金属材料の繰返変動応力に対する強さ⁽¹⁾

(昭和 18 年 9 月 18 日 関西支部第 133 回講演會に於て講演)

正員 西原 利夫⁽²⁾ 正員 河本 實⁽³⁾ 准員 山田 敏郎⁽⁴⁾

摘 要

金属材料に生ずる繰返應力の振幅の大きさが変動する場合、即ち繰返変動応力による疲に就て、その金属材料の疲曲線と應力変動状態即ち頻度曲線とよりその疲破壊に至るまでの應力繰返数を理論的に計算した。且小野式回轉曲げ疲試験機に繰返曲げ應力の振幅の大きさを正弦波的に変動させる荷重装置を取付け、軟鋼の繰返変動應力疲試験を行い、應力の繰返数は疲破壊した場合の実験値と計算値とが略一致することを確かめた。

1. 緒 言

従来金属材料の疲試験は繰返へされる應力の振幅の大きさが一定の場合、即ち一定應力疲試験である。然るに一般の機械部分に於ては必ずしも一定應力が繰返されるのではなく、繰返應力の振幅の大きさが変動する場合が多いのである。例へば航空機に於ては突風その他により各部の受ける荷重は絶えず変化し、殊に空戦時には非常に大なる荷重を受ける。又発動機その他に於ても運轉に際して各部の受ける繰返荷重の大きさは週期的に変動してゐると看做し得る場合が多い。従て経済的に機能的に優秀なる機械部分を設計するには、斯く繰返へされる應力の振幅が時々刻々変化する場合に対する疲強度を求める必要がある。又それには仮令繰返数が小であつても相當大なる應力を受けることもあるから、従来疲曲線に示されてゐる繰返数 10^5 よりも遙かに小なる繰返数に対する疲曲線も調べる必要がある。

この繰返変動應力による疲に対する使用材料の強さを決定する方法としては、應力変動曲線より頻度曲線を求め、更に頻度曲線より換算頻度曲線を作り、これとその材料の疲曲線及び被害曲線と比較する方法がある⁽⁵⁾⁽⁶⁾。又材料の疲破壊に至るまでの應力繰返数を破隙の発生に至るまでの繰返数と破隙の成長時の繰返数とに分けて、繰返変動應力による疲の場合の破壊までの繰返数を理論的に計算したものもある⁽⁷⁾、が、いづれもその計算法の基礎に実験的根拠が欠けてゐる憾みがある。

本論文に於ては前に著者の報告した「腐蝕による疲部分の検出」⁽⁸⁾に於て実験的に求めた結果を基礎として、繰返変動應力による疲に対して疲破壊までの應力繰返数を理論的に計算し、且均一回轉曲げ疲試験に於て繰返應力の振幅の大きさを正弦波的に変動させ、軟鋼の場合に就き実験値と計算値とを比較した。

第1図 應力変動曲線

第2図 頻度

2. 疲破壊までの繰返数の理論的計算

機械部分の應力状態は予め計算によるか、又は実測によつてこれを知ることが出来る場合が普通である。例へば本実験の場合の試験片の應力状態は繰返曲げ應力が正負の等大値間を変動し、且その應力振幅の大きさは時間と共に正弦波的に変動する。一例として應力振幅の大きさが 32 kg/mm^2 と 22 kg/mm^2 との間を変動する場合横軸に時間、縦軸に應力をとると第1図の如くなる。

この機械部分の應力変動曲線より一定時間内に又は作動単位内に生じた繰返應力の大きさとその繰返数とを求め、應力の値を数箇の階段に分け、各階段内に属する應力の繰返数を求めると、各應力の頻度の状態が判る。例へば本実験の一例を挙げると、変動應力1週期間の應力の総繰返数は約 200

(1) The Strength of Metals under Alternating Stresses of Varying Amplitude.

(2) Toshio NISHIHARA. Member. The Kyōto Imperial University. 京都帝国大学.

(3) Minoru KAWAMOTO. Member. The Kyōto Imperial University. 京都帝国大学.

(4) Toshio YAMADA. Associate Member. The Kyōto Imperial University. 京都帝国大学.

(5) V.D.I.Z., 80 卷 (1936) 85 頁.

(6) V.D.I.Z., 81 卷 (1937) 1407 頁.

(7) A.S.M.E., Trans., 59 卷 (1937) A-160 頁.

(8) 機械学会論文集, 5 卷 20 号, 第 1 部 43 頁, (附 14-8).

