組合せ曲げ振りによる軟鋼丸棒の強さ⁽¹⁾

(昭和 12 年 4 月 4 日 第 14 期定時総会講演會に於て講演)

正 員 中 西 不 二 夫⁽²⁾

摘 要

軟鋼丸棒に最初或る大きさの曲げモーメント B をかけて置き、更に振りモーメント T をかけ、この T を漸次増加して行くと共に斜の断面に振りによる降伏が起る。降伏に関する著者の理論から、この種の降伏を起す場合の T と B の関係を出してみた。また軟鋼には剪断應力に限界があつて、ある点の應力がその値に達すると局部的に降伏を起す。振りモーメントが比較的小さく、曲げモーメントの大きいときにこの種の降伏が起るが、その時の T と B の関係も出して置いた。孰れも実験結果とよく一致する。

1. 緒 言

軟鋼の試片に荷重をかけた場合、降伏を起すまでは材料は殆ど完全に弾性的である。それで標題に「強さ」と言つたのは塑性変形を始める点或は降伏を起す点と言ふ意味である。

軟鋼丸棒が組合せ曲げ振りを受けたときの降伏の起り方には二通りあるらしく、曲げモーメントが小さくその代り振りモーメントが大きいときと、振りモーメントが小さくその代り曲げモーメントが大きいときとは降伏の起り方が異つてゐる様である。軟鋼丸棒の組合せ曲げ振りに就ては既に西原博士が見事な実験⁽³⁾をして居られるが、その結果を見ても、曲げモーメントの比較的小さい場合の曲線と、振りモーメントの比較的小さい場合の曲線とは全く別の曲線になつてゐる(第 5~6 図参照)。

曲げモーメントが小さく振りモーメントの大きい場合の降伏、即ち主として振りによる降伏は純粹の振りモーメントだけを加へたときの降伏に幾分似てゐると思はれる。この論文では先づ第 1 にこの場合に就て考へたことを述べるつもりである。

振りモーメントが小さく曲げモーメントの大きい場合即ち主として曲げによる場合にも、純粹の曲げモーメントだけを加へたときに似よつた降伏を起すものと思はれる。この問題に就ては既に一度發表したことがある⁽⁴⁾。然しその後の研究で丸棒に純粹の曲げモーメントを加へた場合にも應力歪み曲線は或る荷重の處で急に向きを変へ更に荷重を増して行くとまた急に向きを変へて水平になる筈だと言ふことが分つた⁽⁵⁾。即ちこれ等を降伏点と呼ぶならば第 1 及び第 2 の二つの降伏点が存在するのである。この第 1 の降伏点は或る部分の應力が或る限度以上に大きくなつたためにその部分が局部的に降伏して出来たも

のであり、第 2 降伏点は或る断面全体が一度に降伏を起すために出来るものである。組合せ應力の場合でも主として曲げによる降伏では同様であると思ふ。以前に發表したものは今から思へばこの第 2 降伏点に相當するものであつて、最初に塑性変形を起す点即ち第 1 降伏点に就ては未だ考へてゐなかつた。この論文ではこの点に就て考へたことも述べる積りである。

2. 主として振りによる降伏

軟鋼丸棒が純粹の振りモーメントだけを受けた場合には軸に垂直な断面に、詳しく言へば軸に垂直な方向の或る薄い部分に降伏が起ることは既によく分つてゐる⁽⁶⁾。降伏による歪は勿論剪断歪であるが、この場合各部の剪断歪の方向は軸の周りの回轉即ち振りになるやうな方向になつてゐる。

曲げモーメントが幾らかかゝつてゐる場合でも、主として振りに依て降伏する場合にはこれと似た降伏を起すであらう。即ちある面内にその面の中心の周りに回轉するやうに降伏を起すであらう。たゞその面といふのが、軸に垂直なものよりも幾分斜な面の方がこの場合には降伏を起し易くなるので、結局第 1 図に示すや

