$$\sqrt{k^2+l^2} \sin^2\left(\tan^{-1}\frac{l}{k}-\alpha\right)=\mp 4p \cos\left(\tan^{-1}\frac{l}{k}-\alpha\right)$$

[R] 系に関して K を表せば

$$K: \begin{cases} x/R=\xi(\lambda)=\mp p \cos \alpha \cdot \lambda^2+2p \sin \alpha \cdot \lambda \pm k \\ y/R=\eta(\lambda)=\pm p \sin \alpha \cdot \lambda^2+2p \cos \alpha \cdot \lambda \mp l \end{cases}$$

$$\text{又} \quad \varphi(\lambda)=\frac{p\lambda(2+\lambda^2)\mp l(\cos \alpha \pm \sin \alpha \cdot \lambda)}{\mp \lambda \cos \alpha + \sin \alpha} \pm k.$$

但し複号の上方は歯末、下方は歯本の面に対するものである。
小歯車の歯形 $\bar{K}$ はこれ等の値を下式に代入したものである。

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R=[\xi(\lambda)+\varphi(\lambda)]\cos \varphi(\lambda)+[\eta(\lambda)-1]\sin \varphi(\lambda) \\ \bar{y}/R=-[\xi(\lambda)+\varphi(\lambda)]\sin \varphi(\lambda)+[\eta(\lambda)-1]\cos \varphi(\lambda)+1 \end{cases}$$

(二) 円⁽¹¹⁾

(i) 松村式交換性円弧歯形 $K^{(12)}$ に啮合小歯形

(イ) に於て $\alpha=0, a=b$

とした場合であるから円弧 K は

$$K: \begin{cases} x/R=\xi(\lambda)=\mp k \pm a \cos \lambda \\ y/R=\eta(\lambda)=\mp \sqrt{a^2-k^2} \pm a \sin \lambda \end{cases}$$

$$\text{又} \quad \varphi(\lambda)=\pm k \mp \sqrt{a^2-k^2} \cot \lambda.$$

$$\therefore \sin \lambda=\sqrt{a^2-k^2}/D, \quad \cos \lambda=(k \mp \varphi)/D,$$

$$D=(a^2 \mp 2k\varphi + \varphi^2)^{1/2}$$

故に K に対する歯形 $\bar{K}$ は

$$\left\{ \frac{\bar{x}}{R}=(\varphi \mp k)\left(1 \pm \frac{a}{D}\right) \cos \varphi \right.$$

$$\bar{K}: \begin{cases} +\left(\pm \frac{a \sqrt{a^2-k^2}}{D} \mp \sqrt{a^2-k^2}-1\right) \sin \varphi \\ \frac{\bar{y}}{R}=-\left(\varphi \mp k\right)\left(1 \pm \frac{a}{D}\right) \sin \varphi \\ +\left(\pm \frac{a \sqrt{a^2-k^2}}{D} \mp \sqrt{a^2-k^2}-1\right) \cos \varphi+1 \end{cases}$$

(ii) 円 K が一般の位置にある場合

円弧 K の中心 C の [R] 系に関する座標を $(\xi_0 R, \eta_0 R)$,
半径を rR とすれば、半径線が x 軸となす角 λ を媒介変数として

$$K: \begin{cases} x/R=\xi(\lambda)=\xi_0+r \cos \lambda \\ y/R=\eta(\lambda)=\eta_0+r \sin \lambda \end{cases}$$

(2) 式から

$$\sin \lambda=\eta_0/D, \quad \cos \lambda=(\xi_0+\varphi)/D,$$

$$D=[\eta_0^2+(\xi_0+\varphi)^2]^{1/2}$$

従て小歯車の歯形 $\bar{K}$ は

$$\bar{K}: \begin{cases} \frac{\bar{x}}{R}=(\xi_0+\varphi)\left(1+\frac{r}{D}\right) \cos (\alpha_0+\varphi) \\ +\left(\eta_0+\frac{r \eta_0}{D}-1\right) \sin (\alpha_0+\varphi) \\ \frac{\bar{y}}{R}=-\left(\xi_0+\varphi\right)\left(1+\frac{r}{D}\right) \sin (\alpha_0+\varphi) \\ +\left(\eta_0+\frac{r \eta_0}{D}-1\right) \cos (\alpha_0+\varphi)+1 \end{cases}$$

