A_m, B_m の測定結果およびこれより計算される応力については今後の研究において行う予定である。

6. 結 論

連続して切欠が並んだ場合の応力集中は、切欠 1 個の場合に比して低くなり、同時に応力分布も単一の場合と異なったものとなることを本論文において述べた例について確かめることができた。特に切欠間の間隔が狭くなった場合、応力集中の低下は顕著であり、いわゆる“Entlastung”効果を以上の例においても認めることができた。このことは工学的見地から見てもきわめて重要なことであり、材料の強さ特に繰返し荷重に対する強さの向上に大きな影響をもつものと言うこ

とができる。

注：一

- (1) 昭和23年11月14日 機械學會，應用力學會連合講演會にて講演，原稿受付 昭和24年3月22日。
講演の際には“ねじの形状係数を求める一方法”としたが内容をよく表わすために前記のごとく改題した。
- (2) 正員，京都大學。
- (3) 准員，京都大學。
- (4) たとえば H. Neuber ; Kerbspannungslehre, S. 136.
平野：機械學會誌，51巻361號(昭23～11,12)389ページ。
- (5) H. Neuber ; Kerbspannungslehre, S. 30, 48.
- (6) “ ; “ , S. 59.

二次元弾性体の形状係数の研究 (第 3 報)⁽¹⁾

平 野 富 士 夫⁽²⁾

Research on Stress Concentration Factors for Two-dimensional Elastic Bodies (Report No. 3)

by Fujiro HIRANO

In Report No. 2, the case wherein a concentrated load does not act on the boundary of a twodimensional elastic body was analyzed. In the present paper, the study is furthered by considering the stresses for the case in which a concentrated load acts on the boundary of a semi-infinite plate. As one example, the stress concentration occurring in a corner is considered.

緒 言

第2報において取り扱ったのは、境界上に集中荷重が存在しない場合であったが、本報においては半無限板の境界上に集中荷重が作用する場合の応力の求め方を展開し、さらにその適用例として隅角部の応力集中について論ずる。

1. 集中荷重の作用する半無限板の応力の一般解法

Airy の応力かん数は弾性体の存在領域 D における解析かん数 $\varphi_1(z)$ および $\psi_2(z)$ を用いて

$$U = \Re[\bar{z}\varphi_1(z) + \psi_2(z)] \quad \dots\dots\dots (1)$$

の形に書くことができる⁽³⁾。Z 平面の直線境界上の一点 w において x 軸と β の方向に集中荷重 P が作用する場合の応力かん数は

$$U = -\frac{P}{\pi} r\theta \sin(\theta - \beta) \quad \dots\dots\dots (2)$$

である。ただし

$$z - w = re^{-i\theta}$$

これを複素数表示に書きなおせば

$$U = \frac{P}{\pi} \Re \left[(z-w) \log(z-w) e^{-i\beta} - (\bar{z}-\bar{w}) \log(z-w) e^{i\beta} \right]$$

となるから

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(z) &= -\frac{P}{2\pi} e^{i\beta} \log(z-w) \\ \psi_2(z) &= \frac{P}{2\pi} \left[e^{-i\beta} (z-w) \log(z-w) + \bar{w} e^{i\beta} \log(z-w) \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

を得る。 $\psi_1(z) = \psi_2'(z)$ とすれば

$$\psi_1(z) = \frac{P}{2\pi} \left[e^{-i\beta} \log(z-w) + e^{-i\beta} + \frac{\bar{w}}{z-w} e^{i\beta} \right] \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。

以上の式は直線境界の半無限板の場合であったが、これを一般の境界を有する場合に適用するにあたり、まず z 平面の境界 C を ζ 平面の虚軸 Γ' に、 z 平面の領域 D を ζ 平面の右半平面 A に写像するかん数

$$z = \omega(\zeta) \quad \dots\dots\dots (5)$$

を取る。(5)の満足すべき条件は第1報に述べたように Δ 内において正則単葉にして $\omega'(\xi) \neq 0$, かつ $\lim_{\xi \rightarrow \infty} \omega(\xi) - z \rightarrow 0$ である⁽⁴⁾ (第1図参照).

