流体の非定常流に対する解法とその吸入効率計算に対する応用⁽¹⁾

村 上 健 吉⁽²⁾

A Solution of Non-stationary Liquid Flow and It's Application to the Calculation of Charging Efficiency

by Kenkichi MURAKAMI

A very effective equation that can be applied to many problems concerned with variable pipe line, is obtained by integrating one dimensional Euler's equation remaining its non-stationary term.

Thus, we get an equation as follows :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} + \frac{p_1}{\rho} - H_0 = 0$$

In this paper, I am showing an instance in which this equation is proved to be useful in dissolving the charging efficiency of internal combustion engines. This problem has been analysed by the method of wave equation, where gas in a suction pipe was considered as wave medium.

Whereas, it is regarded, in this case, as a uniform mass. Consequently, the charging efficiency is expressed by the average value of suction state.

This method of handling the problem is quite effective when multiple cylinder engine is used, and the fluctuation of suction pressure is less important than the average value of it.

1. 緒 言

一次元流の問題を取り扱った例は、大きな観点から見れば、定常流と非定常流とに分類される。

定常流はベルヌイ式、非定常流は波動方程式が最も一般的なものである。いずれもオイラー式と連続式を使用しているが、連続式として前者は非圧縮のものを、後者は圧縮性のものを用いていることおよびその項の省略しかたに相違があることがその特色である。何の問題でもそうであるが、流体の問題では特に、実際の現象の特徴を定性的にも定量的にも失わず、しかも数学的に取り扱い易い形にいかにもって行くかが最も大切である。圧力変動のいちぢるしい場合には、熱の問題が入って来るが、ここでは圧力変動は比較的小さい場合を扱う。

$$\text{オイラー式} \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} = 0$$

を管路に沿って積分するのに

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(Fu)}{\partial s} = 0$$

のタイプの連続式を使うとすれば、次のような場合がある。

$$\text{i) } \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial t} = 0, \quad \rho : \text{一定}$$

この時式は簡単な形 $H_1 - H_0 = 0$ となる。

$$\text{ここに} \quad H_1 = \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho}, \quad H_0 = \frac{u_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho}$$

これが普通のベルヌイ式である。

$$\text{ii) } \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial t} = 0, \quad \rho : \text{変数の時}$$

$$\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_0^2}{2} + g p_0 v_0 \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = 0 \quad (3)$$

$$\text{iii) } \frac{\partial u}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \quad \text{の時}$$

こういう条件のもとで問題を解いた例⁽⁴⁾も可なりある。

$$\text{iv) } \frac{\partial u}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial F}{\partial t} \neq 0, \quad \int_{s_0}^{s_1} \frac{\partial F}{\partial t} ds = 0$$

本論文では、この場合を取り扱っている。

なお気体の場合 ρ を一定と見るとかなり無理なこともあるが、ちょうどここに選んだ問題では、現象をつかむ上にさしつかえない。ゆえに問題を簡単にするため ρ を一定と見なしている。

2. 広義のベルヌイ式

第 1 図

順序として抵抗の項も入れた一般的なオイラー式を取り、連続式と共に次の

ように表わす。ただし“流れ”は管路に沿って一次元的であるとする。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \lambda \frac{u^2}{F} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(Fu)}{\partial s} = 0 \quad (2)$$

オイラー式(1)において、第1項および第2項は慣

性項であり, 第3項は圧力項, 第4項は管路の抵抗を表わす項である. ただし F は任意の時刻任意の点における管路の(等価)断面積, λ, ν は流体の性質や管路の状態により決る定数である. ν の値は滑らかな管に対して $1/2^{(5)}$ の値をとるようである. 式(1)を管の一端 (p_0, u_0, s_0, H_0, ρ) から他端 (p_1, u_1, s_1, H_1, ρ) まで, 管路に沿って積分する (第1図参照).

