのままを用ひれば良い。

4. 輻の應力及び変形

輻に対しては 3, (g) に述べた様な境界条件を與へ、これを満足する様に積分常数を決定すれば良いが、斯様な境界条件を完全に満足せしめることは極めて困難である。尙実際の輻車輪では輻の横断面は第 3 図に示す様なものも多く、その他複雑した形をしてゐるものもある。それで問題を簡単にするために、輻は單純圧縮を受ける柱体であると假定する。今

L = 輻の有効長さ

F_s = 輻の横断面積の平均値

P_s = 輻の受ける圧縮力

とすれば輻の縮み Δl は次式で表される。

$$\Delta l = \frac{L}{E} \frac{P_s}{F_s}$$

次にリム内面における輻方向の変位及び轂の外面上における輻方向の変位の平均値を夫々

$$\xi_2 = [u_r \cos \theta - u_\theta \sin \theta]_{r=R_2, \text{mean}}$$

$$\xi_3 = [u_r'' \cos \theta - u_\theta'' \sin \theta]_{r=R_3, \text{mean}}$$

とすれば次式が成立つ。

$$\xi_2 - \xi_3 = -\frac{L}{E} \frac{P_s}{F_s} \dots\dots\dots(43)$$

次に第 4 図に示す様に 2β 及び $2\beta'$ を輻とリム及び輻と轂の境界の中心角とすれば P_s は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} P_s &= h_r \int_{-\beta}^{\beta} p_r \cos \theta R_2 d\theta \\ P_s &= h_b \int_{-\beta'}^{\beta'} p_b \cos \theta R_3 d\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(44)$$

茲に p_r 及び p_b は夫々輻に依つてリム及び轂に加へられる直圧力である。従つて (14) の第 1 式は次の様に表し得る。

$$r=R_2 \text{ に於て}$$

$$\widehat{rr} = -p_r \dots\dots\dots(14_a)$$

今 (30) の第 1 式及び (28) の第 1 式は完全には満足されないが、(44) 式を以てこれに代へることとする。尙 (28) の第 2 式 (29) 式 (30) の第 2 式及び (31) 式等の条件に就てはこれを完全に満足せしめることは困難であるからこれらに就ては考慮せず、(43), (44) 及び (14_a) 等の式を満足せしめ輻が單純圧縮を受ける

[第 2 卷 第 9 号]

第 4 図

第 5 図 輻よりリムに作用する圧力

第 6 図 輻より轂に作用する圧力

ものとする。

以上の様な假定を置き本計算を行つたのである。従つて本計算はリムと輻との境界及び轂と輻との境界並にその附近を除外した所に適用され、斯様な個所には適用出来ないものである。然し乍らこの計算結果は斯様な境界から少し離れた部分に於ては実際と相當良く一致する筈である。

5. 計算例

第3図に示す8本の輻を有する輻車輪に就ての計算結果を次に示す。

輻よりリムに作用する圧力 p_r を $-\beta \leq \theta \leq \beta$ の範囲内で余弦的に変るものとする。

即ち

$$-\beta \leq \theta \leq \beta$$

の範囲に於ては

$$p_r = p_s \cos \frac{\pi}{2\beta} \theta$$

$$-a \leq \theta \leq -\beta \text{ 及び } a \leq \theta \leq \beta$$

の範囲内に於ては

$$p_r = 0$$

とすれば p_r は余弦級数を以て次の様に表し得る。

$$\begin{aligned} p_r = & p_s \{ 0.113, 2 \\ & + 0.219, 8 \cos(8\theta) \\ & + 0.200, 7 \cos(16\theta) \\ & + 0.172, 4 \cos(24\theta) \\ & + 0.136, 2 \cos(32\theta) \\ & + 0.098, 5 \cos(40\theta) \\ & + 0.062, 4 \cos(48\theta) + \dots \} \end{aligned} \quad (45)$$

但し茲で $\beta = 4^\circ$ とした。尚 $\pi/a = 8$ であるから (45) 式では $(\pi n/a)\theta = 8n\theta$ としてある。

同様に輻より轂に作用する圧力 p_b を

$$-\beta' \leq \theta \leq \beta'$$

の範囲に於て

$$p_b = p_s' \cos \frac{\pi}{2\beta'} \theta$$

$$-a \leq \theta \leq -\beta' \text{ 及び } a \leq \theta \leq \beta'$$

の範囲に於て

$$p_b = 0$$

とし尚 $\beta' = 9^\circ$ とすれば次式が

昭和11年11月]

成立する。

$$\begin{aligned} p_b = & p_s' \{ 0.254, 6 + 0.4372 \cos(8\theta) \\ & + 0.264, 1 \cos(16\theta) + 0.086, 6 \cos(24\theta) \\ & - 0.016, 8 \cos(32\theta) + \dots \} \end{aligned} \quad (46)$$