第1図

(5)によって(3), (4)を変換するのであるが境界 C 上の点 w に対応する Γ 上の点を τ とすれば

$$\varphi_1(z) = -\frac{P}{2\pi} e^{i\beta} \log\{\omega(\xi) - \omega(\tau)\}$$

となるが, この中の特異性を呈する部分のみを取り出せば,

$$\log\{\omega(\xi) - \omega(\tau)\} \rightarrow \log\{\omega'(\tau)(\xi - \tau)\} \rightarrow \log(\xi - \tau)$$

であるから

$$\varphi_1(z) \rightarrow -\frac{P}{2\pi} e^{i\beta} \log(\xi - \tau) = \varphi_0(\xi) \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる. 同様に ψ_1 に対しては, $w = \bar{\omega}(\bar{\tau})$, $\bar{\tau} = -\tau$ (Γ 上にて) なることを考慮すれば,

$$\psi_0(\xi) = \frac{P}{2\pi} \left[e^{-i\beta} \log(\xi - \tau) + \frac{\omega(-\tau)}{\omega'(\tau)(\xi - \tau)} e^{i\beta} \right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

が対応する.

一方境界 C 上において応力かん数 φ_1, ψ_1 の満たすべき条件は, 第1報に示したように, P_x, P_y を境界上の単位長さごとに作用する力の x, y 方向の成分とし, s を弧長として

$$f_1(s) + if_2(s) = -i \int \{P_x(s) + iP_y(s)\} ds$$

とすれば

$$\varphi_1(z) + z\bar{\varphi}_1'(\bar{z}) + \bar{\psi}_1(z) = f_1 + if_2$$

z の代りに $\omega(\sigma)$, (σ は Γ 上の点) を入れれば

$$\varphi(\sigma) + \omega(\sigma) \frac{\bar{\varphi}'(-\sigma)}{\omega'(-\sigma)} + \bar{\psi}(-\sigma) = f_1 + if_2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる⁽⁵⁾. ただし $\bar{\sigma} = -\sigma$ および

$$\varphi_1\{\omega(\sigma)\} = \varphi(\sigma), \quad \psi_1\{\omega(\sigma)\} = \psi(\sigma),$$

$$\varphi_1'(z) = \frac{d\varphi_1}{dz} = \frac{\varphi'(\sigma)}{\omega'(\sigma)}$$

を考慮して変換する.

この場合の φ, ψ は Γ 上にて特異性を呈する φ_0, ψ_0 と $\Gamma + \Delta$ にて特異性を呈しない φ^*, ψ^* とより

成り(また $\xi \rightarrow \infty$ にて $\varphi^* \rightarrow 0, \psi^* \rightarrow 0$ とする)

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi^*, \quad \psi = \psi_0 + \psi^* \quad \dots\dots\dots (9)$$

とする. (6), (7) より

$$\begin{aligned} & \varphi_0(\sigma) + \omega(\sigma) \frac{\bar{\varphi}_0'(-\sigma)}{\omega'(-\sigma)} + \bar{\psi}_0(-\sigma) \\ &= \frac{P}{2\pi} e^{i\beta} \log \frac{\tau - \sigma}{\sigma - \tau} + \frac{P}{2\pi} \left\{ \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(-\sigma)} - \frac{\omega(\tau)}{\omega'(-\tau)} \right\} \frac{e^{-i\beta}}{\sigma - \tau} \end{aligned}$$

となるが, 第1項は $\pm iPe^{i\beta}/2$ となり, 集中荷重による $f_1 + if_2$ を示すので, (9) を (8) に入れば

$$\begin{aligned} & \varphi^*(\sigma) + \omega(\sigma) \frac{\bar{\varphi}^{*'}(-\sigma)}{\omega'(-\sigma)} + \bar{\psi}^*(-\sigma) \\ &+ \frac{P}{2\pi} \left\{ \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(-\sigma)} - \frac{\omega(\tau)}{\omega'(-\tau)} \right\} \frac{e^{-i\beta}}{\sigma - \tau} = 0 \end{aligned}$$

となる. この最後の項は $(\sigma - \tau) \rightarrow 0$ にて特異性を有していない. したがって $(1/2\pi i)\{1/(\sigma - \xi)\}$ を掛けて Γ 上を積分することができる. $\varphi^*(\sigma)$ の積分は φ^* が $\Gamma + \Delta$ にて特異性を呈しないことから $-\varphi^*(\xi)$ となるので

$$\begin{aligned} \varphi^*(\xi) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(-\sigma)} \frac{\bar{\varphi}^{*'}(-\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma \\ &+ \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{P}{2\pi} \left\{ \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(-\sigma)} - \frac{\omega(\tau)}{\omega'(-\tau)} \right\} \frac{e^{-i\beta} d\sigma}{(\sigma - \tau)(\sigma - \xi)} \end{aligned}$$

