$$A_1 = 4\zeta \left[\left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} \pi + 2N\zeta^2 \cos \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \sin \frac{\frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right] \times R^2 \dots (171)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{最大 } \frac{dA}{d\varphi} &= 2\zeta \left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} + \zeta \cos \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right\} R^2 \\ \text{最小 } \frac{dA}{d\varphi} &= 2\zeta \left(1 - \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right) R^2 \end{aligned} \right\} \dots (172)$$

$$\left(\frac{dA}{d\varphi} \right)_m = \frac{2\zeta}{\pi} \left[\left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} \pi + 2N\zeta^2 \cos \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \sin \frac{\frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right] R^2 \dots (173)$$

$$\epsilon = \frac{-2\pi\zeta \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \sin \frac{\frac{\pi}{2N}}{\zeta}}{\left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} \pi + 2N\zeta^2 \cos \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \sin \frac{\frac{\pi}{2N}}{\zeta}} \dots (174)$$

(168), (173) より $(dA/d\varphi)_m$ を生ずる φ は S 連絡なるか D 連絡なるかに従ひ

$$\varphi_m = \zeta \cos^{-1} \left(\frac{2N\zeta}{\pi} \cos \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \sin \frac{\frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right) \dots (175)$$

の逆余弦負正 2 値が対応する。

(24), (154), (155) より φ の負値に対応してトルクを積分すると

$$T_1 = -2\zeta(1 + \zeta)pR^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2\zeta} + \text{常数}$$

$$T_2 = 2\zeta(1 - \zeta)pR^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2\zeta} + \text{常数}$$

S 連絡の場合 $\varphi = \varphi_a$ で $T_1 = 0$,

$$T_2 = (T_{1\varphi=0} - T_{1\varphi=\varphi_a}) + (T_{2\varphi=\varphi_a} - T_{2\varphi=0}) = 4\zeta pR^2 \sin^2 \frac{\varphi_a}{2\zeta}$$

なることより常数が定まり

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \zeta(1 + \zeta) \left(\cos \frac{\varphi}{\zeta} - \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right) pR^2 \\ T_2 &= \zeta \left\{ 2 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} - (1 - \zeta) \cos \frac{\varphi}{\zeta} \right\} pR^2 \end{aligned} \right\} \dots (176)$$

で $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ における T_1 , T_2 が分り $\varphi_e \leq \varphi \leq \varphi_d$ では T_1 は $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ における T_2 を、 T_2 は $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ における T_1 を追跡しかくして $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_d$ における T_1 , T_2 を求めると変化の 1 サイクルが明白となる。 D 連絡の場合は $\varphi_a' \leq \varphi \leq \varphi_d'$ における変化が 1 サイクルを表はし S 連絡の場合と変化の向きが反対になる。

$$\text{最大 } T_1 = 2\zeta \left(1 - \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right) pR^2 \dots (177)$$

第 31 図 シクロイド歯車
図の S , D は S 連絡、 D 連絡の別を表はす。

(昭和 18 年 8 月 4 日受付)

一例として $\zeta = 0.5$, $\theta_a = 20^\circ$, $N = 15$ なる場合に対し本節諸式による計算結果を第 28 図、第 29 図、第 30 図、第 31 図に示すが第 29 図の $\varphi - \frac{dB}{d\varphi} / R^2$ 曲線にも始点と終点を結ぶ直細線を附記して $dB/d\varphi$ の変り様を対照見易くし第 30 図、第 31

ヘリカル歯車ポンプに就て⁽¹⁾

(昭和 18 年 11 月 2 日 応用力学講演會に於て講演)

正員 武藤 房 芳⁽²⁾

1. 緒 言

著者は先に発表した滑り接触式回轉ポンプの研究⁽³⁾の中で平歯車ポンプに就て記述したが、本論文はそれを敷衍してヘリカル歯車ポンプに就て考察し流体の漏洩と粘性を慮外して啮合部分の閉込及び筒拔を起すことなき螺旋傾度を採用したとき平歯車ポンプに比較して如何様に特性が改善されるかを一般的に考究した後、インボリュートとシクロイドの 2 型式に対して例解を行つたものである。

