航空機々体支柱の振り強さ⁽¹⁾

(昭和 17 年 9 月 19 日 関西支部第 126 回講演会に於て講演)

正 員 根 来 祥 三 郎⁽²⁾ 他 5 名⁽³⁾

摘 要

一様な厚みを持つ薄肉中空断面の流線型支柱が振りモーメントを受ける場合の強さを外周、各孔共に任意形な多孔真直梁の振り、曲げ應力の一解法⁽⁴⁾と所謂内部摩擦説⁽⁵⁾とで求め、その断面の厚さと強さとの関係を図示し、これ等支柱の設計使用に便ならしめ、更に一般に使用される Bredt-Batho 式⁽⁶⁾の結果を含む誤差程度を指摘した。

1. 緒 論

航空機々体支柱の強さを考究するには、その支柱が振り、曲げ両モーメント並に圧縮力の各が単独に又は適宜組合つて或は又それ等が同時に掛つた場合に就て夫々追究する事が必要である。

然るに應力度の重合の法則を利用すれば、これ等の外力を別々に受けた場合の應力度状態を求めて置けば良いことになる。

従て本論文では先づ一様な厚さを持つ薄肉な流線型中空支柱が振りモーメントのみを受ける場合に該支柱のこの外力に耐へ得る強さを“外周各孔共に任意形な多孔真直梁の振り、曲げ應力の一解法”⁽⁷⁾と所謂内部摩擦説⁽⁸⁾とを利用して、その断面の厚さ数種に亘つて求め、更に一般に使用される Bredt-Batho 式⁽⁹⁾の結果とを比較して見る。

2. 振り弾性應力の一般式

均一な直断面を持つ真直棒が振りモーメントを受ける場合に該真直棒内に生ずる弾性應力度状態は一般に次式で表はされる。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{xx} = \widehat{yy} = \widehat{zz} = \widehat{xy} = 0 \\ \widehat{zx} = -\tau \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad \widehat{yz} = \tau \frac{\partial \Phi}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

但し z 軸は真直棒の棒方向に又 x, y 軸は棒直断面内で相互に直交する 2 方向にとる。

尚 (1) 式中の Φ, τ は次記条件を満足する夫々函数及び常数である。

即ち直断面内の任意点では

$$\left. \begin{aligned} \Phi = \Psi + \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \\ \nabla^2 \Psi = 0 \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

直断面の各周辺上では

$$\Phi = \Psi + \frac{1}{2}(x^2 + y^2) = \text{一定} \dots\dots\dots (3)$$

直断面内の任意閉曲線に沿つて行ふ 1 周積分値は

$$\oint \frac{\partial \Psi}{\partial \nu} ds = 0, \quad \oint \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} ds = 2A \dots\dots\dots (4)$$

但し ν は任意閉曲線の一部 ds に立てた外向き垂直方向を表はし、 A は該閉曲線内の面積である。

$$\text{又 } \tau = T/C, \quad C = \iint \left\{ x \frac{\partial \Phi}{\partial x} + y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right\} dA \dots\dots\dots (5)$$

但し T は棒軸周りの振りモーメントを表はし、2 重積分は全断面積内で行ふ。

更に流線型中空支柱の場合に上記の Φ 函数を次記の如き二つの函数に分けて取扱ふ事が出来る。

$$\Phi = m_0 \Phi_0 + m_1 \Phi_1 \dots\dots\dots (6)$$

但し (Φ_0, Φ_1) は平面調和函数で (m_0, m_1) は常数である。而して (6) 式で示す Φ 函数が (2), (3) 及び (4) 条件式を満足するためには (Φ_0, Φ_1) 函数及び (m_0, m_1) 常数は次記条件式を満足すれば良い。

即ち直断面内の任意点では

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 (\Phi_0, \Phi_1) = 1 \\ m_0 + m_1 = 2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

直断面内の各周辺上では

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0 = 1, \quad \Phi_1 = 0 \quad (\text{内側周辺上}) \\ \Phi_0 = 0, \quad \Phi_1 = 1 \quad (\text{外側周辺上}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

直断面内の任意閉曲線に沿つて

$$m_0 \oint \frac{\partial \Phi_0}{\partial \nu} ds + m_1 \oint \frac{\partial \Phi_1}{\partial \nu} ds = 2A \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{尚 } \tau = T/C, \quad C = 2(m_1 A_1 - m_0 A_0 - \iint \Phi dA) \dots\dots\dots (10)$$

但し A_0, A_1 は夫々任意閉曲線並に内、外両周辺内の面積を示す。

[昭和 19 年 2 月]

(1) On the Strength of a Thin Tube Strut under Twisting Moment.