(昭和 19 年 3 月 19 日受付)

擬似歯形の方法による歯形の解法に就て⁽¹¹⁾

(第 II 報、ラックと小歯車の啮合)

(昭和 18 年 10 月 3 日 新潟臨時大会講演會に於て講演)

正 員 成瀬 政 男⁽²⁾ 正 員 堀 内 義 和⁽³⁾

1. 緒 言

轉り接触を行ひつゝ回轉する二つの円板の一方に固定する点及び曲線上の各点が相手円板上に描く曲線及びその曲線群の包絡線として擬似歯形を定義すれば普通の歯形及び特種の歯形曲線を取扱ふことが出来る。第 I 報⁽⁴⁾に於ては円板の一方の半径が無限大となつた極限としてのラック上の点及び曲線が小歯車上に描く擬似歯形を論じた。本報告に於ては逆の場合即ち小歯車上の点及び曲線がラック上に描く擬似歯形に就て述べる。

2. 小歯車上の点及び曲線がラック上に描く擬似歯形

ラックのピッチ線を x 軸にとり、小歯車の中心 O_p より下した垂線を y 軸とした不動座標系を [R] とし、[R] 系と x 軸を共通とし、ラックと共に移動する直交座標系を $[\bar{R}]$ とす。今小歯車に固定する正則曲線 K が [R] 系に関し媒介変数 λ により

$$K: \quad x/R=\xi=\xi(\lambda), \quad y/R=\eta=\eta(\lambda)$$

で表はされ、 ξ, η は λ に関し一價にして第二次微係数が連続とする。

曲線 K 上の一点 P がラック上に描く擬似歯形 $\bar{P}$ は $[\bar{R}]$ 系から点 P を觀察した相對運動の軌道として求められる。

或瞬間 $[\bar{R}]$ 系が [R] 系より δR (R は小歯車のピッチ円半径) の距離だけ偏位し、点 P の [R] 系に関する座標

[昭和 19 年 5 月]

(11) 成瀬、齒車、110 頁。 (12) 松村、機械学会誌、第 21 卷第 52 号。

(1) Über die Zahnprofiltheorie bei der Methode von Pseudo-Zahnkurve. (2) Masao NARUSE, Mitglied. Kaiserliche Universität zu Tōhoku, 東北帝国大学。 (3) Yoshikazu HORIUCHI, Mitglied. Nakazima Hikōki Kaisha, Ogikubo Seisakusho. 中島飛行機株式会社製作所。 (4) 本誌。

x_0, y_0 が

$$P: \quad x_0/R = \xi_0 = \xi(\lambda_0), \quad y_0/R = \eta_0 = \eta(\lambda)$$

であるとする (第 1 図)。

小歯車が角 φ 回転し点 P が点 P' に来た瞬間を考へる。

点 P' の $[R]$ 系に関する座標は

$$x = \{\xi_0^2 + (\eta_0 + 1)^2\}^{1/2} \sin\left(\text{tg}^{-1} \frac{\xi_0}{\eta_0 + 1} + \varphi\right) R$$

$$y = \{\xi_0^2 + (\eta_0 + 1)^2\}^{1/2} \cos\left(\text{tg}^{-1} \frac{\xi_0}{\eta_0 + 1} + \varphi\right) R - R$$