運算に於て上記論文⁽³⁾の公式を引用する場合には特に番号に尾字 2 を附し又順次求められる公式に番号を附し中間運算式と區別する。

(1) Helical Gear Pump. (2) Fusayosi. MUTO. Member. The Hamamatsu Technical College. 浜松高等工業学校. (3) 著者、機械学会誌、46 卷 319 号。本論文集、111-11~25 頁。

2. 一 般 論

第 1 図はピッチ円半径 R 、軸方向長さ l なる背隙をもたないヘリカル歯車ポンプの前方端面輪郭(実線)が a で接触して i なる対の啮合を開始する瞬間を示す。この面上で先行する 2 接触点を b , d とシラック線に關し b と対称なる点を e , ピッチ点 O に關し b , e と対称なる点を b' , e' とす。この瞬間後方端面輪郭(鎖線)の位置はヘリカル歯面の接触点が前方端面上の a から始り後方端面上の e' で終るやうにすることを提唱する。然らば斜線を施した体積 $B-B$ が吐出側から吸込側に返戻され格別蓋葺の如きものを設けずとも齒間に流体が閉込まれることなくその体積変化に基づく支障の懸念が除かれ又吐出側と吸込側を流通して筒拔を起す懸念も除かれる。この場合前方端面接触点が O に在るときの軸位置が

ら起算して前方端面接触点が a と e' なるときの軸回轉角を φ_a (負), $\varphi_{e'}$ (正) と書けば歯面とピッチ円柱の交線ヘリックスが軸となす角 ϕ は

$$\phi = \tan^{-1} \frac{R}{l} (\varphi_{e'} - \varphi_a)$$

歯数が N なら $\varphi_{e'} = -\left(\varphi_a + \frac{\pi}{N}\right)$ なる故

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ -\frac{R}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \right\} \dots\dots\dots (1)$$

第 1 図

前方端面から s だけ後方の任意断面に於て接触点がピッチ点に在るときから起算の軸回轉角 φ_s は前方端面のそれが φ のとき $\varphi_s = \varphi + \frac{s}{l} (\varphi_{e'} - \varphi_a)$ なる故

$$\varphi_s = \varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$d\varphi$ 回轉に於て吐出される流体積を dV とすれば前記論文⁽³⁾で扱つた $dA/d\varphi$ と同意義のものを前方端面から s だけ後方の任意断面で $(dA/d\varphi)_s$ と書き

$$\frac{dV}{d\varphi} = \int_0^l \left(\frac{dA}{d\varphi} \right)_s ds \dots\dots\dots (3)$$

を吐出特性を表はす基本式のうち簡単な形の (8)₂, (9)₂, (10)₂ を参照して考察すると R と l が與へられたとき歯車ポンプはヘリカル歯にすれば蓋溝吸込側連絡平歯に比較して次記の如く吐出特性が改善されることが分り蓋溝吐出側連絡平歯に対する比較も直ちに類推される。

φ が φ_a から φ_e まで変る間に起る吐出 1 サイクルを考へると φ_a でヘリカル歯は平歯よりも一層大なる最小 $dV/d\varphi$ から始りヘリカル歯は平歯よりも著しく緩漫に $dV/d\varphi$ を増加し φ_a と φ_e の丁度中間なる $\varphi_a + \pi/2N$ で極大となりこの線から右方 φ_e までの $dV/d\varphi$ はこの線から左方 φ_a までの $dV/d\varphi$ と左右対称になりヘリカル歯の $\varphi_a + \pi/2N$ における最大 $dV/d\varphi$ と φ_a における最小 $dV/d\varphi$ との差は平歯の φ_e における最大 $dV/d\varphi$ と φ_a における最小 $dV/d\varphi$ との差よりも著しく小となりヘリカル歯では $dV/d\varphi$ が φ_e で次のサイクルへ連続的に移行しヘリカル歯で φ が φ_a から φ_e まで変る間の吐出体積は平歯のそれよりも一層大となりその結果ヘリカル歯の毎回轉吐出体積並に平均 $dV/d\varphi$ 即ち $(dV/d\varphi)_m$ は平歯のそれよりも一層大となりヘリカル歯の吐