となる. 以上の積分の積分路は左半平面 Δ' における $\omega(\sigma)$ の特異点のすべてを囲む積分路 Γ'' に変更することができ, かつ

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma''} \frac{d\sigma}{(\sigma - \tau)(\sigma - \xi)} = 0$$

であるから, 結局

$$\begin{aligned} \varphi^*(\xi) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma''} \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(-\sigma)} \left\{ \bar{\varphi}^{*'}(-\sigma) \right. \\ &\quad \left. + \frac{P}{2\pi} \frac{e^{-i\beta}}{\sigma - \tau} \right\} \frac{d\sigma}{\sigma - \xi} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

となり, さらに (6), (9) を考慮すれば

$$\varphi(\xi) = \varphi_0(\xi) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma''} \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(-\sigma)} \frac{\bar{\varphi}'(-\sigma)}{\sigma - \xi} d\sigma \quad \dots\dots\dots (11)$$

を得る.

集中荷重がいくつも作用する場合には, (6), (7) による φ_0, ψ_0 を $\varphi_0(\xi; \tau), \psi_0(\xi; \tau)$ として, (11) による解を $\varphi(\xi; \tau), \psi(\xi; \tau)$ とすれば, 重ね合わせによって

$$\begin{aligned} \varphi_0(\xi) &= \sum_{\tau} \varphi_0(\xi; \tau), \quad \psi_0(\xi) = \sum_{\tau} \psi_0(\xi; \tau) \\ \varphi(\xi) &= \sum_{\tau} \varphi(\xi; \tau), \quad \psi(\xi) = \sum_{\tau} \psi(\xi; \tau) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる. あるいは (12) の φ_1, ψ_0 を直接 (11) に入れて解を求めても同じことである.

分布荷重に対しても同様に

$$\varphi_0(\xi) = \int_{\tau} d\varphi_0(\xi; \tau), \psi_0(\xi) = \int_{\tau} d\psi_0(\xi; \tau) \quad (13)$$

を取ればよい。

応力成分を計算するには

$$\sigma_n + \sigma_t = 4\Re \frac{\varphi'(\xi)}{\omega'(\xi)},$$

$$\sigma_t - \sigma_n + 2i\tau_{nt} = \frac{2}{\omega'(\xi)} \left[\bar{\omega}(\xi) \left\{ \frac{\varphi'(\xi)}{\omega'(\xi)} \right\}' + \psi'(\xi) \right]$$

によるのであるが⁽⁶⁾、荷重の作用しない境界上にては法線方向の応力成分 σ_n が 0 となるので、接線方向の応力 σ_t のみ残り

$$\sigma_t = 4\Re \frac{\varphi'(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \quad (\sigma \text{ は } \Gamma \text{ 上の点}) \quad (14)$$

にて求められる。

2. 隅角部の応力集中

1. 写像かん数と応力かん数 段付板の隅角部の応力集中は厳密に計算することは困難なので多くは実験的に求められている。計算を簡単にして、しかも大略の傾向をみるために、次のような写像かん数を取る。

$$z = \omega(\xi) = \xi - \frac{m}{\xi+1} \quad (1)$$

$\omega(\xi)$ による境界 C の形は第2図のように突起を有している。この突起の高さ t としては

$$t = \Re [\omega(i\infty) - \omega(0)] = m \quad (2)$$

を取り、有効幅 $2a$ としては最小断面幅を取る。

$$a = \sqrt{\frac{m^2}{8} + \frac{5m}{2} - 1 - \frac{1}{m} \left(\frac{m^2}{4} - 2m \right)^{3/2}}, \quad m \geq 8 \quad (3)$$

ただし $m < 8$ にては最小断面幅は存在しないから変曲点間の距離を $2a$ として

$$a = \sqrt{3} \left(1 + \frac{m}{4} \right), \quad m \leq 8 \quad (9)$$

を得る。 m の値が 6~22 の範囲では隅角部の開きが直角よりあまりかたよっていないので、計算結果はこの間に限り実用上有効であろう。 m の値と突起の諸寸法との関係を第1表に示す。ただし ρ は隅角部の最小曲率半径である。