(45), (46) 式の級数を $n=9$ の項迄採つてその値を図示すれば第5図及び第6図のようになる。これ等の図から $n=9$ 迄採ればかなり良く p_r 及び p_b を表し得ることが解る。以下の

計算では應力及び変位の式における級数部分は第9項迄採ることにする。

(1) 輻輪心リムに外輪を焼嵌めした場合

この場合には外輪、リム及び轂に生ずる應力は (7) 式で示される。境界条件は次の様に置く。

(a) 外輪及びリムに対しては (11), (40), (13), (16), (14_a) 式及び次の (14_b) 式が成立つものとする。

$r = R_2$ に於て

$$r\theta = 0 \quad (14_b)$$

然して $r\theta$ は R_2 で一般には零とならず、或る値を有する筈であるが、前述の様に輻は単純圧縮を受けるものとして (14_b) 式が成立つものとする。

(b) 轂に対しては次の条件が成立つものとする。

$r = R_3$ に於て

$$rr' = -p_b \quad (20_a)$$

$r = R_4$ に於て

$$rr' = 0, \quad r\theta' = 0$$

然る時はリムに対する積分常数 K_2, K_3 は (37) 及び (45) 式を参照して

$$Q_0 = -p_{r0} = -0.113, 2 p_s \quad (47)$$

を (38) 式に代入して得られ、 K_2', K_3' は (42) 式で與へられる。又 p_0 は (36') 及び (47) 式に依つて與へられる。 $A_n, B_n, C_n, D_n, A_n', B_n', C_n', D_n'$ は次の聯立方程式から求め得。

第7図 輻輪心に外輪を焼嵌めした場合の應力状態

第8図 輻輪心に軸を力嵌めした場合の應力状態

$$\left. \begin{aligned} (8n-2)A_n R_2^{8n} - (8n+2)B_n R_2^{-8n} \\ + 8n(8n-1)C_n R_2^{8n-2} + 8n(8n+1)D_n R_2^{-8n-2} = p_{rn} \\ 8nA_n R_2^{8n} + 8nB_n R_2^{-8n} + 8n(8n-1)C_n R_2^{8n-2} \\ - 8n(8n+1)D_n R_2^{-8n-2} = 0 \\ (8n-2)A_n' R_1^{8n} - (8n+2)B_n' R_1^{-8n} \\ + 8n(8n-1)C_n' R_1^{8n-2} + 8n(8n+1)D_n' R_1^{-8n-2} = 0 \\ 8nA_n' R_1^{8n} + 8nB_n' R_1^{-8n} + 8n(8n-1)C_n' R_1^{8n-2} \\ - 8n(8n+1)D_n' R_1^{-8n-2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} A_n' &= \frac{1+\sigma}{4} R_0^{-8n} \left[\left(\frac{3-\sigma}{1+\sigma} + \varphi \right) A_n R_0^{8n} - (8n+1)(1-\varphi) B_n R_0^{-8n} \right. \\ &\quad \left. + 8n(8n+1)(1-\varphi) D_n R_0^{-8n-2} \right] \\ B_n' &= \frac{1+\sigma}{4} R_0^{8n} \left[(8n-1)(1-\varphi) A_n R_0^{8n} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{3-\sigma}{1+\sigma} + \varphi \right) B_n R_0^{-8n} + 8n(8n-1)(1-\varphi) C_n R_0^{8n-2} \right] \\ C_n' &= R_0^{-8n+2} \left[-\frac{(1-\sigma)(1-\varphi)}{16n} A_n R_0^{8n} \right. \\ &\quad \left. + \frac{64n^2(1+\sigma) + 2(1-\sigma)}{32n(8n-1)} (1-\varphi) B_n R_0^{-8n} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \varphi + \frac{1+\sigma}{4} (1-\varphi) \right\} C_n R_0^{8n-2} \right. \\ &\quad \left. - (8n+1)(1-\varphi) \frac{1+\sigma}{4} D_n R_0^{-8n-2} \right] \\ D_n' &= R_0^{8n+2} \left[\frac{64n^2(1+\sigma) + 2(1-\sigma)}{32n(8n+1)} (1-\varphi) A_n R_0^{8n} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-\sigma)(1-\varphi)}{16n} B_n R_0^{-8n} + (8n-1)(1-\varphi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1+\sigma}{4} C_n R_0^{8n-2} + \left\{ \varphi + \frac{1+\sigma}{4} (1-\varphi) \right\} D_n R_0^{-8n-2} \right] \end{aligned} \quad (41')$$