出変動率

$$\epsilon = \frac{\text{最大} \frac{dV}{d\varphi} - \text{最小} \frac{dV}{d\varphi}}{\left(\frac{dV}{d\varphi} \right)_m}$$

は平歯のそれよりも著しく小となる。上記ヘリカル歯の毎回轉吐出体積が平歯のそれよりも一層大となる理は第 1 図に於て吐出側から吸込側に返戻される体積は平歯では右方斜線面積 B を断面積とし l なる全長に渡り等しく一貫するに對してヘリカル歯では断面積が右方斜線面積 B から始り S につれて次第に減少し極小に達した後再び増加して左方斜線面積 B に終ることに想到するとき如何にも當然であることが直観される。結局としてヘリカル歯は平歯に比較して $dV/d\varphi$ が格段に一樣となり連続に變り毎回轉吐出体積が一段と増加するのである。

1 車のトルク T_1 は歯がケーシングを離れて吐出側に出る姿勢 (前記論文⁽³⁾ 第 4 図参照) の所で引続き定値に表はれる歯面全体に渡つて起る回轉に逆ふ逆トルクが第 1 図嚙合瞬間では、前方端面上の a から後

方端面上の e' までに渡る接触の線から歯根側の K 側面吐出高圧が向ひの j 側面吸込低圧に打勝つて生ずる回轉の向きのトルクだけ相殺されるから、逆トルクはこの接触の線から歯先側における吐出圧と吸込圧の差 p によつて生ず。回轉につれてかやうな接触の線は刻々に変るから T_1 も刻々に変る。前記論文⁽³⁾で扱つた T_1 と同意義のものを前方端面から s だけ後方の任意断面で T_{1s} と書けば本論文における 1 車のトルクは

$$T_1 = \int_0^l T_{1s} ds \dots\dots\dots (4)$$

2 車のトルク T_2 は刻々に變り行く上記接触の線から歯先側における向ひ合ひ j, K 両側面に圧力差 p が働くと考えての逆トルクを求めれば分り前記論文⁽³⁾の T_2 と同意義のものを s 面上に考へ T_{2s} と書けば本論文における 2 車のトルクは

$$T_2 = \int_0^l T_{2s} ds \dots\dots\dots (5)$$

接触点が d なるときの φ を φ_d とし $T_1 T_2$ は $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_d$ で 1 サイクルを呈するが $\varphi_e \leq \varphi \leq \varphi_d$ の T_1 は $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ の T_2 を追跡し $\varphi_e \leq \varphi \leq \varphi_d$ の T_2 は $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ の T_1 を追跡する。 $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ に於て T_1 は φ の増加につれ單調に増加し T_2 は φ の増加につれ單調に減少し T_1, T_2 は向きが反対の同形曲線を呈す。 R と l を與へたときヘリカル歯の個別軸トルクは平歯のそれに比較して最大値が一層小さく最小値が一層大きくなり著しく一樣性を與へられその上 φ_e で連続的に次へ移行する。 $T_1 + T_2$ と $dV/d\varphi$ の間には (21)₂ と同様に

$$T_1 + T_2 = p \frac{dV}{d\varphi} \dots\dots\dots (6)$$

が成立する。

[昭和 19 年 2 月]

ヘリカル歯でも亦啮合に關する齒形以外齒根部分の形状と寸法は吐出並にトルク特性に少しも影響を及さない。

結論として歯車ポンプはヘリカル歯に直すことにより毎回転吐出体積が一段と増加し $dV/d\varphi$ の変動は極めて僅少且連続となり T_1 と T_2 の変動も亦著しく緩和され且連続となる。

3. 第1例、インボリュート

前記論文⁽³⁾第24図に基づきピッチ円半径 R , 接触線角 θ , 背隙なきヘリカルインボリュート歯車ポンプを考えると (144)₂ より

$$\frac{dV}{d\varphi} = R^2 \int_0^l \left[\varphi_a^2 - \left\{ \varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \right\}^2 \right] \cos^2 \theta - \varphi_a \sin 2\theta \, ds$$