第 1 図

この瞬間 $[R]$ 系より $[R]$ 系への変換式

$$\bar{x} = x - (\delta + \varphi) R$$

$$\bar{y} = y$$

の x, y に点 P' の座標を代入すれば

$$\bar{P}: \begin{cases} \frac{\bar{x}}{R} = \{\xi_0^2 + (\eta_0 + 1)^2\}^{1/2} \sin\left(\text{tg}^{-1} \frac{\xi_0}{\eta_0 + 1} + \varphi\right) - (\delta + \varphi) \\ \frac{\bar{y}}{R} = \{\xi_0^2 + (\eta_0 + 1)^2\}^{1/2} \cos\left(\text{tg}^{-1} \frac{\xi_0}{\eta_0 + 1} + \varphi\right) - 1 \end{cases} \quad \dots\dots(1)$$

或は

$$\bar{P}: \begin{cases} \bar{x}/R = \xi_0 \cos \varphi + (\eta_0 + 1) \sin \varphi - (\delta + \varphi) \\ \bar{y}/R = -\xi_0 \sin \varphi + (\eta_0 + 1) \cos \varphi - 1 \end{cases} \quad \dots\dots(1a)$$

これが小歯車の回転角 φ を媒介変数によつたとき小歯車に固定する点 $P(\lambda_0)$ がラック上に描く擬似歯形 $\bar{P}$ の方程式である。点 P 1 箇の代りに曲線 K 上の総ての点をとれば、これ等の点が描く擬似歯形の群を得、その包絡線 $\bar{K}$ が存在する場合、曲線 $\bar{K}$ が曲線 K の描く媒似歯形となる (第 2 図)。

曲線 K が小歯車の歯形であれば曲線 $\bar{K}$ はこれに噛合ふラックの歯形となる。

擬似歯形 $\bar{K}$ を求めるには (1), (1a) 式の常数 ξ_0, η_0 の代りに変数 $\xi(\lambda), \eta(\lambda)$ で置換へ、これより作つた Jacobian J :

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \bar{x}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \bar{x}}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \bar{y}}{\partial \lambda} & \frac{\partial \bar{y}}{\partial \varphi} \end{vmatrix}$$

を 0 とおき $J \neq 0$ ならば曲線 K の正則性より $\xi^2 + \eta^2 \neq 0$ であるから φ を λ により表はせる。

第 10 巻 第 39 号 (第 4 部)]

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\eta'}{\xi'} - \sin^{-1} \frac{\xi \xi' + \eta'(\eta + 1)}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$$

又は

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\eta' D_2 - \xi' D_1}{\xi' D_2 + \eta' D_1}$$

但し $D_1 = \xi \xi' + \eta'(\eta + 1), \quad D_2 = \xi^2 + \eta^2 - D_1^2$

故に (1), (1a) 式にこの $\varphi(\lambda)$ の値を代入し、 λ を媒介変数として擬似歯形 $\bar{K}$ が表はされる。

$$\bar{K}: \begin{cases} \frac{\bar{x}}{R} = [\xi^2(\lambda) + \{\eta(\lambda) + 1\}^2]^{1/2} \sin\left[\text{tg}^{-1} \frac{\xi(\lambda)}{\eta(\lambda) + 1} + \varphi(\lambda)\right] - [\delta + \varphi(\lambda)] \\ \frac{\bar{y}}{R} = [\xi^2(\lambda) + \{\eta(\lambda) + 1\}^2]^{1/2} \cos\left[\text{tg}^{-1} \frac{\xi(\lambda)}{\eta(\lambda) + 1} + \varphi(\lambda)\right] - 1 \end{cases} \quad \dots\dots(3)$$

又は

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R = \xi(\lambda) \cos \varphi + \{\eta(\lambda) + 1\} \sin \varphi - [\delta + \varphi(\lambda)] \\ \bar{y}/R = -\xi(\lambda) \sin \varphi + \{\eta(\lambda) + 1\} \cos \varphi - 1 \end{cases} \quad \dots\dots(3a)$$