連続式(2)において

$$\begin{aligned} \int_{s_0}^{s_1} \frac{\partial F}{\partial t} ds &\equiv 0 \text{ のような場合}^{(6)} \text{を考えれば} \\ \int_{s_0}^{s_1} \frac{\partial(Fu)}{\partial s} ds &= 0 \quad \therefore Fu = Q(t) \\ Fu &= F_0 u_0 = F_1 u_1 \\ u &= \frac{F_1}{F} u_1 = \varphi(s, t) u_1(t) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに $F_1/F \equiv \varphi(s, t)$ とおいた.

$$\text{すると } \frac{\partial u}{\partial t} = u_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varphi \frac{du_1}{dt}$$

$$\text{いま } \int_{s_0}^{s_1} \varphi ds \equiv \Phi(t) \text{ とおくと} \quad (4)$$

$$\int_{s_0}^{s_1} \frac{\partial \varphi}{\partial t} ds = \frac{d\Phi}{dt} \text{ となる} \quad (5)$$

(4), (5)をつかって

$$\begin{aligned} \int_{s_0}^{s_1} \frac{\partial u}{\partial t} ds &= u_1 \int_{s_0}^{s_1} \frac{\partial \varphi}{\partial t} ds + \frac{du_1}{dt} \int_{s_0}^{s_1} \varphi ds \\ &= u_1 \frac{d\Phi}{dt} + \Phi \frac{du_1}{dt} = \frac{d}{dt} (u_1 \Phi) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{次に } \lambda \int_{s_0}^{s_1} \frac{u^2}{F^\nu} ds &= \lambda \int_{s_0}^{s_1} \frac{F^2 u^2}{F^{\nu+2}} ds = \lambda \int_{s_0}^{s_1} \frac{F_1^2 u_1^2}{F^{\nu+2}} ds \\ &= \lambda F_1^2 u_1^2 \int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{F^{\nu+2}} = \lambda F_1^2 u_1^2 f_{\nu+2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{ここに } \int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{F^{\nu+2}} \equiv f_{\nu+2} \text{ とおいた} \quad (8)$$

$$\zeta = 2\lambda F_1^2 f_{\nu+2} \text{ とおけば} \quad (9)$$

$$\lambda \int_{s_0}^{s_1} \frac{u^2}{F^\nu} ds = \zeta \frac{u_1^2}{2} \quad (10)$$

(6), (10)を使って(1)を積分すると

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (u_1 \Phi) + \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - \left(\frac{u_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} \right) + \zeta \frac{u_1^2}{2} &= 0 \\ \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} &\equiv H_1, \quad \frac{u_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} \equiv H_0 \text{ とおけば} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} (u_1 \Phi) + H_1 - H_0 + \zeta \frac{u_1^2}{2} = 0 \quad (12)$$

あるいは

$$\frac{d}{dt} (u_1 \Phi) + (1+\zeta) \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - H_0 = 0 \quad (12)'$$

ここで $u_1 \Phi \equiv q$ とおけば

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1+\zeta}{2} \frac{q^2}{u_1^2} + \frac{p_1}{\rho} - H_0 = 0 \quad (12)''$$

$$\Phi = \int_{s_0}^{s_1} \varphi ds = \int_{s_0}^{s_1} \frac{F_1}{F} ds = F_1 \int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{F}$$

$$\int_{s_0}^{s_1} \frac{ds}{F} \equiv f \text{ とおくと} \quad (14)$$

$$\Phi = F_1 f \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1+\zeta}{2} \frac{q^2}{u_1^2} &= \frac{1}{2} \frac{q^2}{u_1^2} + \frac{\zeta}{2} \frac{q^2}{u_1^2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{u_1^2} + \frac{2\lambda F_1^2 f_{\nu+2}}{2F_1^2 f^2} \\ \frac{1+\zeta}{2} \frac{q^2}{u_1^2} &= \frac{1}{2} \frac{q^2}{u_1^2} + \frac{\lambda f_{\nu+2}}{f^2} \end{aligned} \quad (16)$$

λ は ρ に比例し, $R^{0.25}$ に逆比例するので⁽⁷⁾, 気体の場合(16)の第2項は, いちじるしく小さくなる. 気体を取り扱う場合でも, ハーモニカのリードのようにきわめて小面積の流路を通るときは, R が小さくなくてもはや第2項を省略し得なくなる.