は $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ に於て変化の1サイクルを呈し

第2図 インボリュート歯車

$$\frac{dV}{d\varphi} = \left[\left\{ \varphi_a^2 - \frac{1}{3} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)^2 - \left\{ \varphi - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \right\}^2 \right\} \right] \cos^2 \theta - \varphi_a \sin 2\theta \, R^2 l \quad \dots\dots\dots(7)$$

微分して

$$\frac{d^2 V}{d\varphi^2} = -2 \left\{ \varphi - \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right) \right\} R^2 l \cos^2 \theta \quad \dots\dots\dots(8)$$

積分して φ が φ_a から φ までになる間の吐出体積 V は、

$$V = \left[\varphi \left(D \cos^2 \theta - \varphi_a \sin 2\theta \right) \right]_{\varphi_a}^{\varphi} R^2 l, \\ D = \varphi \left\{ -\frac{\varphi}{3} + \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right) \right\} + \left\{ \varphi_a^2 - \frac{1}{3} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots(9)$$

(9) の積分上限に φ_e を入れた V の値を $2N$ 倍して毎回転吐出体積 V_1 は

$$V_1 = 2\pi \left[\left\{ \frac{2}{3} \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right)^2 - \frac{\pi}{N} \left(\varphi_a + \frac{\pi}{3N} \right) \right\} \right]$$

第10巻第38号(第3部)]

$$\cos^2 \theta - \varphi_a \sin 2\theta \, R^2 l \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{最大} \quad \frac{dV}{d\varphi} = \left[\left\{ \varphi_a^2 - \frac{1}{3} \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right)^2 \right\} \right. \\ \quad \cos^2 \theta - \varphi_a \sin 2\theta \, R^2 l \\ \text{最小} \quad \frac{dV}{d\varphi} = \left\{ \frac{1}{3} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \left(\varphi_a - \frac{\pi}{N} \right) \right. \\ \quad \left. \left. \cos^2 \theta - \varphi_a \sin 2\theta \right\} R^2 l \right] \quad \dots\dots\dots(11) \end{array} \right\}$$

$$\left(\frac{dV}{d\varphi} \right)_m = \frac{V_1}{2\pi} \quad \dots\dots\dots(12)$$

吐出変動率は

$$\epsilon = \frac{\left(\frac{\pi}{2N} \right)^2}{\frac{2}{3} \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right)^2 - \frac{\pi}{N} \left(\varphi_a + \frac{\pi}{3N} \right) - 2\varphi_a \tan \theta} \quad \dots\dots\dots(13)$$

第3図 インボリュート歯車

(7), (12) より $\left(\frac{dV}{d\varphi} \right)_m$ を生ずる φ の φ_a, φ_e 間2値は

$$\varphi_m = \varphi_a + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \frac{\pi}{N} \quad \dots\dots\dots(14)$$

(15)₂ より

$$T_1 = \frac{PR^2}{2} \int_0^l \left\{ \varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) - \varphi_a \right\} \left[\sin 2\theta - \left\{ \varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) + \varphi_a \right\} \cos^2 \theta \right] ds \\ T_2 = -\frac{PR^2}{2} \int_0^l \left\{ \varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) + \varphi_a \right\} \left[\sin 2\theta + \left\{ \varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) - \varphi_a \right\} \cos^2 \theta \right] ds$$

の $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ における値を求めると

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = \frac{1}{6} \left[3 \left\{ \varphi - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right) \right\} \sin 2\theta - \left[3(\varphi^2 - \varphi_a^2) - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \left\{ 3\varphi - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \right\} \cos^2 \theta \right] PR^2 l \right. \\ T_2 = \frac{1}{6} \left[3 \left\{ -\varphi + \frac{\pi}{2N} \right\} \sin 2\theta - \left[3(\varphi^2 - \varphi_a^2) - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \left\{ 3\varphi - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \right\} \cos^2 \theta \right] PR^2 l \right] \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{最大 } T_1 &= \frac{1}{6} \left[3 \left(-\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right) \sin 2\theta + \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \right. \\ &\quad \left. \left(\varphi_a - \frac{\pi}{N} \right) \cos^2 \theta \right] PR^2 l \\ \text{最小 } T_1 &= \frac{1}{6} \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right) \left\{ -3 \sin 2\theta \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\varphi_a - \frac{\pi}{N} \right) \cos^2 \theta \right\} PR^2 l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