又 (2), (2a) 式より $J \neq 0$ ならば λ を φ により表はし

$$\lambda = \lambda(\varphi) \quad \dots\dots(2b)$$

第 2 図

この λ の値を (1), (1a) 式に代入し φ を媒介変数として $\bar{K}$ を表はしてもよい:

$$\bar{K}: \begin{cases} \frac{\bar{x}}{R} = [\xi^2(\lambda(\varphi)) + \{\eta(\lambda(\varphi)) + 1\}^2]^{1/2} \times \sin\left[\text{tg}^{-1} \frac{\xi(\lambda(\varphi))}{\eta(\lambda(\varphi)) + 1} + \varphi\right] - (\delta + \varphi) \\ \frac{\bar{y}}{R} = [\xi^2(\lambda(\varphi)) + \{\eta(\lambda(\varphi)) + 1\}^2]^{1/2} \times \cos\left[\text{tg}^{-1} \frac{\xi(\lambda(\varphi))}{\eta(\lambda(\varphi)) + 1} + \varphi\right] - 1 \end{cases} \quad \dots\dots(4)$$

又は

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R = \xi(\lambda(\varphi)) \cos \varphi + \{\eta(\lambda(\varphi)) + 1\} \sin \varphi - (\delta + \varphi) \\ \bar{y}/R = -\xi(\lambda(\varphi)) \sin \varphi + \{\eta(\lambda(\varphi)) + 1\} \cos \varphi - 1 \end{cases} \quad \dots\dots(4a)$$

3. 應 用 例

例 1. 小歯車のインボリュート歯形に対応するラックの歯形

小歯車の同心円を基円とするインボリュート歯形 K は基円の半径を $R \cos \alpha$, ($\alpha > 0$) とし、その根本を原点とし基円の切線を x' 軸、直径線を y' 軸とすれば次の様に表はされる:

$$K: \begin{cases} x' = R \cos \alpha (\sin \lambda - \lambda \cos \lambda), \\ y' = R \cos \alpha (1 - \cos \lambda - \lambda \sin \lambda) \end{cases}$$

但し媒介変数 λ は K 上の点より基円に引いた切線の切点と K の根本から中心を視た角である。

曲線 K が $[R]$ 系の原点を通る位置における形を求めるには (x', y') 系より $[R]$ 系への変換式

$$\begin{aligned} x &= -x' \cos \text{Ev} \alpha - y' \sin \text{Ev} \alpha + R \cos \alpha \cdot \sin \text{Ev} \alpha \\ y &= x' \sin \text{Ev} \alpha - y' \cos \text{Ev} \alpha - (1 - \cos \alpha \cdot \cos \text{Ev} \alpha) R \end{aligned}$$

より

$$K: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = \cos \alpha [\sin(\text{Ev} \alpha - \lambda) + \lambda \cos(\text{Ev} \alpha - \lambda)] \\ y/R = \eta(\lambda) = \cos \alpha [\cos(\text{Ev} \alpha - \lambda) - \lambda \sin(\text{Ev} \alpha - \lambda)] \end{cases}$$

$$\therefore D_1 = \lambda \cos^2 \alpha, \quad D_2 = \lambda \cos \alpha \cdot \sin \alpha, \quad \varphi = \lambda - \text{tg} \alpha$$

ラックの歯形 $\bar{K}$ は (3a) 式より ($\delta = 0$)

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R = \text{tg} \alpha (1 - \cos^2 \alpha - \lambda \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \\ \bar{y}/R = (1 - \cos^2 \alpha - \lambda \sin \alpha \cdot \cos \alpha) \end{cases}$$