茲で p_{rn} は (45) 式の右辺の第 n 項の係数を示す。例へば $p_{r1} = 0.219, 8p_s$, $p_{r2} = 0.200, 7p_s$ の様である。以上に依りリム及び外輪に対する積分常数は全部求められる。同様に轂に対する積分常数を求め得。然して p_{rn} に含まれてゐる p_s は未だ決定されてゐないが、これは (43) 式から決定される。

今 R_1, R_0, R_2, R_3, R_4 等は第 3 図の様にとり、且 $L = 17.5\text{cm}$, $F_s = 30\text{cm}^2$, $\varphi = 0.7$, $\varphi' = 0.44$, $E = 2.2 \times 10^6 \text{kg/cm}^2$, $\sigma = 0.3$ 及び $\epsilon = 1\%$ とすれば (43) 式より $p_s \cong 1,572 \text{kg/cm}^2$ を得。従つて $p_s' = \varphi' p_s \cong 692 \text{kg/cm}^2$ 及び轂の平均圧縮應力 $= P_s/F_s \cong 1,212 \text{kg/cm}^2$ を得。茲で p_s と P_s との関係は (44) 式で與へられこの場合には $P_s = 23.11p_s$ となる。斯様な計算

で求めた結果を第 7 図に示す。本図に依り外輪とリムとの接触面に生ずる圧力、並に外輪及び輪心各部に生ずる應力が解る。然して本計算ではフランジ部分は考へに入れてなかつたが、外輪應力を表す式がフランジ部分にも適用出来るものとして、フランジ尖端における円周方向應力を計算して見ると、その結果は第 7 図の点線で示す曲線の様に成る。

(2) 輻輪心の轂に車軸を力嵌めした場合

次に第 3 図に示す様な輻輪心の轂に中実車軸を力嵌めした

力嵌め実験結果

嵌 入 代 (%)	リムの変形 u_r''	
	最大値 の平均 (mm)	最小値 の平均 (mm)
$\epsilon' = 1.16$	0.051	0.037
$\epsilon' = 1.03$	0.029	0.015
$\epsilon' = 1.1\%$ に換 算せる平均値	0.040	0.021

場合に対する計算結果を示す。

この場合にはリムの應力及び変位は (7) 及び (8) 式で示される。轂及び車軸の應力及び変位は前述の様に、外半径 R_3 なる円柱の外面に (46) 式で示される様な圧力が作用

した場合及び轂と車軸とを互に力嵌めした場合の應力及び変位を夫々加へ合せて求め得る。

轂と軸との力嵌めのみから考へた應力及び変位は次の様である。軸と轂との間に生ずる圧力は、

$$p_f' = \frac{E\epsilon'}{2R_3^2} (R_3^2 - R_4^2) \quad (49)$$

茲に ϵ' は力嵌め代 (この例題に於ては 1.1% とす) 次に力嵌めに依る轂及び軸の半径方向変位を夫々 u_{rf}' , u_{rf}'' とすれば次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} u_{rf}' &= \frac{p_f'}{E} \frac{R_4^2}{R_3^2 - R_4^2} \\ &\times \left\{ (1-\sigma) + (1+\sigma) \frac{R_3^2}{r^2} \right\} \\ u_{rf}'' &= -\frac{p_f'}{E} (1-\sigma) \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

又轂及び軸に生ずる應力は次式で與へられる。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{rr}_f' &= \frac{p_f' R_4^2}{R_3^2 - R_4^2} \left(1 - \frac{R_3^2}{r^2} \right) \\ \widehat{\theta\theta}_f' &= \frac{p_f' R_4^2}{R_3^2 - R_4^2} \left(1 + \frac{R_3^2}{r^2} \right) \\ \widehat{\theta\theta}_f'' &= \widehat{rr}_f'' = -p_f' \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

外半径が R_3 なる円柱の外面に (46) 式で示される圧力が作用した場合に生ずる應力及び変位は (7), (8) 及び (9) 式を以て表され、尙同式の積分常数を K_2'' , A_n'' , C_n'' 等とすれば、これ等は次式で與へられる。

[第 2 巻 第 9 号]

第 9 圖 輻輪心に外輪を焼嵌めし軸を力嵌めした場合の應力状態

$$\left. \begin{aligned} K_n'' &= -p_{b0} = -0.254, 6 p_s' \\ A_n'' &= -\frac{1}{2} p_{bn} \cdot R_3^{-2n} \\ C_n'' &= \frac{1}{2(8n-1)} p_{bn} \cdot R_3^{-2n+2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

茲で p_{bn} は (46) 式の右辺の第 n 項を示す。例へば $p_{b1} = 0.437, 2 p_s'$, $p_{b2} = 0.264, 1 p_s'$ 等である。然して (52) 式は次の境界条件から求めたものである。