(10) から (147)₂ の l 倍を引き

$$\frac{1}{3} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)^2 \pi R^2 l \cos^2 \theta$$

がヘリカル歯毎回転吐出体積と平歯毎回転吐出体積との差である。一例として前記論文⁽³⁾と同様に $\theta = 20^\circ$, $r_a = -0.3R$, $N = 18$ なる場合に対し本節諸式によるヘリカルインボリュート歯車ポンプの計算結果を第2図、第3図太線で示したが細線は前記論文⁽³⁾所載第26図、第27図蓋溝吸込側連絡平インボリュート歯車ポンプの結果を比較のため並記したものである。

4. 第2例、シクロイド

前記論文⁽³⁾第28図に基づきピッチ円半径 R , 接触円半径 $3R$, 背隙なきヘリカルシクロイド歯車ポンプを考えると(168)₂より

$$\frac{dV}{d\varphi} = 2\zeta R^2 \int_0^l \left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right. \\ \left. + \zeta \cos \frac{\varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)}{\zeta} \right\} ds$$

は $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_e$ に於て変化の1サイクルを呈し

$$\frac{dV}{d\varphi} = 2\zeta \left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} + \frac{\zeta^2}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right. \\ \left. \cos \frac{\varphi - \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right)}{\zeta} \right\} R^2 l \dots\dots\dots(18)$$

微分して

$$\frac{d^2 V}{d\varphi^2} = - \frac{2\zeta^2}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \sin \frac{\varphi - \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right)}{\zeta} R^2 l \\ \dots\dots\dots(19)$$

積分して φ が φ_a から φ までになる間の吐出体積 V は

$$V = 2\zeta \left[\left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} \varphi + \frac{\zeta^3}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right. \\ \left. \times \sin \frac{\varphi - \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right)}{\zeta} \right] R^2 l \dots\dots\dots(20)$$

(20) の積分上限に φ_e を入れた V の値を $2N$ 倍して

$$V_1 = 4\zeta \left[\left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} \pi + \frac{2N\zeta^3}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right. \\ \left. \times \sin \frac{\pi}{2N} \right] R^2 l \dots\dots\dots(21)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{最大 } \frac{dV}{d\varphi} &= 2\zeta \left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} + \frac{\zeta^2}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \right. \\ &\quad \left. \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right\} R^2 l \\ \text{最小 } \frac{dV}{d\varphi} &= 2\zeta \left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} + \frac{\zeta^2}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \right. \\ &\quad \left. \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \cos \frac{\pi}{2N} \right\} R^2 l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

$$\left(\frac{dV}{d\varphi} \right)_m = \frac{V_1}{2\pi} \dots\dots\dots(23)$$

吐出変動率は

$\varepsilon =$

$$\frac{\frac{\pi\zeta^2}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \left(1 - \cos \frac{\pi}{2N} \right)}{\left\{ 1 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} \pi + \frac{2N\zeta^3}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \sin \frac{\pi}{2N}} \\ \dots\dots\dots(24)$$

(18), (23) より $\left(\frac{dV}{d\varphi} \right)_m$ を生ずる φ の φ_a, φ_e 間2値は

$$\varphi_m = \zeta \cos^{-1} \left(\frac{2N\zeta}{\pi} \sin \frac{\pi}{2N} \right) + \left(\varphi_a + \frac{\pi}{2N} \right) \dots\dots\dots(25)$$