(1) を (I・11) 式に入れて左半平面内の留数計算をなせば

$$\varphi(\xi) = \varphi_0(\xi) + \frac{m}{\xi+1} \frac{\bar{\varphi}'(1)}{\omega'(1)} \quad (10)$$

を得る。(10) より $\varphi'(1)$ とその共役 $\bar{\varphi}'(1)$ を取ることに

$$\bar{\varphi}'(1) = \frac{\bar{\varphi}_0'(1) - \{m/(m+4)\}\varphi_0'(1)}{1 - \{m/(m+4)\}^2} \quad (11)$$

を得る。これを(10)に入れば

第1表

m	a/t	a/ρ	$\sqrt{a/\rho}$
6	0.722	4.9	2.22
8	0.648	7.0	2.64
10	0.595	9.0	3.00
12	0.549	11.0	3.31
14	0.512	13.0	3.60
16	0.482	15.0	3.86
18	0.457	17.0	4.12
20	0.440	19.0	4.35
22	0.416	21.0	4.57

$$\varphi(\xi) = \varphi_0(\xi) + \frac{1}{\xi+1} \cdot \frac{m\{(m+4)\bar{\varphi}_0'(1) - m\varphi_0'(1)\}}{2(m+2)} \quad (12)$$

となる。

2. 曲げの形状係数 前節の写像かん数による突起部を長さ t 、厚さ $2a$ の片持はりを考え、これに純粋曲げモーメント M 、集中荷重 P 、分布荷重 p が作用したおのおの場合の応力集中すなわち形状係数の計算を行うことにする。

純粋曲げモーメント M による応力集中 (I・6) よび (I・12) により ξ 平面の $\pm\tau$ において $\beta=0$ の方向に $\pm P$ の力が作用する場合の φ_0 は

$$\varphi_0(\xi) = \frac{P}{2\pi} \log \frac{\xi+\tau}{\xi-\tau}$$

であたえられる。この τ を 0 に近づけると

$$\varphi_0(\xi) \rightarrow \frac{P\tau}{\pi\xi}$$

となるが、 z 平面における作用点間の距離は

$$2\Im \omega(\tau) = 2v \left(1 + \frac{m}{1+v^2} \right), \quad \tau = iv$$

であるから、 $\pm P$ のモーメント M は

$$M = 2Pv \left(1 + \frac{m}{1+v^2} \right)$$

で $v \rightarrow 0$ の極限では $M \rightarrow 2P(1+m)v$ となる。

したがって

$$\varphi_0(\xi) = \frac{iM}{2\pi(1+m)\xi} \quad (13)$$

と取る。これに対する $\varphi(\xi)$ は (12) 式より

$$\varphi(\xi) = \frac{iM}{2\pi(1+m)} \left(\frac{1}{\xi} + \frac{m}{\xi+1} \right) \quad (14)$$

となり (I・14) より σ_t を求めることができる。

$$\sigma_t = \frac{2M}{\pi(1+m)} \Im \frac{\left(1 + \frac{1}{\xi} \right)^2 + m}{(\xi+1)^2 + m}$$

$$= \frac{4mM}{\pi(1+m)} \frac{\eta + \frac{1}{\eta}}{(1+\eta^2-m)^2 + 4m} \quad (15)$$

ただし境界上において $\xi = i\eta$ とする。

一方 M による片持はりの応力は

$$\sigma_0 = M / \left(\frac{4a^2}{6} \right) = \frac{3M}{2a^2} \quad (16)$$

であるから, 形状係数 α_M として

$$\alpha = \max \sigma_t / \sigma_0 \quad (17)$$

を取る. この計算結果は第2図に示すように $\sqrt{a/\rho}$ についてほぼ直線的に変化する. (15) 式より η についての σ_t の max を求める場合に近似的に計算すれば

第 2 図

$$\sigma_t \doteq \frac{M}{\pi \sqrt{m}} \left(1 - \frac{1}{4m} \right), \quad \sigma_0 \doteq \frac{3M}{8(m-1)},$$

$$\sqrt{a/\rho} \doteq \sqrt{m} \left(1 - \frac{1}{2m} \right)$$

であるから,

$$\alpha_M \doteq \frac{8}{3\pi} \left\{ \sqrt{\frac{a}{\rho}} - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\rho}{a}} \right\} \quad (18)$$

となる.