又は

$$\bar{y} = -\cot \alpha \cdot \bar{x}$$

即ちインボリュート歯形 K に対応するラックの歯形 $\bar{K}$ は圧力角 α なる直線となる。

例 2. 小歯車のサイクロイド歯形に対応するラックの歯形
小歯車の歯末、歯本の面に轉り円の半径 aR, bR , ($0 < a, b < 1$) のエビ・サイクロイド及びハイポ・サイクロイド曲線 K_i を與へる。その方程式は $[R]$ 系に關し次の形となる:

$$K_1: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = (a+1) \sin a\lambda - a \sin(a+1)\lambda \\ y/R = \eta(\lambda) = (a+1) \cos a\lambda - a \cos(a+1)\lambda - 1 \end{cases}$$

$$K_2: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = (b-1) \sin b\lambda - b \sin(b-1)\lambda \\ y/R = \eta(\lambda) = -(b-1) \cos b\lambda + b \cos(b-1)\lambda - 1 \end{cases}$$

故に

$$\begin{cases} D_1 = a(a+1) \sin \lambda \\ D_2 = a(a+1)(1 - \cos \lambda); \\ \varphi = -a\lambda \end{cases} \quad \begin{cases} D_1 = b(b-1) \sin \lambda \\ D_2 = b(b-1)(1 - \cos \lambda); \\ \varphi = b\lambda \end{cases}$$

従て (3a) 式から $\delta = 0$ とおけば K_1, K_2 に適合する歯形 $\bar{K}_i$ を得。

$$\bar{K}_1: \begin{cases} \bar{x}/R = a(\lambda - \sin \lambda) \\ \bar{y}/R = a(1 - \cos \lambda) \end{cases}; \quad \bar{K}_2: \begin{cases} \bar{x}/R = -b(\lambda - \sin \lambda) \\ \bar{y}/R = -a(1 - \cos \lambda) \end{cases}$$

即ち轉り円の半径が aR 及び bR なるコモン・サイクロイドとなる。

例 3. 小歯車の二次曲線 K に対するラックの歯形
(イ) 楕円

$[R]$ 系の原点を通る楕円 K の長、短軸の半分を夫々 aR 及び bR , 中心 C の $[R]$ 系に關する位置が $(\mp kR, \mp lR)$, 長軸がピッチ線となす角を α とすれば

$$\sin^2 \left(\text{tg}^{-1} \frac{l}{k} + \alpha \right) / a^2 + \cos^2 \left(\text{tg}^{-1} \frac{l}{k} + \alpha \right) / b^2 = 1 / (k^2 + l^2)$$

なる関係がある。長、短軸を x', y' 軸にとるとき K は

$$K: \quad x' = aR \cos \lambda, \quad y' = bR \sin \lambda$$

で表はされるから $[R]$ 系に変換すれば次の様になる。

$$K: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = \pm a \cos \alpha \cdot \cos \lambda \pm b \sin \alpha \cdot \sin \lambda \mp l \\ y/R = \eta(\lambda) = \mp a \sin \alpha \cdot \cos \lambda \pm b \cos \alpha \cdot \sin \lambda \mp l \end{cases}$$

$$\therefore D_1 = (b^2 - a^2) \sin \lambda \cdot \cos \lambda + a[k \cos \alpha \pm (1 \mp l) \sin \alpha] \times \sin \lambda + b[-k \sin \alpha \pm (1 \mp l) \cos \alpha] \cos \lambda$$

$$D_2 = a^2 \sin^2 \lambda + b^2 \cos^2 \lambda - D_1^2$$

複号の上は歯末の面、下は歯本の面を表はす。歯末の面に対しては

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\{(a \sin \alpha \cdot \sin \lambda + b \cos \alpha \cdot \cos \lambda) D_2 + (a \cos \alpha \cdot \sin \lambda - b \sin \alpha \cdot \cos \lambda) D_1\}}{\{(a \cos \alpha \cdot \sin \lambda - b \sin \alpha \cdot \cos \lambda) D_2 + (a \sin \alpha \cdot \sin \lambda + b \cos \alpha \cdot \cos \lambda) D_1\}}$$

故に求めるラックの歯形 $\bar{K}$ は上の $\xi(\lambda), \eta(\lambda)$ 及び $\varphi(\lambda)$ を (3a) 式に代入すればよい。歯本の面に対しても同様に $\bar{K}$ が求められる。