(2) Shōsaburo NEGORO, Member. The Ōsaka Imperial University. 大阪帝国大学。

(3) 准員 松本英二。Biji MATSUMOTO, Associate Member. Student of the Ōsaka Imperial University. 大阪帝国大学々生。

准員 松下 弘。Hiroshi MATSUSHITA, Associate Member. The Student of the Ōsaka Imperial University. 大阪帝国大学々生。

准員 倉 崎。Osamu KURA, Associate Member. The Student of the Ōsaka Imperial University. 大阪帝国大学々生。

准員 小林莊一。Soichi KOBAYASHI, Associate Member. The Student of the Ōsaka Imperial University. 大阪帝国大学々生。

准員 丸山次郎。Jiro MARUYAMA, Associate Member. The Student of the Ōsaka Imperial University. 大阪帝国大学々生。

(4) 根来祥三郎、機械学会論文集、6 卷 23 号 1 部 (昭 15-5)。(5) 砂谷智導、機械学会誌、25 卷 74 号 (大正 11)。(6) 本文 (13) 式。(7) 脚註 (4) 参照。

(8) 脚註 (5) 参照。

(9) 本文 (13) 式。

従て (7), (8) 及び (9) 式より (m_0, m_1) 常数並に (Φ_0, Φ_1) 函数を求めれば (1) 式より要求の應力度分値が求まる。

3. 数値計算結果

本論文では (7), (8) 式で示す Φ_0, Φ_1 函数値を平面調和函数の近似計算法⁽¹⁰⁾で求め、更に (9) 式中の微分並に 1 周積分と應力式 { (1) 式 } 中の微分とを補間式を利用した図式積分並に積分法で行った。

使用断面の流線型外側周辺には図示の如き標準型の曲線をと内側周辺には外側周辺より一様な厚さを持つ曲線とした。

本計算では流線型外側周辺の最大幅 b を長さの単位として厚さ δ が 1/40, 6/40, 7/40 の 3 種類に就て夫々求めた。結果の一例として厚さ 7/40 の流線型中空支柱の振り函数 (Φ) 値及び應力度の分布状態を示せば第 1 図及び第 2 図となる。

但し図は流線型を対称軸で 2 分した一方側領域内のみの分布状態を示す。

第 2 図は領域内各点における應力度の大きさ及び方向を示してゐる。

尚図示の厚さ寸法では尾部の内側周辺曲線の曲率半径が小なるため集中應力の影響が現はれてゐるが、これは尾部の一部を厚肉にして曲率半径を大にすれば避け得るためこの種の集中應力を避ける事にすれば図示の如く各厚さ共流線型断面の最大幅を持つ外側周辺上で最大應力度が生じ且その方向は該点における周辺曲線の切線方向である。

4. Bredt-Batho 式の結果

薄肉管では外側周辺から内側周辺への最短距離即ち厚さ方

向では應力度が一様であると看做せば振り應力度 f_s は近似的に次式で表はされる。

$$f_s = \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = \tau \frac{h}{\delta} \quad \dots\dots\dots (11)$$

但し $h = m_0 \Phi_0 - m_1 \Phi_1$

δ = 管の厚さ

尚 τ 常数は振りモーメントの釣合条件より

$$T = \int \int f_s \cdot r \cdot ds$$

$$\therefore \tau = \frac{T}{4A^2} \oint \frac{1}{\delta} ds \quad \dots\dots\dots (12)$$

依て (11) 式と (12) 式より

$$f_s = \frac{T}{2A\delta} \dots\dots\dots (13) \dots\dots\dots (\text{Bredt-Batho 式})$$

但し A = 管断面の中心線内の面積

前項に依つて流線型断面の最大幅 b を単位長とし (13) 式より厚さ δ に対する f_s/T 値を求めれば 夫々 次記表となる。

δ/b	1/40	2/40	3/40	4/40	5/40	6/40
$(f_s/T)\delta^3$	11.597	6.034	4.188	3.275	2.737	2.383