$r = R_3$ に於て

$$r r'' = -p_b, \quad r \theta'' = 0 \dots\dots\dots (28_a)$$

尙 (43) 式より次の結果を得。

$$p_s \cong 202 \text{ kg/cm}^2, \quad p_s' = \varphi' p_s = 89 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{輻の平均圧縮力} \cong 155 \text{ kg/cm}^2$$

以上の様に應力及び変位が求められる。計算結果は第 8 図に示す様である。本図より輻と車軸との間の圧力及び輪心に生ずる應力を知ることが出来る。然して輻と車軸との間に生ずる圧力の平均値は $\sim 790 \text{ kg/cm}^2$ である。これと $p_f' \cong 769 \text{ kg/cm}^2$ と比較すれば輻と車軸の間に生ずる圧力に対する輻及びリムの影響を知ることが出来る。今 $\epsilon' = 1.1\%$ で $p_f' = 790 \text{ kg/cm}^2$ となる様な R_3 を求むれば $R_3 \cong 14.85 \text{ cm}$ を得。即ち車軸を力嵌めする圧力のみから考へればこの輻輪心は外半径が 148.5 mm の円筒に相當することが解る。

又リムは輻に依り曲げ應力を受け、 u_r は輻の中心線で最大値 0.042 mm を示し。輻と輻の中央位置で最小値 0.015 mm を示す。この値は別表に示す住友金属工業株式会社製鋼所に於て、実物輪心に就て行つた実験結果とかなりよく一致する。

(3) 輻輪心のリムに外輪を焼嵌めし、輻に車軸を力嵌めした場合

輻車輪の組立は、車軸を力嵌めした後に外輪を焼嵌めするのが普通である。時にはこの反対の順序に行ふこともあるが、何れの場合に対してもこの計算では同様である。今輻に車軸が力嵌めされて (2) に示す様な應力及び変位を生じてゐる輻輪心に、外輪を焼嵌めした場合に生ずる應力及び変位を求め。外輪及びリムに対しては (1) と全く同様に計算し得る。但しこの場合の p_s は次の様になる。

$$p_s = 2,072 \text{ kg/cm}^2, \quad p_s' = \varphi' p_s = 912 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{輻の平均圧縮力} = 1,597 \text{ kg/cm}^2$$

但し焼嵌め代及び力嵌め代は夫々 (1), (2) の場合と同様に $\epsilon = 1\%$, $\epsilon' = 1.1\%$ とした。

この場合の計算結果を図示すれば第 9 図の様になる。然して輻と軸との間の圧力は (2) の場合と同様の変化をするが、その平均値は $\sim 1,010 \text{ kg/cm}^2$ である。(2) の場合と同様にこの平均圧力から換算すれば、外輪を焼嵌めした場合にはこの輻輪心は外半径が 215 mm の円筒に相當する。

6. 結 び

以上の計算結果の要点をあげれば次の様である。

(1) 車軸を力嵌めしてあるものでも力嵌めてないものでも、輻輪心に外輪を焼嵌めすれば外輪とリムとの間の圧力は、輻の位置で最大となり輻と輻との中間で最小となる。従つてこの圧力を一様とするにはリムの曲りに対する強さを増加するとか、或は焼嵌め代を適當に増減すればよい。斯様にすれば圧力が一様になるばかりでなく外輪の円周方向應力も一樣になる利益がある。

(2) 輻に軸を力嵌めした場合に生ずる直圧力も輻の位置で最大となり、輻と輻との中間で最小となる。

(3) 外輪に生ずる円周方向應力は外面に於ては輻の中心線の位置で最大となり内面に於ては輻と輻の中間で最大となる。

これ等の (1), (2), (3) の結果は Coker 教授の実験結果⁽¹⁰⁾ と良く一致してゐる。

(4) 輻輪心に車軸を力嵌めした場合に生ずるリムの半径方向の変位は輻の位置で最大となり、輻と輻の中間で最小となる。然してこれ等の値は実験結果と良く一致する。

(5) 従つて本計算結果は実際の輻車輪における應力状態をかなり良く表し得るものと考へられる。

以上は輻の数が 8 本の場合の計算結果に就て述べたのであるが、輻の数が 9 本の場合も、10 本の場合も、同様の應力状態を得ることが計算の結果解つた。輻の数に依つて應力状態が如何に変るか、その他外輪の厚さが使用限度迄減少した場合、リムの厚さが変つた場合、輻の長さ及び断面積が變つた場合等に就て、夫々の場合における應力分布状態を明かにすることは實際上極めて興味ある問題であるが、これ等に就ては又別の機会に述べ度いと思ふ。

終りに本研究に対し御懇切な御指導を賜つた東北帝大の砂谷教授並に住友金属工業株式会社の荒木専務取締役に対し厚く感謝の意を表す。

(10) 脚註 (1) と同様