である故應力の各階段を 0.5 kg/mm^2 にとり、各階段の應力繰返数を求め、横軸に應力繰返数、縦軸に應力振幅をとると第2図の如くなる。更に横軸に最大應力より順次に各階段の應力の繰返数の合計、即ち加算繰返数をとり、縦軸に應力をとると頻度曲線を得る。この頻度曲線が與へられると應力の変動状態が明らかとなる。本実験の場合の例をとると、変動應力1週間に就ては第2図より第3図の如き頻度曲線を得る。

第3図 頻度曲線及び疲労曲線

第4図

次に一定繰返應力のもとに繰返数の増加するに従て疲部分の進行してゆく状態に就ては、著者は前に「腐蝕法に依る疲部分の検出」⁽⁹⁾に於て詳述した。即ち試験片の半径を r 、疲を生じてゐる部分の層の厚さを a とし、繰返数の比と a/r の比との関係を図示すれば第4図の如くなり、片持回轉曲げ、均一回轉曲げ及び繰返振りの何れの場合も大体同一の曲線にて表はされる。茲に a/r の比といふのは破断したもの a/r を1としたときの比であつて、疲の進行度を表はすものと看做し得るものであり、繰返数の比といふのは破断するまでの繰返数に対する比である。従て繰返数の比を x 、 a/r の比を y とすると、繰返数と疲進行度との関係は曲げ又は振り等、種々の應力に対し次式で表はすことが出来る。

$$x = f(y) \dots \dots \dots (1)$$

繰返変動應力による疲破壊までの應力の総繰返数は與へられた頻度曲線と使用材料の一定繰返應力に対する疲労曲線とより算出するのであるが、一例として本実験の場合の変動應力1週間の頻度曲線及び疲労曲線は第3図に示してある。

任意の應力 σ 及び標準應力 σ_1 を繰返へして疲破壊する迄の應力の繰返数を夫々 N 及び N_1 とする。今應力 σ 及び σ_1 を夫々 N' 及び N_1' 回繰返へして同一の疲進行度

y_1 に達したとすれば

(1) 式により

$$\frac{N'}{N} = f(y_1), \quad \frac{N_1'}{N_1} = f(y_1)$$

となり

$$N_1' = \frac{N_1}{N} N' \dots \dots \dots (2)$$

なる関係を得る。即ち應力 σ を N' 回繰返すことは換算すれば應力 σ_1 を上式による N_1' 回だけ繰返へすのと同効果となる。

第5図 実験装置

機械部分の疲破壊までの應力の繰返数を時間単位又は作動単位等の週期に分け、この週期が繰返へされて疲破壊に達すると看做し得る場合が多い。又週期に分け得ないときは疲破壊までの総繰返数を1週期と看做し得る。今この1週間の頻度曲線に就て考へ(第3図参照)、任意の應力 σ に対応する頻度曲線上の繰返数即ち加算繰返数を n とし、この1週間の應力繰返数の総和を n_0 とする。この変動應力による総繰返数 n_0 を一定標準應力 σ_1 の繰返数に換算し、 σ_1 を n_1 回繰返へすのと同効果になつたとすると、應力 σ の微小範囲 $d\sigma$ 内の應力繰返数は dn なる故

$$\int_0^{n_1} dN_1' = \int_0^{n_0} \frac{N_1}{N} dn$$

$$\text{従て} \quad n_1 = N_1 \int_0^{n_0} \frac{dn}{N}$$

即ち繰返変動應力を1週期繰返へすことは一定應力 σ_1 を n_1 回繰返へすことに相當する。今この週期を z 回繰返へして疲破壊が生ずるものとする

$$N_1 = z \cdot n_1$$

従て

$$N_1 = z N_1 \int_0^{n_0} \frac{dn}{N}$$

(9) 脚註(8)に同じ。

【昭和19年2月】

$$\text{即ち } z = \frac{1}{\int_0^{n_0} \frac{dn}{N}} \dots\dots\dots(3)$$

従て繰返変動応力の疲破壊までの総繰返数を N_t とすれば

$$N_t = z \cdot n_0 \\ = \frac{n_0}{\int_0^{n_0} \frac{dn}{N}} \dots\dots\dots(4)$$