(16)の第2項を省略し得るとき,

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\Phi^2} + \frac{p_1}{\rho} - H_0 = 0 \quad (17)$$

あるいは(12)から直に

$$\frac{d}{dt} (u_1 \Phi) + H_1 - H_0 = 0 \quad (17)'$$

ここで $F_1 u_1 \equiv Q$ とおき, $\Phi = F_1 f$ を用いると,

$$\frac{d}{dt} (fQ) + H_1 - H_0 = 0 \quad (17)''$$

3. 応 用 例

第 2 図

(1) 容量のきわめて大きい圧力室 (圧力 p_0 , 流速 $u_0=0$) から管路を経て弁から大気中 (圧力 p_1 ,

弁のところの流速 u_1) に出る場合 (第2図参照)

p_0, p_1 : 一定, $u_0=0, u_1$ のみ変る.

$$c = \frac{p_0}{\rho} - \frac{p_1}{\rho}$$

$$\frac{d}{dt} (u_1 \Phi) + \frac{u_1^2}{2} - c = 0 \quad (13) \text{をつかうと}$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\Phi^2} - c = 0 \quad (18)$$

(2) 容量のきわめて大きい圧力室 (圧力 p_0 , 流速 $u_0=0$) から管路を経て弁から小さい室 (圧力 p_1 , 弁のところの流速 u_1) に出る場合 (第3図参照)

H_0 : 一定, $u_0=0$

$$Q = u_1 F_1 = \frac{u_1 F_1 f}{f} = \frac{u_1 \Phi}{f} = \frac{q}{f} \quad (19)$$

第 3 図

この Q は弁から体積 V の小室内に入る単位時間当りの流体の体積である.

小室内にある流体の重量を G とすれば

$$p_1 V = GRT \quad V: \text{一定} \quad T: \text{ほぼ一定}$$

$$\frac{dp_1}{dt} V = \frac{dG}{dt} RT = \rho QRT \quad (19) \text{をつかって}$$

$$\therefore \frac{1}{\rho} \frac{dp_1}{dt} = \frac{RT}{V} Q = \frac{RT}{Vf} q \quad (20)$$

(17)を t で微分すれば

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} - H_0 \right) + \frac{1}{\rho} \frac{dp_1}{dt} = 0 \quad (21)$$

(20)を使って

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} \right) + \frac{RT}{Vf} q = 0 \quad (22)$$

(3), (2)の

場合に小室の体積 V が時間のかん数として変化し得るとすれば, (第4図参照)

$$p_1 V = GRT$$

$$V \frac{dp_1}{dt} + p_1 \frac{dV}{dt} = \frac{dG}{dt} RT = \rho QRT$$

$$\therefore \frac{V}{\rho} \frac{dp_1}{dt} + \frac{p_1}{\rho} \frac{dV}{dt} = \frac{RT}{f} q \quad (23)$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} + \frac{p_1}{\rho} - H_0 = 0 \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} - H_0 \right) + \frac{1}{\rho} \frac{dp_1}{dt} = 0 \quad (21)$$

(17) $\times \frac{dV}{dt} + (21) \times V$ をつくと

$$\frac{d}{dt} \left\{ V \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} - H_0 \right) \right\} + \frac{RT}{f} q = 0 \quad (24)$$

4. 内燃機関の吸入効率

内燃機関の吸入効率を求めるに, 従来吸入ガスの圧縮性を考慮に入れる方法と圧縮性を無視する方法とがあった。この二者は, その目的とするところが根本的に異なるのであって, 前者は回転数に対する吸入効率の平均値からのずれを, 後者は平均値そのものを求めることを主眼としているのである。圧縮性を考慮に入れるもの⁽⁸⁾は, 波動方程式から出発して, 管路内の圧力分布を求め, 弁閉鎖時期における弁の位置の圧力が高いほど吸入効率が向上するという原理によっている。この方法は定性的に吸入効率を説明するのに興味深い結果を与えるが, 次の欠点がある。

1) 弁が閉鎖する時, その位置における吸入ガスの圧力が高いということだけで吸入効率がよいとは必ずしも云えない。

2) クランクの回転によって, ピストンが後退した体積に相当するだけの空気が管路並びに弁を通して流入すると考えているが, 回転数が高くなると, 管路並びに弁の中の流体の慣性のため, 弁が開き始めの瞬間には流体が十分加速されないため, この仮定は甚しく違ってくる。

3) 単シリンダで運転するような実験用機関では,

吸入管の長さや回転数との微妙な変化に対して吸入効率が甚だしく変動するというのも興味のあることであるが, 実際の機関では多シリンダのことが多く, 吸入管も各シリンダについて異なった状態であつて, いろいろな効果は相殺されてしまうことが多い。