集中荷重 P による応力集中. 突起の先端に軸に直角に ($\beta = \pi/2$) 集中荷重 P が作用するとき

$$\varphi_0(\zeta) = \frac{-iP}{2\pi} \log \zeta \quad (19)$$

を取る. これに対し

$$\varphi(\zeta) = \frac{iP}{2\pi} \left(\frac{m}{\zeta+1} - \log \zeta \right) \quad (20)$$

$$\sigma_t = \frac{2P}{\pi} \Im \left(\frac{(\zeta+1)^2/\zeta + m}{(\zeta+1)^2 + m} \right)$$

$$= \frac{-2P}{\pi} \left[\frac{1}{\eta} + \frac{m(3\eta^2 - m - 1)}{\eta\{(\eta^2 + 1 - m)^2 + 4m\}} \right] \quad (21)$$

$$M = Pt = Pm \quad (22)$$

であり, これより (16), (17) より形状係数 α_P が求められる. α_P もやはり $\sqrt{a/\rho}$ についてほぼ直線的で

$$\alpha \doteq \frac{8}{3\pi} \left(\sqrt{\frac{a}{\rho}} + \sqrt{\frac{\rho}{a}} \right) \quad (23)$$

が成立する.

分布荷重による応力集中. 突起部の上縁に単位長さごとに p の分布荷重が $\beta = \pi/2$ の方向に作用している場合には

$$d\varphi_0 = -\frac{ipdx}{2\pi} \log(\zeta - iv), \quad \tau = iv$$

$$x = \Re \omega(iv) = -\frac{m}{1+v^2}, \quad dx = \frac{2mvdv}{(1+v^2)^2}$$

であるから

$$\varphi_0(\zeta) = \frac{ipm}{-\pi} \int_0^\infty \frac{\log(\zeta - iv)v dv}{(1+v^2)^2}$$

$$= \frac{ipm}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} \frac{i}{\zeta-1} - \frac{\zeta^2 \log \zeta}{\zeta^2 - 1} \right) \quad (24)$$

となり, これに対し

$$\varphi(\zeta) = -\frac{pm}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\zeta+1} \left(\frac{1+m/4}{1+m/2} \pi - im \right) + 2i \frac{\zeta^2 \log \zeta}{\zeta^2 - 1} \right\} \quad (25)$$

となる

$$M = pt^2/2 = pm^2/2 \quad (26)$$

であるから (16), (17) より形状係数 α_p を求めることができる.

以上三つの場合の α_M , α_P , α_p を比較すると, α_P と α_p とはよく接近しており, せん断力による影響だけ α_M より大きい値を示している.

3. 引張りの形状係数 突起部の軸方向に引張力が作用する場合を取り扱う. まず $P/2$ の集中荷重が $\beta = \pi$ の角度にて ζ 平面の $\pm iv$ の位置にはたらくときの φ_0 は

$$\varphi_0(\zeta) = \frac{P}{4\pi} \log(\zeta^2 + v^2) \quad (27)$$

である. これに対し

$$\varphi(\zeta) = \frac{P}{4\pi} \left[\log(\zeta^2 + v^2) + \frac{4m}{m+2} \frac{1}{(1+v^2)(\zeta+1)} \right] \quad (28)$$

となる. σ_t は $\zeta = i\eta$ として

$$\sigma_t = \frac{4Pm}{\pi} \frac{1}{(\eta^2 + 1 - m)^2 + 4m} \left[\frac{\eta^2}{\eta^2 - v^2} + \frac{\eta^2 - m - 1}{(m+2)(1+v^2)} \right] \quad (29)$$

となる. 特に $v=0$ すなわち集中荷重 P が突起の中央に作用する場合には

$$\sigma_t = \frac{4Pm}{(m+2)\pi} \frac{\eta^2 + 1}{(\eta^2 + 1 - m)^2 + 4m} \quad (30)$$

となり, σ_t の max を求め, これを平均応力 $p = P/(2/a)$ にて除すれば, 形状係数

$$\alpha_P = \frac{a(\sqrt{m^2 + 4m} + m)}{(m+2)\pi} \quad (31)$$

を得る.