本実験の場合に於て後述の実験装置の項に於て説明する如く試験片の回轉角速度を ω 、変動荷重用偏心円板の回轉角速度を ω_0 とする。この場合の変動応力の変動 1 週期を 1 作動単位とし、これを計算上の 1 週期としてこの 1 週期間の應力の総繰返数を n_0 とすると、変動荷重用偏心円板が 1 回轉する間にこの週期が 1 回繰返へされる故

$$n_0 = \omega / \omega_0 \text{ である。}$$

本実験に於ては繰返應力の振幅の大きさは時間と共に正弦波的に変動する故 (第 1 図参照)、繰返変動應力の應力振幅 σ は平均應力の振幅即ち平均應力振幅を σ_a 、変動應力の振幅即ち変動應力振幅を σ_r 、時間を t で表はすと、次式で表はされる。

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_r \cos \omega_0 t = \sigma_a + \sigma_r \cos \frac{\omega}{n_0} t$$

時間 t をその時までの繰返数 n' を以て表はせば

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_r \cos 2\pi \frac{n'}{n_0}$$

従て変動應力 1 週期間の應力振幅 σ と加算繰返数 n との関係即ち頻度曲線は次式で表はされる。

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_r \cos \frac{\pi}{n_0} n \dots\dots\dots(5)$$

一方実験に供した金属材料の一定繰返應力に対する波曲線を

$$\sigma = \varphi(N) \dots\dots\dots(6)$$

とすると (5) 式及び (6) 式より

第 6 図 実験装置

$$\varphi(N) = \sigma_a + \sigma_r \cos \frac{\pi}{n_0} n$$

これより N を n の函数で表はすことを得る。従て (4) 式より繰返変動應力の疲破壊に至るまでの総繰返数 N_t を求め得る。

鋼の場合に於てはその一定繰返應力に対する波曲線は次式で表はされる。

$$\sigma = a \log_e N + b \dots\dots\dots(7)$$

但し a, b は常数であつて、且應力 σ が材料の耐久限度 σ_w より大なる場合の関係であつて、 $\sigma \leq \sigma_w$ のときは $N = \infty$ である。(5) 式及び (7) 式より

$$a \log_e N + b = \sigma_a + \sigma_r \cos \frac{\pi}{n_0} n$$

$$\text{即ち } N = e^{(\sigma_r/a) \cos(\pi/n_0)n} e^{1/a(\sigma_a-b)}$$

これより繰返変動應力の疲破壊までの総繰返数は

$$N_t = \frac{n_0}{\int_0^{n_0} \frac{dn}{N}} \\ = n_0 e^{1/a(\sigma_a-b)} / \int_0^{n_0} e^{-(\sigma_r/a) \cos(\pi/n_0)n} dn \dots\dots(8)$$

3. 実験装置

実験装置は第 5 図に示す如く小野式回轉曲げ疲労試験機に荷重が時間と共に正弦波的に変動する荷重装置を取付けた。この変動荷重装置は偏心円板の回轉に伴ひ水平方向に溝を有する摺動片が上下運動をなし、従てこれに取付けたばねが伸縮し、ばねの伸に正比例する荷重を試験片に加へるものである。実験装置の写真を第 6 図に示す。変動應力の振幅は偏心円板の偏心量を変へることにより任意に調節することが出来る。平均應力振幅を與へるには引締ねぢによりばねに予め伸を與へるか、或は両側の静荷重を調節する。ばねの伸は取付けた尺にて読取る。偏心円板は試験片驅動的電動機とは別の電動機にて驅動し、ベルト及び齒車にて減速し毎分約 9.3 回轉とした。試験片の回轉数は毎分約 2 000 であるから且変動應力 1 週期は偏心円板の 1 回轉に相當する故、1 週期間の應力総繰返数 n_0 は約 215 となる。且偏心円板は等角速度にて回轉する故ばねの伸は時間と共に正弦波的に変動し上述の如く試験片の回轉角速度 ω は偏心円板の回轉角速度 ω_0 に比して甚大である故、試験片に生ずる應力振幅も亦時間と共に正弦波的に変動すると看做することが出来る。

$$\text{即ち } \sigma = \sigma_a + \sigma_r \cos \omega_0 t$$

実験に際しては変動荷重による変動應力振幅 σ_r を平均應力振幅 σ_a

の 10, 20, 30 及び 38.5% とした。

実験に供した素材は軟鋼にして第1表に示す如き化学成分のもので、熱処理は行はなかつた。第2表は上記材料の機械

第1表 化学成分

C %	Si %	Mn %	P %	S %
0.22	0.23	0.53	0.013	0.029

的性質で、第7図はその顕微鏡写真を示す。第8図は試験片の寸法を示す。

第2表 機械的性質

上降伏点 kg/mm ²	下降伏点 kg/mm ²	引張強さ kg/mm ²	真破断力 kg/mm ²	伸 %	絞 %	ブリネル硬 度数 3 000 kg, 30 sec
33.55	31.77	51.01	90.30	39	59.17	122.9