4) 弁の開閉面積, 開閉時期, 揚程など全く式に入っていないのは具合が悪い。

次に圧縮性を考慮しない場合, ある例⁽⁹⁾では, 弁の位置における吸入ガスの吸込速度からその運動エネルギーを求め, その運動エネルギーが充填後失われるのでそれに相当する圧力降下すなわち密度減小が起るという見地から, 充填効率が低下すると考えている。これは簡単であるがなかなか巧妙な方法である。

前二者に共通する基本的な欠点は, ピストンが後退した容積に相当する混合ガスそのまま直ちにシリンダ内に入ると考えていることである。こういう取り扱いでは, 弁の開閉時期の問題, 揚程曲線の問題など取り上げる余地がない。内燃機関では普通吸入弁は, 下死点を過ぎて閉まらないものであるが, 以上の方法ではそれ以後必ず混合ガスの排出が起らねばならない。要するに弁口を通るガスの速度を使って以下の計算を進めるという従来の方法では, 求めている結果をつかっているようなもので, 本末てん倒の嫌いがある。最初から与えてよい値というのは, 管路(弁をもふくむ)の両側における圧力差と管路の寸法だけであつて, その中の流れの状態を決めることがすなわち, 吸入効率の問題を解くことになるのである。その場合弁のタイミングが重要な条件となることは明らかである。この論文では, こういう観点から問題を取り上げている。なおガスの圧縮性を無視しているので, パイプの長さや回転数に対する吸入効率の微妙な変化を検出し得ないことは既述の通りであるが, 平均値として広範囲には実際の機関に良く当てはまる式ができるのである。

第 5 図

第5図は $\phi = F_1(t)/F(s, t)$ の値を実際の機関について図式的に表わしたものである。ここに

$F_1(t)$:

$$t=0 \sim \frac{\pi}{\mu\omega}$$

の間にお
ける任意
時刻 t の
弁の開口
面積 (第
7 図参照)

$F(s, t)$: 時刻
 t , 位置

s における管路の断面積, 図の場合 $F(s, t)$ は一定とみなし得る.

$\Phi(t)$: 時刻 t の斜線で示す面積.

いま F_m : $t = \pi/2\mu\omega$ における弁開口面積 = 最大開口面積として,

$$F_1(t) = F_m \sin \mu\omega t \text{ で表わされるとする.} \quad (25)$$

$$\text{ここに } \mu = \frac{\pi}{\theta}$$

θ はクランク軸に対する吸入角 (第 6 図参照).

第 7 図

吸入弁は上死点から開き始めるものとする. クランク角に対する $\sin \omega t$ の値と弁に対する F_1 の値とを比較して第 7 図に示して置いた. ここで,

微分方程式

$$\frac{d}{dt} \left\{ V \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\Phi^2} - H_0 \right) \right\} + \frac{RT}{f} q = 0 \quad (24)$$

を解く問題に入る.

$$u_1 = at^2 + bt^4 + ct^6 + \dots \quad (26) \text{ とおく.}$$

(15) より

$$\Phi = F_1 f = F_m f \sin \mu\omega t = S \sin \mu\omega t$$

ここに $F_m f \equiv S$ の値は $5^\circ < \frac{\pi}{\mu\omega} < 175^\circ$ の間はほぼ一定と見なし得る. それ以外の領域では $\dot{q}$ の値に大した変化がないので S を一定としてさしつかえない. (13) から

$$q = u_1 \Phi = St^2 (a + bt^2 + ct^4 + \dots) \left(\mu\omega t - \frac{\mu^3 \omega^3}{6} t^3 + \frac{\mu^5 \omega^5}{120} t^5 - \dots \right) \quad (27)$$

$$q = \mu\omega St^3 \left\{ a + \left(b - \frac{a\mu^2 \omega^2}{6} \right) t^2 + \left(c - \frac{b\mu^2 \omega^4}{6} + \frac{a\mu^4 \omega^4}{120} \right) t^4 + \dots \right\} \quad (27)'$$