次に $P/2$ のかわりに pdy の荷重が対称に分布している場合には

$$y = \Im \omega(iv) = v \left(1 + \frac{m}{1+v^2} \right),$$

$$dy = dv \left\{ 1 + \frac{m(1-v^2)}{(1+v^2)^2} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

であるから、(29) 式に (32) を入れて積分すれば

$$\sigma_t = \frac{8pm}{\pi} \int_0^{v_1} \frac{dv}{(\gamma^2 + 1 - m)^2 + 4m} \left[1 + \frac{m(1-v^2)}{(1+v^2)^2} \right] \times \\ \times \left[\frac{\gamma^2}{\gamma^2 - v^2} + \frac{\gamma^2 - m - 1}{(m+2)(1+v^2)} \right] \dots\dots\dots (33)$$

となる。積分の上限としては分布荷重の幅の半分 y_1 に対応する ζ 平面の座標 v_1 を取っている。いま v_1 として最小断面幅の半分 a に対応する v を取れば

$$v_1 = \sqrt{\left(\frac{m}{2} - 1\right) - \sqrt{\frac{m^2}{4} - 2m}} \dots\dots\dots (34)$$

である。この場合の σ_t/p の max すなわち形状係数 α_p を計算した結果は第3図のように α_P よりやや大きい値を示すが、両者は大差はない。*

$$\varphi(\zeta) = \varphi_0(\zeta) + \frac{m\pi}{b} \tanh\left(\frac{\zeta+a}{b}\pi\right) \cdot \frac{\{\sinh^2(2a\pi/b) + m\pi^2/b^2\}\varphi'_0(a-ib/2) - m\pi^2/b^2\varphi'_0(a+ib/2)}{\sinh^2(2a\pi/b) + 2m\pi^2/b^2} \dots\dots\dots (36)$$

となる。 ζ 平面の $i(v \pm nb)$, ($n=0, \pm 1, \pm 2 \dots\dots$) の位置に β の角度にて集中荷重が作用するときは

$$\varphi_0(\zeta) = -\frac{P}{2b} e^{i\beta} \coth\left(\frac{\zeta-iv}{b}\pi\right) \dots\dots\dots (37)$$

と取ればよい。

第3図

*4. その他 以上の例のほか、たとえば

$$z = \omega(\zeta) = \zeta - (m\pi/b) \cdot \tanh\{(\zeta+a)\pi/b\} \dots\dots (35)$$

の形の写像かん数を取れば、ピッチ b のねじ山に似た境界を示す。荷重が b を周期としているならば $\varphi(\zeta)$ は容易に求められ

注：—

- (1) 昭和23年4月1日、第25期定期總會講演會において講演、
原稿受付 昭和24年4月22日。
- (2) 正員、九州大學。
- (3), (4), (5), (6) 平野富士夫、應用數學力學、1卷3號。

二次元弾性体の形状係数の研究(第4報)⁽¹⁾

平野富士夫⁽²⁾

Research on Stress Concentration Factors for Two-dimensional Elastic Bodies (Report No. 4)

by Fujio HIRANO

In Report No. 2, the stress concentration factor was calculated for a hole having a boundary whose mapping function could be given by a rational function.

In the present paper, the case in which the mapping function is not a rational function is treated; by successive approximations the solution of the fundamental equation(1) was solved. As examples, the stress concentration factors for a hole bounded by two circular arcs intersecting at right angles with each other as shown in Fig. 1 and those for a circular hole having a crack as shown in Fig. 2 were derived theoretically.

1. 緒言

第2報においては写像かん数が有理かん数で与えられる境界を有する穴について計算しているが、本報では有理かん数でない場合に逐次近似法によって基礎方程式の解を求めて以下に述べる二つの場合の形状係数の計算を行った。

基礎方程式は第1報に導いたように

$$f(\zeta) = g(\zeta) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\omega(\sigma) \bar{f}'(1/\sigma)}{\omega'(\sigma)(\sigma-\zeta)} d\sigma \dots\dots (1)$$

であって、ここに $\omega(\zeta)$ は z 平面の穴の境界 C 、穴の外の領域 D をそれぞれ ζ 平面の単位円周 Γ 、単位円外領域 Δ に写すかん数であって⁽³⁾、 $g(\zeta)$ は

$$g(\zeta) = \zeta + 2e^{2i\beta}/\zeta \quad (x \text{ 軸との角度 } \beta \text{ の方向の引張力 } p \text{ による場合}) \\ g(\zeta) = (\zeta^2 - 1/\zeta^2 - 2C\zeta + 4C/\zeta)/2(h-C) \quad (\text{中立軸})$$