第7図 顕微鏡写真 (×100)

第8図 均一回転曲げ試験片

第9図 n 及び $1/N$

4. 実験結果及び計算値

一定繰返應力による疲試験結果を第3表に示す。これより耐久限度 σ_w は 27.5 kg/mm^2 にして、第10図に示す一定繰返應力に対する疲曲線を得る。この疲曲線と(5)式で表はされる頻度曲線及び(4)式とより繰返変動應力による疲破壊迄の應力繰返数を算出する。

$$\text{即ち頻度曲線は } \sigma = \sigma_a + \sigma_r \cos \frac{\pi}{n_0} n \dots\dots\dots (9)$$

変動應力1週期間の應力の繰返回数 n_0 の値を 215 にとると(9)式により

第3表 一定應力疲試験 (均一回転曲げ)

番号	最大曲げ應力 kg/mm ²	繰 返 数	備 考
35	34.5	0.1050×10^6	破壊す
37	32.5	0.323 3	〃
26	32.0	0.337 0	〃
36	31.5	0.396 8	〃
28	30.0	0.605 7	〃
38	28.5	1.755 7	〃
39	28.0	2.000 0	〃
40	27.5	12.084 0	破壊せず

第4表 n 及び $1/N$ の値 ($\sigma_a = 25 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_r = 0.3\sigma_a = 7.5 \text{ kg/mm}^2$)

σ kg/mm ²	$\cos^{-1} \frac{\sigma - 25}{7.5}$	n	N	$\frac{1}{N}$
32.5	0	0	0.0260×10^7	38.4615×10^{-7}
32.3	0.237	16.22	0.028 5	35.087 7
32.1	0.324	22.20	0.013 0	32.258 1
31.9	0.403	27.60	0.034 0	29.411 8
31.7	0.469	32.10	0.037 0	27.027 0
31.5	0.520	35.60	0.041 0	24.390 2
31.0	0.643	44.00	0.051 4	19.455 3
30.5	0.749	51.25	0.064 5	15.503 9
30.0	0.839	57.40	0.080 0	12.500 0
29.5	0.927	63.50	0.101 0	9.900 9
29.0	1.009	69.00	0.125 0	8.000 0
28.5	1.085	74.30	0.160 0	6.250 0
28.0	1.159	79.30	0.200 0	5.000 0
27.5	1.231	84.40	0.250 0	4.000 0
27.0	1.300	88.90	∞	0

第5表 繰返変動應力疲試験 (均一回転曲げ)

番号	平均應力 振幅 $\sigma_a \text{ kg/mm}^2$	変動應力振幅 $\sigma_r \text{ kg/mm}^2$	繰 返 数		
			実験値	備考	計算値
32	32.0	$\sigma_r = 0.1 \sigma_a$ 3.2	0.1757×10^6	破壊す	0.2038×10^6
41	27.0	2.7	2.146 3	破壊す	2.810 0
42	30.0	$\sigma_r = 0.2 \sigma_a$ 6.0	0.212 1	破壊す	0.262 0
22	28.5	5.7	0.560 5	〃	0.461 0
30	25.5	5.1	2.230 8	〃	2.420 0
27	28.0	$\sigma_r = 0.3 \sigma_a$ 8.4	0.227 8	破壊す	0.212 0
24	27.0	8.1	0.370 9	〃	0.371 4
25	26.0	7.8	0.601 1	〃	0.650 8
22	25.0	7.5	0.955 1	〃	1.183 0
43	26.0	10.0	0.271 8	破壊す	0.276 5

[昭和 19 年 2 月]

$$n = \frac{n_0}{\pi} \cos^{-1} \frac{\sigma - \sigma_a}{\sigma_r} = \frac{215}{\pi} \cos^{-1} \frac{\sigma - \sigma_a}{\sigma_r}$$

一例として $\sigma_a = 25 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_r = 0.3\sigma_a = 7.5 \text{ kg/mm}^2$ の場合をとると、第 10 図に示す一定繰返應力に対する疲曲線

第 10 図 繰返変動應力疲試験結果 (均一回轉曲げ)
0.22% C 鋼

により、 σ , n , N 及び $1/N$ の値は第 4 表の如くなる。第 9 図は n と $1/N$ との関係を示す。この図の $n-1/N$ 曲線と横軸及び縦軸との囲む面積を測り、これを A とすると

$$A = \int_0^{n_0} \frac{dn}{N} = \int_0^{215} \frac{dn}{N} = 1.816 \times 10^{-7}$$