但し表中は無名数で示した。

5. 振りモーメントに対する強さ

振りモーメントに対する強さを所謂内部摩擦説で定義すれば領域内で示す次記破損傾向値 (R)

$$R = (\bar{y}^2 + \bar{z}^2)^{1/2} / \cos \Phi = f_s / \cos \Phi \quad \dots\dots\dots (14)$$

第 1 図 (上) 振り函数値 (Φ) 分布状態

第 2 図 (下) 應力度分布状態図 $f_s/\delta\tau$

(10) 砂谷智導、根来祥三郎、機械学会論文、3 卷 10 号 (昭 12-2)。
(12) 脚註 (4) 参照。

(11) 根来祥三郎、機械学会論文、5 卷 21 号 1 部 (昭 14-11)。

但し ϕ = 所謂摩擦角

中の最大値を以て上記の強さを表はす事になる。

而して (14) 式に (1) 式を代入すれば

$$R = \tau \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\}^{1/2} / \cos \phi$$

$$= \frac{T}{C} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\}^{1/2} / \cos \phi$$

となり、更に変形すれば

$$\frac{R \cos \phi}{T} = \frac{1}{C} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\}^{1/2} \left. \vphantom{\frac{R \cos \phi}{T}} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$= \frac{f_s}{T}$$

となる。

従て本論文で求めた厚さ 4/40, 6/40, 7/40 3 種の強さ並に Bredt-Batho 式で求めた厚さ 1/40, 2/40, 3/40, 4/40, 5/40, 6/40 の f_s/T 値を図示すれば第 3 図曲線となる。但しこの結果を実用上廣範囲に使用可能ならしめるため縦軸に $(f_s/T)b^3$ 値、横軸に δ/b 値を取りこれ等凡てを無名数 (ディメンションレス数) で表示した。この図より流線型中空支柱の強さが薄ければ Bredt-Batho 式の結果で良いが厚くなれば誤差程度を十分考慮する事が必要であることが分かる。

尙本計算結果の曲線より厚さが増すにつれて段々漸近線的に或一定強さに近接する傾向を持つ。

従て前記の如く尾部並に必要に際しては頭部の厚さを適宜に増し尾部並に頭部の内側周辺曲線の曲率半径を大にしてこれ等の場所に生ずる局部集中應力を避ければ第 3 図①曲線は厚さが厚い場合でも該支柱の厚さと振り強さとの関係を表はすことが認められる。従て或一定の厚さ以上では厚さの増加は振り強さを増さない。即ち或一定の厚さ以上では厚さの増加は振り強さに殆ど影響を與へぬ事が分かる。

さて実際に弾性破損を基準として流線型支柱を設計するには先づ與へられた資材の振り降伏應力 f_y と要求される振りモーメント T との比 f_y/T を求め、この値と支柱の最大幅 b とで定まる高さで第 3 図横軸に平行線を引き上記振り強さ

第 3 図 最大破損傾向曲線

るか又は要求の振りモーメントを多少制限して使用する事に留意する必要がある。

6. 結 論

本論文では一様な厚さを持つ流線型中空支柱の振りモーメントに対する強さを外周、各孔共に任意形な多孔真直梁の振り曲げ應力の一解法と所謂内部摩擦説とで求め、支柱の厚さとこの強さとの関係曲線を求め Bredt-Batho 式の結果を含む誤差程度を示し更に該曲線より上記中空支柱の厚さが或程度以上になると殆ど厚さの増加が振り強さに影響を與へぬ事を指摘し該支柱の設計使用に便ならしめた。

最後に本研究は服部報公會、谷口工業奨励會の御援助に與つた。茲に感謝の意を表す。

(昭和 18 年 11 月 22 日受付)

の曲線との交点を定めればこの交点で示す厚さ寸法が要求の流線型中空支柱の厚さとなりこの厚さ以上は不必要である。

併し若し上記の比が漸近曲線より低い平行線となる場合は使用材料で要求の振りモーメントに耐へ得ない事を意味する。従てより強い

資材を使用す

[昭和 19 年 2 月