第 1 図

はれる。

うな軸に斜な楕円形の断面を持つた面で降伏が起るものと思

降伏は一種の安定の問題であつて、或る面で降伏が起るとすればその面全体に就て考へる必要のあることは既に屢説いた⁽⁷⁾。そして第 1 図に示す様な面で振りに依て降伏が起る場合には、その降伏の条件は次の様になる筈である。

$$M_y = \tau_y \int r dS \dots \dots \dots (1)$$

ここに M_y は断面に作用する振りモーメント、 τ_y は材料が一樣な剪断應力を受けたときに降伏を起す應力或は降伏した部分が支持し得る應力で材料に就て一定の値、 r は断面の微

(1) Yield Points of Mild Steel Bars under Combined Bending and Torsion. (2) Fujio NAKANISHI, Member, Tōkyō Imperial University, 東京帝國大学. (3) 機械學會誌, 35, 182.

(4) 機械學會誌, 35, 188. (5) 機械學會論文集, 2, 6. 機械學會誌, 39, 227.

(6) 軸を含む平面で降伏することもあるが、方向に依て性質の変わらない様な材料ならば、軸に垂直な面で降伏を起す筈である。機械學會誌, 37, 208.

(7) 機械學會誌, 31, 130, 32, 144, 34, 165, 35, 188, 37, 208.

第 2 図

第 3 図

第 4 図

第 1 表

$\sin^2 \varphi$	φ	$\frac{2\tau_s}{\tau_y}$	$\frac{\sigma_s}{\tau_y}$
0	0	2.667	0
0.1	18°26'	2.448	1.333
0.2	26°34'	2.186	1.958
0.3	33°13'	1.859	2.520
0.4	39°14'	1.432	3.090
0.5	45°	0.854	3.733
0.6	50°46'	0.003	4.502

少面積 dS の断面の中心からの距離であつて、積分は楕円面全体に就て行ふ。この式の右辺は振りに依て降伏したときにその面の支持し得べきモーメントであつて、その面にかかるモーメントがこの値に達した処で降伏が起るのである。積分を行へば、

$$M_y = \frac{4}{3} a^3 \tau_y \frac{1}{\cos \varphi} E \left(\sin \varphi, \frac{\pi}{2} \right) \dots (2)$$

但し a は丸棒の半径、 φ は第 1 図に示した様に楕円面と垂直断面のなす角である。

また T を丸棒にかゝつてゐる振りモーメント、 B を曲げモーメントとすれば、楕円面にかかる振りモーメント M は、

$$M = T \cos \varphi + B \sin \varphi \dots (3)$$

故に φ なる傾きの楕円面で降伏が起るとすれば、降伏の条件は、

$$T \cos \varphi + B \sin \varphi = \frac{4}{3} \frac{a^3 E}{\cos \varphi} \tau_y \dots (4)$$

それでは如何なる傾きの楕円面で降伏が起るであらうか。今或る一定の曲げモーメント B がかゝつてゐる上に更に振りモーメント T をかけ、この T を漸次増して行くものとすれば、(3) の M も増加しその値が (2) の M_y に等しくなつた処で降伏が起る筈である。

φ を横軸とつて (2) の M_y と φ との関係を図示すれば第 2 図の M_y の曲線になる。また丸棒に或る大きさの曲げモーメント B だけが作用してゐるときに楕円面に作用する振りモーメントは $B \sin \varphi$ で図に見る通りである。この上に更に振りモーメント T を加へ、この T を漸次増して行け

昭和 12 年 11 月]

ば (3) の M の値も増して来て終に第 2 図に示す様に M_y の曲線に接する様になる。この接した点で (4) の条件が初めて成立つので、こゝで降伏が起る筈である。従て降伏の起る点では (4) の外に次の条件も成立つ。

$$\frac{dM}{d\varphi} = \frac{dM_y}{d\varphi} \dots (5)$$

或は、

$$-T \sin \varphi + B \cos \varphi = \frac{4}{3} \frac{a^3}{\sin \varphi} \left(\frac{E}{\cos^2 \varphi} - K \right) \tau_y \dots (6)$$