連桿を無限に長いと仮定し, クリアランスボリュームを V_c , クランク半径を r とすれば, 時刻 t におけるシリンダの体積 V は,

$$\begin{aligned} V &= V_c + Ar(1 - \cos \omega t) \\ &= V_c + Ar \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\omega^2}{2} t^2 + \frac{\omega^4}{24} t^4 - \frac{\omega^6}{720} t^6 + \dots \right) \right\} \quad (28) \end{aligned}$$

この q, V を原方程式 (24) に入れて係数 $a, b, c, \dots$ を決める. $a, b, c, \dots$ は全部決ってしまうので, これは一つの特解となる. 初期条件を満足しているかどうかをしらべるには, (26) が

$$t=0 \text{ において } q=0 \quad (29)$$

$$t=0 \text{ において } \frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\Phi^2} + \frac{p_1}{\rho} - H_0 = 0 \quad (30)$$

を満足するか否かを検討すればよい. 弁開口の瞬間の流速 $u_1 = 0$ なるゆえ, (13) から $q=0$ となり (29) は当然満足される. また機関の吸入弁開き始めの際シリンダ内の圧力はほぼ外圧に等しいので $p_1/\rho = p_0/\rho$ すなわち $p_1/\rho - H_0 = 0$ となり, $dq/dt = 0$ であるから, (30) も満足される. よって, この方法で求めた q は満足なものである. 計算を遂行すると,

$$a = \frac{\xi \omega H_0}{12\mu S} \quad \text{ただし} \quad \frac{2Ar}{V_c} = \xi = \epsilon_c - 1$$

ϵ_c : 圧縮比 (31)

$$b - \frac{a\mu^2 \omega^2}{6} = -\frac{a}{20} \left\{ (3\xi + 1) \omega^2 + \left(\frac{\xi H_0}{6\mu^2 S^2} + \frac{RT}{fV_c} \right) \right\}$$

ω が非常に大きい時

$$b - \frac{a\mu^2 \omega^2}{6} \approx -\frac{a}{20} (3\xi + 1) \omega^2 \quad (32)$$

$$\text{同じく } c - \frac{b\mu^2 \omega^2}{6} + \frac{a\mu^4 \omega^4}{120}$$

$$\approx \frac{a}{112} \left(3\xi^2 + 2\xi + \frac{2}{15} \right) \omega^4 \quad (33)$$

これらの値を (27) に入れ, $t = \epsilon\pi/\mu\omega$ によって変数 t を ϵ に変換すると,

$$q = \frac{\xi \pi^3 H_0}{12\mu^3 \omega} \epsilon^3 \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{20\mu^2} (3\xi + 1) \epsilon^2 + \frac{\pi^4}{112\mu^4} \left(3\xi^2 + 2\xi + \frac{2}{15} \right) \epsilon^4 + \dots \right\} \quad (34)$$

ゆえに ϵ が十分小さい時, この q は f, Φ, F, S な

ど全くふくまないで管路の状態には無関係となる。
そして流量 $Q=q/f$ は管路の状態をふくまないかん数 q と管路の状態のみで定まるかん数 f とに分離して表示できることになる。

単位時間に吸入する混合ガスの重量を dG/dt とすれば、

$$\begin{aligned} \frac{dG}{dt} &= \rho Q = \rho \frac{q}{f} \\ \therefore G_\xi &= \frac{\rho}{f} \int_0^\xi q d\xi = \frac{\pi \rho}{\mu \omega f} \int_0^\xi q d\xi \\ \int_0^\xi q d\xi &= \frac{\xi^3 \pi^3 H_0}{12 \mu^3 \omega} \left[\frac{\xi^4}{4} - \frac{\pi^2}{120 \mu^2} (3\xi + 1) \xi^6 \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi^4}{896 \mu^4} \left(3\xi^2 + 2\xi + \frac{2}{15} \right) \xi^8 + \dots \right] \\ \mu \text{ 大, } \xi \text{ 小の時} \\ \int_0^1 q d\xi &= \frac{\xi^3 \pi^3 H_0}{12 \mu^3 \omega} \left\{ \frac{1}{4} - \frac{\pi^2 (3\xi + 1)}{120 \mu^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi^4}{896 \mu^4} \left(3\xi^2 + 2\xi + \frac{2}{15} \right) + \dots \right\} \\ &= \frac{H_0}{\omega} \Psi'(\xi, \mu) \dots \dots \dots (35) \end{aligned}$$