(ロ) 双曲線

$[R]$ 系の原点を通る双曲線 K の中心 C の座標が $(\mp kR, \pm lR)$, 長、短軸の半分が aR 及び bR , 長軸がピッチ線と角 α をなすとき、 k, l 及び α の間には次の関係式がある:

$$\cos^2 \left(\text{tg}^{-1} \frac{l}{k} - \alpha \right) / a^2 - \sin^2 \left(\text{tg}^{-1} \frac{l}{k} - \alpha \right) / b^2 = 1 / (k^2 + l^2)$$

長、短軸を x', y' 軸にとるとき K は

$$K: \quad x' = aR \sec \lambda, \quad y' = bR \text{tg} \lambda$$

で表はされるから $[R]$ 系に關しては次の形をなす:

$$K: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = a \cos \alpha \cdot \sec \lambda + b \sin \alpha \cdot \text{tg} \lambda \pm k \\ y/R = \eta(\lambda) = -a \sin \alpha \cdot \sec \lambda + b \cos \alpha \cdot \text{tg} \lambda \mp l \end{cases}$$

$$\therefore D_1 = (a^2 + b^2) \sec^2 \lambda \text{tg} \lambda + a[\pm k \cos \alpha - (1 \mp l) \sin \alpha] \times \sec \lambda \text{tg} \lambda + b[\pm k \sin \alpha + (1 \mp l) \cos \alpha] \sec^2 \lambda$$

$$D_2 = (a^2 \text{tg}^2 \lambda + b^2 \sec^2 \lambda) \sec^2 \lambda - D_1^2$$

複号の上は歯末、下は歯本の面に対するものである。歯末の面に対しては

$$-\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\{(a \sin \alpha \cdot \text{tg} \lambda - b \cos \alpha \cdot \sec \lambda) D_2 + (a \cos \alpha \cdot \text{tg} \lambda + b \sin \alpha \cdot \sec \lambda) D_1\}}{\{(a \cos \alpha \cdot \text{tg} \lambda + b \sin \alpha \cdot \sec \lambda) D_2 - (a \sin \alpha \cdot \text{tg} \lambda - b \cos \alpha \cdot \sec \lambda) D_1\}}$$

$$\therefore \sin \varphi(\lambda) = - \frac{\{(a \sin \alpha \cdot \text{tg} \lambda - b \cos \alpha \cdot \sec \lambda) D_2 + (a \cos \alpha \cdot \text{tg} \lambda + b \sin \alpha \cdot \sec \lambda) D_1\}}{\sec \lambda (a^2 \text{tg}^2 \lambda + b^2 \sec^2 \lambda)}$$

$$\cos \varphi(\lambda) = \frac{\{(a \cos \alpha \cdot \text{tg} \lambda + b \sin \alpha \cdot \sec \lambda) D_2 - (a \sin \alpha \cdot \text{tg} \lambda - b \cos \alpha \cdot \sec \lambda) D_1\}}{\sec \lambda (a^2 \text{tg}^2 \lambda + b^2 \sec^2 \lambda)}$$

従て小歯車の歯末の双曲線 K に対応するラックの歯形は (3a) 式に上の値を代入したものである。

(ハ) 拋物線

$[R]$ 系の原点を通る拋物線 K の頂点 O' の座標が $(\pm kR, \mp lR)$, 主軸のピッチ線に対する傾が α とすれば、 K は主軸を x' 軸、頂点 O' における x' 軸の垂線を y' 軸として次

[昭和 19 年 5 月]

の様に表はされる。

$$x' = \mp p R \lambda^2, \quad y' = 2p R \lambda; \quad (y'^2 = \mp 4p R x')$$

但し k, l 及び α の間には次の関係がある：

$$\sqrt{k^2 + l^2} \cdot \sin^2 \left(\tan^{-1} \frac{l}{k} - \alpha \right) = \mp 4p \cos \left(\tan^{-1} \frac{l}{k} - \alpha \right)$$