(4) と (6) から、

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{4}{3} a^3 \left\{ E \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \right) + K \right\} \tau_y \\ B &= \frac{4}{3} a^3 \frac{1}{\sin \varphi \cos \varphi} \left\{ E (1 + \sin^2 \varphi) - K \cos^2 \varphi \right\} \tau_y \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

これは降伏を起す楕円面の角度 φ と T 及び B の関係を表したものである。降伏を起すまでは材料は弾性的であるから、 T の代りに T による応力 τ_s 、 B の代りに B による応力 σ_s で降伏点を表すことにすれば、

$$T = \frac{\pi}{2} a^3 \tau_s, \quad B = \frac{\pi}{4} a^3 \sigma_s$$

であるから (7) 式は次のやうになる。

$$\left. \begin{aligned} 2\tau_s &= \frac{16}{3\pi} \left\{ E \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \right) + K \right\} \tau_y \\ \sigma_s &= \frac{16}{3\pi} \frac{1}{\sin \varphi \cos \varphi} \left\{ E (1 + \sin^2 \varphi) - K \cos^2 \varphi \right\} \tau_y \end{aligned} \right\} \dots (7)'$$

第 1 表は $2\tau_s$ 及び σ_s の値を計算したものであり、第 3 図はこれを図示したものである。また降伏を起すときの $2\tau_s$ と σ_s との関係を示せば第 4 図の I の曲線になる。

3. 限界応力による局部的降伏

降伏は一種の安定の問題であつて、ある点の応力が相當大きくてもその周りの部分応力が小さければ中々降伏は起らない。然しそれにも限度があることは既に分つてをり、その限度は矩形柱体を振る実験⁽⁸⁾ 及び十字型断面の梁を曲げる実験⁽⁹⁾ の結果から $1.5 \tau_y$ であることが分つてゐる。最大剪断応力がこの値に達するとその部分が局部的に降伏を始めるのである。

今軟鋼丸棒に組合せ曲げ振りをかけた場合に限界応力に依て局部的降伏の起る条件を調べて見よう。 σ_s を曲げによる最大の主応力、 τ_s を振りによる最大の剪断応力とすれば、 φ だけ傾いた面に働く最大の剪断応力の値 τ_{sz} は次の様になる。

$$\tau_{sz} = \frac{1}{2} \sigma_s \sin 2\varphi + \tau_s \cos 2\varphi \dots (8)$$

これは φ の函数であつて、 φ の或る値の処で極大になる。極大の条件は、

$$\frac{d\tau_{sz}}{d\varphi} = 0, \dots (9)$$

$$\text{或は、} \quad \frac{1}{2} \sigma_s \cos 2\varphi - \tau_s \sin 2\varphi = 0 \dots (9)'$$

(8) 機械学会論文集、2、6。

(9) 機械学会誌、39、227。

$\tau_{\max}$ を剪断應力の極大値とすれば、

$$\begin{aligned}\sigma_s &= 2\tau_{\max} \sin 2\varphi, \\ \tau_s &= \tau_{\max} \cos \varphi \dots \dots (10)\end{aligned}$$

φ を消去すれば、

$$\sigma_s^2 + (2\tau_s)^2 = (2\tau_{\max})^2 \dots (11)$$

$\tau_{\max}$ が $1.5\tau_y$ なる限界値に達すればその部分が局部的に降伏を起すのであるから、降伏の条件は次の様になる。

$$\sigma_s^2 + (2\tau_s)^2 = (3\tau_y)^2 \dots (12)$$

$2\tau_s$ と σ_s とを軸にとればこの

関係は円になる。第4図の II はこれを図示したものである。

第1図の I, II の曲線以内が殆ど完全に弾性的な範囲であつて、振りモーメントを漸次増して行く場合には I の曲線、曲げモーメントを増して行く場合には II の曲線に達した処で降伏を起し、塑性変形を始めるのである。