弁が開いてから閉じるまでに吸入する混合ガスの全量を G_1 で表わせば、

$$G_1 = \frac{\pi \rho}{\mu \omega f} \int_0^1 q d\xi = \frac{\rho H_0}{\omega^2 f} \Psi(\xi, \mu) \dots \dots \dots (36)$$

容積効率を η_v で表わせば、

$$\eta_v = \frac{G_1}{\rho V_s} = \frac{1}{\rho V_s} \frac{\rho H_0}{\omega^2 f} \Psi(\xi, \mu) = \frac{H_0 \Psi_1(\xi, \mu)}{\omega^2 f V_c} \dots \dots \dots (37)$$

ゆえに圧縮比が余り大きくなく、弁の開き角も大きくないとき、回転数が非常に大きいところでは、容積効率は回転数の二乗に逆比例し、 $f V_c$ に逆比例し、外圧と密度との比 H_0 に正比例することがわかる。

回転数と

η_v との関係

を実際の

データ⁽¹⁰⁾

について表

わすと第 8

図のように

なる。ゆえ

にこの傾向

は回転数の大きいところでは、実際の機関についても

比較的良好に合うことがわかる。この方法ではかん数

$\Psi_1(\xi, \mu)$ の形がはっきりしないので、定量的な関係を

云々するときには数値計算せねばならない。

Ford V-8 を例にとると⁽¹¹⁾シリンダ内径 $3\frac{1}{16}$ "、行程 $3\frac{3}{4}$ "、圧縮比 5.50、吸入弁の径 $1\frac{1}{2}$ "、弁座の角度 45° であるから

$$\xi = \epsilon_c - 1 = 4.5 \quad F_m = 5.67 \times 10^{-4} \text{ m}^2 (\text{揚程 } 8 \text{ mm})$$

$$V_s = 4.52 \times 10^{-4} \text{ m}^3, \quad V_c = 10^{-4} \text{ m}^3$$

である。また運転の条件として、

$$\mu = \frac{4}{5} (\text{下死点後 } 45^\circ)$$

$$f = 850 \frac{1}{\text{m}} (\text{吸入管の径 } 30 \text{ mm, 長さ } 600 \text{ mm とする})$$

$$S = F_m f = 0.482 \text{ m}$$

$$H_0 = 82 \text{ 600 m}^2/\text{sec}^2 (15^\circ \text{C, 大気圧})$$

$$R = 287 \text{ m}^2/\text{sec}^2 \cdot ^\circ \text{K}, \quad T = 288^\circ \text{K}$$

$$\omega = 100 \pi \frac{1}{\text{sec}} \quad 3 \text{ 000 rpm}$$

を仮定すれば、(24)の数値計算が遂行できる。

$$\frac{d}{dt} \left\{ V \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} - H_0 \right) \right\} + \frac{RT}{f} q = 0 \dots \dots (24)$$

$$\frac{dz}{dt} = q \text{ とおく。すると } z = \int q dt + K'$$

$$V \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} - H_0 \right) + K + \frac{RT}{f} (z - K') = 0$$

$t=0$ において $z=0, q=0, dq/dt=0, V=V_c$ であるから、

$$-V_c H_0 + K - \frac{RT}{f} K' = 0$$

$$\therefore V \left(\frac{dq}{dt} + \frac{q^2}{2\phi^2} - H_0 \right) + \frac{RT}{f} z + V_c H_0 = 0 \dots (38)$$

ここで $t = \frac{\epsilon \pi}{\mu \omega}$ によって変数を変換すると、

$$\frac{dz}{d\epsilon} = \frac{\pi}{\mu \omega} q \dots \dots \dots (39)$$

$$\begin{aligned} \frac{dq}{d\epsilon} &= -\frac{\pi}{\mu \omega} \left\{ \frac{q^2}{2S^2 \sin^2 \epsilon \pi} + \frac{RTz}{fV} \right. \\ &\quad \left. - H_0 \left(1 - \frac{V_c}{V} \right) \right\} \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

$$\text{ここに } V = V_c \left\{ 1 + \frac{\xi}{2} \left(1 - \cos \frac{\epsilon \pi}{\mu} \right) \right\} \dots \dots \dots (41)$$

$$z = \frac{\pi}{\mu \omega} \int q d\epsilon \dots \dots \dots (42)$$

第 9 図

(39)~(42)を用いて数値計算した結果を第 9 図に示す。図はクランク軸に対する弁の開きの位相を横軸に、単位角度当りの吸入ガス量 (体積) を縦軸に取っている。