従て拋物線 K の $[R]$ 系に関する形は次の様になる：

$$K: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = \mp p \cos \alpha \cdot \lambda^3 + 2p \sin \alpha \cdot \lambda \pm k \\ y/R = \eta(\lambda) = \pm p \sin \alpha \cdot \lambda^3 + 2p \cos \alpha \cdot \lambda \mp l \end{cases}$$

$$D_1/2p = p\lambda^3 + [2p - k \cos \alpha \pm (1 \mp l) \sin \alpha] \lambda \pm k \sin \alpha$$

$$D_2^2 = 4p^2(1 + \lambda^2) - D_1^2$$

複号の上は歯末の面、下は歯本の面に対するものである。

$$\varphi(\lambda) = \tan^{-1} \frac{(\sin \alpha \cdot \lambda \pm \cos \alpha) D_2 + (\cos \alpha \cdot \lambda \mp \sin \alpha) D_1}{(\cos \alpha \cdot \lambda \mp \sin \alpha) D_2 - (\sin \alpha \cdot \lambda \pm \cos \alpha) D_1}$$

$$\sin \varphi = \frac{\pm (D_1 \sin \alpha - D_2 \cos \alpha) \lambda + D_1 \cos \alpha + D_2 \sin \alpha}{2(1 + \lambda^2)}$$

$$\cos \varphi = \frac{\pm (D_1 \cos \alpha + D_2 \sin \alpha) \lambda - D_1 \sin \alpha + D_2 \cos \alpha}{2(1 + \lambda^2)}$$

故に双曲線 K に対応するラックの歯形 $\bar{K}$ は、これ等の値を (3a) 式に代入すればよい。

(二) 円

(i) 松村式交換性円弧歯形⁽⁵⁾に嚙合小歯形

(1) に於て $\alpha = 0, \quad a = b$

とおけばよいから円 K は

$$K: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = \mp k \pm a \cos \lambda \\ y/R = \eta(\lambda) = \mp \sqrt{a^2 - k^2} \pm a \sin \lambda \end{cases}$$

$$D_1 = a[k \sin \lambda + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda]$$

$$\varphi = \lambda + \cos^{-1} \{ k \sin \lambda + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda \}$$

$$\text{又は} \quad \lambda = \tan^{-1} \frac{-1 \pm \sqrt{a^2 - k^2} + \cos \varphi}{k - \sin \varphi}$$

故にラックの歯形 $\bar{K}$ は (3a) 式から ($\delta = 0$)

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R = \mp (k - a \cos \lambda) \cos [\lambda + \cos^{-1} \{ k \sin \lambda + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda \}] \\ \quad + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda \} \mp (\mp 1 + \sqrt{a^2 - k^2} - a \sin \lambda) \\ \quad \times \sin [\lambda + \cos^{-1} \{ k \sin \lambda + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda \}] \\ \quad - \lambda - \cos^{-1} \{ k \sin \lambda + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda \} \\ \bar{y}/R = \pm (k - a \cos \lambda) \sin [\lambda + \cos^{-1} \{ k \sin \lambda + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda \}] \\ \quad + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda \} \mp (\mp 1 + \sqrt{a^2 - k^2} - a \sin \lambda) \\ \quad \times \cos [\lambda + \cos^{-1} \{ k \sin \lambda + (1 \mp \sqrt{a^2 - k^2}) \cos \lambda \}] \\ \quad - 1 \end{cases}$$

又は (4a) 式から ($\delta = 0$)