4. 実験結果との比較

軟鋼丸棒が組合せ曲げ振りを受けたときの強さに就ては前にも述べた様に西原博士の実験がある。今まで述べて来た降伏点は荷重歪曲線が急に曲り始める点であり、西原博士が弾性限とし出して居られるのは所謂 5% 弾性限と称するもの

第 5 図

第 6 図

であつて、多少異つてゐるかも知れない。然しここではあまり違はないものと仮定して、この実験結果と第4図の曲線とを比較して見ることにする。

炭素含有量 0.32% 及び 0.44% のものに就て、その振り試験の降伏点における最大剪断應力が $4/3\tau_y$ にな

るものとして⁽¹⁾、 $2\tau_s/\tau_y$ 、 σ_s/τ_y を出して図に記入すれば第5, 6図のようになる。曲線は (7)', (12) から出したものであるが、実験と相當よく一致してゐると言つてよからう。

5. 結 言

以上の結果から次の様なことが言へる。

1. 軟鋼丸棒が組合せ曲げ振りを受けた場合の降伏限界は二つの曲線を以て表されること。
2. 組合せ曲げ振りといふやうな可なり複雑な應力を受けた場合に於ても、降伏に関する著者の理論から計算した値は実際とよく一致すること。

油入轉り接触における鋼の斑磨耗と齒形面の許容圧力⁽²⁾

(昭和 12 年 5 月 25 日 関西支部講演會に於て講演)

正 員 西 原 利 夫⁽³⁾

正 員 小 林 俊 郎⁽⁴⁾

摘 要

油入轉り接触の磨耗はこれを擦り減り磨耗と斑磨耗との2種類に分けることが出来る。数種の鋼を用ひ主として斑磨耗に関し実験せる結果により、この現象が全く疲破壊に他ならぬことを確め得た。

1. 緒 言

一般に鋼の油入轉り接触における磨耗は甚だ僅少であるが、接触圧力が相當大になると或る期間を経過した後に特異な磨耗現象を生じ、以後急速に進捗するものである。これを斑磨耗⁽⁵⁾と稱し、齒車の齒形面の剃み点附近に屢認められる現象もこれである。従来斑磨耗に関しては下記の如き諸説がある。

(1) 接触面に於て大なる圧力により油膜が破れ、恰も両金屬は熔着したかの如くに密着して一方が他方を剥ぎとる⁽⁶⁾。

(2) 接触面は顕微鏡的には頗る凹凸の激しい不規則な面である。従て接触圧力の大部分はこれ等不規則な小突起部に依て支へられる故かゝる部分に應力が集中して破壊脱落する。

(3) 接触面における相互の衝撃作用による⁽⁷⁾。

(4) 接触面に生ずる繰返應力による疲に依て生ずる⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

これ等の諸説は未だ実験的には完全に証明されず臆説の謬りを逸れないが、一般には疲説に傾いてゐる。

著者はかゝる見地より主として斑磨耗の実験を行ひ、上記の諸説を検討し且この現象が全く疲現象であることを実験的に確め、併せて実験結果より齒形面の許容圧力に言及した。

(1) 丸棒を振つた場合の降伏点では $\tau_1 = 4/3\tau_y$ ・機械學會誌、31, 130.

(2) On the Pitting of the Steel under Lubricated Rolling Contact. (3) Toshio NISHIHARA, Member. The Kyôto Imperial University. 京都帝國大學. (4) Toshiro KOBAYASHI, Member. The Kyôto Imperial University. 京都帝國大學.

(5) Pitting, Grübchen bildung.

(6) F. Lancashire, "Spur Gear Erosion" Engg. 7. (1921) 733.

(7) 藤野篤之、新研究齒車 上巻、304

(8) Buckingham-Olah "Stirnäder" (1929) 298.

(9) M. Ulrich "Zur Frage der Grübchenbildung bei Zahnädern V.D.I. (1934) 53.