る。ゆえに曲線で囲んだ面積が吸入ガスの全量となり、容積効率が直ちにわかる。実線で示すのが筆者の方法による場合、破線で示すのは慣性を考慮に入れない場合、すなわち

慣性を考慮に入れた時(筆者の方法)

$$\frac{1}{\rho} \frac{dG}{d\epsilon} = \frac{\pi}{\mu \omega f} q$$

慣性を考慮に入れない時(従来の方法)

$$\frac{1}{\rho} \frac{dG}{d\epsilon} = \frac{dV_s}{dt} \frac{dt}{d\epsilon} = \frac{A_r \pi}{\mu} \sin \frac{\epsilon \pi}{\mu}$$

である。 fV_c が大きい時は第 10 図の曲線 (I) のように低い曲線に、 fV_c が小さい時には曲線 (II) のように高い曲線になることも計算を少し進行すればすぐわかることである。

第 10 図

なおこの計算で求めた曲線(第9図の実線)から得る吸入効率は実際の機関に照合して大きくなり過ぎているが、その理由は

1) 管路の常数として取った f の値が小さ過ぎること。実際は、空気ろ過器があるので、これより可なり大きな値となる。

2) 抵抗の係数を省略したこと。(16)式の第2項 $\lambda f v^2 / f^2$ を考慮に入れると弁開度の小さいところでかなりの影響がある。この λ は定常状態で実測して置いて用いるとよい。この項を考慮に入れても計算の煩雑さはほとんど増さない。

3) 吸入ガスの密度 ρ を一定としたが、弁開き始めの近辺で特にシリンダ内の圧力が下がったところでは、弁口附近のガスの密度は外気の密度 ρ よりかなり低くなると見るのが至当である。

以上三つの点を考慮に入ればさらに精密な結果が出るはずであるが、これはまたの機会に譲る。

5. 結 論

以上取り扱った例で、弁のタイミングと回転数との関係をうまく調節すれば、慣性過給し得ることがわかった。これは従来考えられていた慣性過給と異なる。すなわち、従来考えられた管路内の局部的な圧縮現象(波動)に主眼を置かず、管路の中のガス全体を均一な塊と考えてその慣性を考慮したものである。そういう意味から、従来の慣性過給を平均値からの外れによる慣性過給、この場合のものを平均値そのものの慣性過給と称したらよからう。あるいは前者を圧縮慣性過給、後者を非圧縮慣性過給と言えさらに簡単である。この両者がそろって好条件のとき、容積効率が最もよいことはいうまでもない。

これまで弁の問題を取り扱うとき、弁の両端における圧力差と、弁の開度のみで“流れ”が決まるとしていたものが多いが、これはたまたま誤りを冒すものになっている。特に弁が自励振動するがその原因は? というような時、流体の履歴に気がつかないし全く誤ったことにその原因を帰さないとも限らない。数式的には扱って見ないが、ハーモニカのリードの振動、内燃機関の自動弁の振動も同じくこういうところに原因があるのではないかと考えるものである。

終りにのぞみ有益な御助言をいただいた藤井先生に厚く御礼申上ります。

注:一

- (1) 昭和24年4月4日 機械學會第26期定時總會講演會で講演、
原稿受付 昭和24年8月30日。
- (2) 准員、東京大學第一工學部。
- (3) プラントル・テイーチエンス、航空流体力學上巻、175頁。
- (4) たとえばLorenz, Technische Hydromechanik, S. 168.
- (5) プラントル・テイーチエンス、航空流体力學下巻、37頁。
- (6) 管路の長さの方向に連続的に断面の變化する場合を除く、すなわち“鯉のぼり”の形が變化するような断面の變化しかたはこの場合考えていない。
- (7) (5)を見よ。
- (8) 富塚、航空發動機、732頁。
- (9) 渡部、機械學會誌、40巻242號、387頁(昭12-6)。
- (10) テーラー、内燃機關、270頁。
- (11) Auto. Ind. Vol. 68, P. 228 (1933-2)。