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R = \pm a \cos \left(\tan^{-1} \frac{-1 \pm \sqrt{a^2 - k^2} + \cos \varphi}{k - \sin \varphi} - \varphi \right) \\ \quad \mp a \sin \left(\tan^{-1} \frac{k}{\sqrt{a^2 - k^2}} + \varphi \right) + \sin \varphi - \varphi \\ \bar{y}/R = \pm a \sin \left(\tan^{-1} \frac{-1 \pm \sqrt{a^2 - k^2} + \cos \varphi}{k - \sin \varphi} - \varphi \right) \\ \quad \mp a \cos \left(\tan^{-1} \frac{k}{\sqrt{a^2 - k^2}} + \varphi \right) + \cos \varphi - 1 \end{cases}$$

(ii) 円弧が一般の位置にある場合

円弧 K の中心 C の $[R]$ 系に関する座標が $(\xi_0 R, \eta_0 R)$, 半径を rR とすれば半径線がピッチ線となす角 λ を媒介変数にとり

$$K: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = \xi_0 + r \cos \lambda \\ y/R = \eta(\lambda) = \eta_0 + r \sin \lambda \end{cases}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} + \lambda + \sin^{-1} \{ \xi_0 \sin \lambda - (1 + \eta_0) \cos \lambda \}$$

故に (3) 式より円弧 K に対応する小歯車の歯形 $\bar{K}$ は ($\delta = 0$)

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R = [(\xi_0 + r \cos \lambda)^2 + (1 + \eta_0 + r \sin \lambda)^2]^{1/2} \\ \quad \times \cos \left[\tan^{-1} \frac{\xi_0 + r \cos \lambda}{1 + \eta_0 + r \sin \lambda} - \lambda \right. \\ \quad \left. - \sin^{-1} \{ \xi_0 \sin \lambda - (1 + \eta_0) \cos \lambda \} \right] - \frac{\pi}{2} - \lambda \\ \quad - \sin^{-1} \{ \xi_0 \sin \lambda - (1 + \eta_0) \cos \lambda \} \\ \bar{y}/R = -[(\xi_0 + r \cos \lambda)^2 + (1 + \eta_0 + r \sin \lambda)^2]^{1/2} \\ \quad \times \sin \left[\tan^{-1} \frac{\xi_0 + r \cos \lambda}{1 + \eta_0 + r \sin \lambda} - \lambda \right. \\ \quad \left. - \sin^{-1} \{ \xi_0 \sin \lambda - (1 + \eta_0) \cos \lambda \} \right] - 1 \end{cases}$$

$$\text{又は} \quad \lambda = \tan^{-1} \frac{1 + \eta_0 - \cos \varphi}{\xi_0 + \sin \varphi}$$

であるから (4a) 式より ($\delta = 0$)

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R = r \cos \left(\tan^{-1} \frac{1 + \eta_0 - \cos \varphi}{\xi_0 + \sin \varphi} - \varphi \right) + \xi_0 \cos \varphi \\ \quad + (1 + \eta_0) \sin \varphi - \varphi \\ \bar{y}/R = r \sin \left(\tan^{-1} \frac{1 + \eta_0 - \cos \varphi}{\xi_0 + \sin \varphi} - \varphi \right) - \xi_0 \sin \varphi \\ \quad + (1 + \eta_0) \cos \varphi - 1 \end{cases}$$

(iii) 円弧が小歯車と同心の場合

円弧 K の半径を $(1 + \eta_0)R$ とし、半径線が y 軸となす角 λ を媒介変数にとれば、 K は

$$K: \begin{cases} x/R = \xi(\lambda) = (1 + \eta_0) \sin \lambda \\ y/R = \eta(\lambda) = (1 + \eta_0) \cos \lambda - 1 \end{cases}$$

$$D_1 = 0, \quad D_2 = 1 + \eta_0, \quad \varphi = -\lambda$$

故に円弧 K に対応するラック上の擬似歯形 $\bar{K}$ は (3a) 式から

$$\bar{K}: \begin{cases} \bar{x}/R = \lambda \\ \bar{y}/R = \eta_0 \end{cases}$$

第 3 図

(5) 松村、機械学会誌、21 卷 52 号 (大 7-6)。