における逆余弦負正2値が対応する。

(176)₂ より

$$0 \leq s \leq \frac{l\varphi}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}} \text{ で}$$

$$T_{1s} = \zeta(1 + \zeta) \left(\cos \frac{\varphi_s}{\zeta} - \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right) PR^2$$

$$T_{2s} = \zeta \left\{ 2 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} - (1 - \zeta) \cos \frac{\varphi_s}{\zeta} \right\} PR^2$$

$$\frac{l\varphi}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}} \leq s \leq l \text{ で}$$

$$T_{1s} = \zeta \left\{ 2 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} - (1 - \zeta) \cos \frac{\varphi_s}{\zeta} \right\} PR^2$$

$$T_{2s} = \zeta(1 + \zeta) \left(\cos \frac{\varphi_s}{\zeta} - \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right) PR^2$$

だから

$$T_1 = \zeta PR^2 \left[(1 + \zeta) \int_0^{\frac{l\varphi}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}}} \left\{ \cos \frac{\varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)}{\zeta} \right. \right. \\ \left. \left. - \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} ds + \int_{\frac{l\varphi}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}}}^l \left\{ 2 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right. \right. \\ \left. \left. - (1 - \zeta) \cos \frac{\varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)}{\zeta} \right\} ds \right]$$

$$T_2 = \zeta PR^2 \left[\int_0^{\frac{l\varphi}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}}} \left\{ 2 - (1 + \zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right. \right. \\ \left. \left. - (1 - \zeta) \cos \frac{\varphi - \frac{s}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)}{\zeta} \right\} ds \right]$$

[昭和19年2月]

第4図 シクロイド歯車

$$+(1+\zeta) \int_{\frac{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}}{l}}^l \left\{ \cos \frac{\varphi - \frac{\pi}{l} \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)}{\zeta} - \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} ds$$

の $\varphi_a \leq \varphi \leq \varphi_a$ における値を求めると

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \zeta \left[2 - (1+\zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} + \frac{1}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}} \left\{ (1+\zeta) \zeta \sin \frac{\varphi}{\zeta} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2\varphi + (1-\zeta) \zeta \sin \frac{\varphi - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)}{\zeta} \right\} \right] PR^2 l \\ T_2 &= \zeta \left[- (1+\zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} + \frac{1}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}} \left\{ - (1-\zeta) \zeta \sin \frac{\varphi}{\zeta} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2\varphi - (1+\zeta) \zeta \sin \frac{\varphi - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right)}{\zeta} \right\} \right] PR^2 l \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{最大 } T_1 &= \zeta \left[2 - (1+\zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} + \frac{1}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}} \left\{ (1+\zeta) \zeta \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{N}}{\zeta} - \left(2\varphi_a + \frac{\pi}{N} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (1-\zeta) \zeta \sin \frac{\varphi_a}{\zeta} \right\} \right] PR^2 l \\ \text{最小 } T_1 &= \zeta \left[2 - (1+\zeta) \cos \frac{\varphi_a}{\zeta} + \frac{1}{2\varphi_a + \frac{\pi}{N}} \left\{ (1+\zeta) \zeta \sin \frac{\varphi_a}{\zeta} - 2\varphi_a - (1-\zeta) \zeta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{N}}{\zeta} \right\} \right] PR^2 l \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(27)$$

(21) から (171)₂ の l 倍を引き

$$8N\zeta^3 \sin \frac{\pi}{2N} \left(\frac{\zeta}{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}} \sin \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} - \cos \frac{\varphi_a + \frac{\pi}{2N}}{\zeta} \right) PR^2 l \quad \dots\dots\dots(28)$$

第5図 シクロイド歯車

がヘリカル歯車毎回転吐出体積と平歯車毎回転吐出体積との差である。

一例として前記論文⁽³⁾と同様に $\zeta=0.5$, $\theta_a=20^\circ$, $N=15$ なる場合に対し本節諸式によるヘリカルシクロイド歯車ポンプの計算結果を第4図、第5図太線で示したか細線は前記論文⁽³⁾所載第30図、第31図蓋溝吸込側連絡平シクロイド歯車

ポンプの結果を比較のため並記したものである。

(昭和19年2月5日受付)