(4) 式より

$$N_t = n_0 / \int_0^{n_0} \frac{dn}{N} = 215 / 1.816 \times 10^{-7} = 1.183 \times 10^6$$

斯くして算出した應力繰返数の計算値及び繰返変動應力疲試験結果を第 5 表に示す。これらの実験値及び計算値を図示すれば第 10 図となる。同図に於て 4 本の曲線は変動應力振幅 σ_r が夫々平均應力振幅 σ_a の 10, 20, 30 及び 38.5% の場合の計算値を示す。これらの結果より疲破壊したときの実験値は計算値と略一致することが判る。

6. 結 論

金属材料に生ずる繰返應力の振幅の大きさが変動する場合、即ち繰返変動應力による疲に就て、その金属材料の一定繰返應力に対する疲曲線と應力変動状態即ち頻度曲線とより材料の疲破壊に至る迄の應力繰返数を著者の報告「腐蝕法に依る疲部分の検出」の実験結果を基礎として理論的に計算した。

且小野式回轉曲げ疲試験機に時間と共に正弦波的に変動する荷重を加へる装置を取付け、試験片に生ずる繰返應力の振幅の大きさを時間と共に正弦波的に変動させ、0.22% C 軟鋼の繰返変動應力疲試験を行った。

その結果 0.22% C 軟鋼の場合には、繰返変動應力の繰返数は疲破壊した場合の実験値と計算値とが略一致することを確かめた。

(昭和 18 年 12 月 20 日受付)

金属材料の疲強さに及す運轉休止の影響⁽¹⁾

(昭和 18 年 12 月 9 日 大阪地方講演會に於て講演)

正員 西 原 利 夫⁽²⁾ 正員 河 本 實⁽³⁾

1. 緒 言

多くの重要な機械部分殊に航空発動機等に於てはその機械部分をして永久の使用に耐へ得る如き強度を持たせる必要はない。最初より予期された或一定の寿命にのみ耐へ得る如き強度を持たせるべきである。従てそれらの機械部分は無限の應力繰返数に対する強さ即ち耐久限度を基礎として設計するべきではなく、指定された或有限の應力繰返数に対する強さを基礎として設計するべきである。従て実際と同様な應力の作用状態の下における材料の耐へ得る寿命即ち破壊までの應力繰返数を求めることが必要となる。所謂変動應力疲試験⁽⁴⁾はこの目的に対するものである。この様に材料の強さを極度に利用せんとする場合、実際の機械に於ては全寿命を通じて屢運轉が休止され材料が休息させられるといふ事実を等閑に附することは許さるべきでない。換言すれば材料をその耐久限度以上の應力に於て使用し破壊までの繰返数を問題

とする場合は運轉休止の影響は當然考慮されねばならないことがらである。従て仮令実際と全く同様な應力状態の下に於て変動應力疲試験を行つても、その結果より実際の材料の寿命を論ずるには少くとも運轉休止の疲強さに及す影響を明らかにしておかねばならない。

Bollenrath 及び Cornelius は種々の金属材料に就て運轉休止を與へた場合と連続運轉の場合との疲強さを比較し、その結果運轉休止は疲強さに影響を及さないと報告してゐる⁽⁵⁾。併しこの実験に於ては試験片に與へた繰返應力は所謂片振引張應力で、而もその最大値は常に降伏点を超過した大なる應力であつた。従て試験片は疲の進行と共に著しい変形を受けてゐた。依て著者は回轉曲げ試験の如き殆ど変形を伴はない試験法を用ひ、比較的小なる繰返應力の下に疲破壊を起す場合につき運轉休止の影響を明らかにせんとしたのである。

2. 材料及び実験方法

実験に供した材料は軟鋼、硬鋼、鑄鉄及びデュラルミンの 4 種類で、総て供給のまゝとし熱処理は行はなかつた。各材

(1) The Effect of Rest on the Fatigue Strength of Metals.

(2) Toshio NISHIHARA, Member. The Kyoto Imperial University. 京都帝国大学. (3) Minoru KAWAMOTO, Member. The Kyoto Imperial University. 京都帝国大学. (4) 機械学会誌、

45 巻、307 号、686 頁 (昭 17-10).

(5) V. D. I., Z., 84 巻、295 頁 (1940).