小 形 高 速 空 気 タ ー ビ ン⁽¹⁾青 木 弘⁽²⁾

High Speed Air Turbine of Small Capacity

by Hiroshi Aoki

In case of small torque air turbine has often been used for the purpose to obtain high speed, for example to drive Gyro, Ultracentrifuge, and Internal-Grinder etc. In this case, usually radial flow impulse type has been adopted for its simple construction. It appears that there are few reports proposed up to this time concerning the turbine of such type with which we can conclude turbine efficiency, and so concerning Parallel nozzles used for it. An investigation was made to present a complete design data applied qualitatively to this type turbine design. The contents of this paper are as follows:

(1) The characteristics of the radial flow type air impulse turbine and the best profile of buckets have been presented and checked by experiments.

(2) Experiments of the radial flow type air reaction turbine have been given.

(3) The author points out that bucket velocity coefficient of the turbines of this type will be about 0.6, and the comparison of the two has been discussed.

(4) Results of reaction tests of parallel nozzles have been given, and he presents analytically simple formulae to conclude velocity and discharge coefficient of parallel nozzles with arbitrary dimensions.

1. 緒 言

ジャイロ、超遠心器、内面研摩といし等いろいろな目的で、高速回転を得るためにしばしば小形の空気タービンが用いられており、構造、工作共に簡単な半径流衝動タービンが最もよく利用されている。このような型式のタービンについては未だまとまった報告がなく、その効率を予想し、設計の基礎となる資料が少い。またそれらに用いるノズルはやはり寸法と工作の関係で簡単な平行ノズルが選ばれるが、蒸気タービンノズルについては数多くの研究がなされているけれども、小形の平行ノズルに関する研究は少く、その効率を予想すべき資料がないように思われる。本報告においては半径流衝動タービンについて、その特有な効率および諸量の関係を明らかにし、代表的翼型について実験を行い、次で半径流反動タービンを試作して性能の比較を行つた。さらにタービン効率を支配する一番大きな因子であるにもかかわらず、なおざりにされ勝ちな小形の平行ノズルについて実験を行い、効率等の推定計算式を導き、設計の一資料を提出した。

2. 半径流衝動タービン

翼の型式としては、いずれも第1図に示すごとく翼車円柱面を適当に削りこんで製作した簡単なものを用いており、航空用ジャイロ、Pickelsの超遠心器には

第1図 衝動タービンの翼型

Cに示すものを使用している。

(1) 計算式 このようなタービンでは、簡単に流れを二次元として取り扱い、ノズルより噴出し、 w_1 なる相対速度をもつて流入した空気は、翼の形状や抵抗および w_1 によつて定まる三次元の流れを形成し、翼面に沿つて全部同一流出相対速度 w_2 で流出すると考えて計算することはできないけれども、簡単にするため第2図に示すごとく w_2 は w_1 と同一平面上にあり w_1 と再度 β_2 をなすと考えて計算する。その際適当な速度係数 ψ を用い、 w_2 はすべて ψw_1 に等しく一定

第2図 衝動タービンの速度線図

であると仮定して ψ の中に簡単化するための影響をすべてふくませることにする。 c_1 は噴出空気の状態速度、 u は周速度として第2図に示すごとく記号を定める。翼面に沿って1秒間に流れる空気量を $G \text{ kg/s}$ とすると、トルク T は

$$T = \frac{G}{g} R \sin(\alpha_1 + \theta_0) \sin \theta (w_1 + w_2 \cos \beta_2)$$

いま1回転するに要する時間を τ 、翼の数を n 、翼の占める部分の弧と全円周との比を ε とおき、 R は翼の平均半径をとり一定と見なすと、 $\varepsilon\tau/n$ と τ/n の間では、トルク T は0と考えられるから平均トルク T_m は次式によつて求められる。*

$$T_m = \frac{G}{g} R (1 + \psi \cos \beta_2^*) c_1 \sin(\alpha_1 + \theta_0) \left\{ \sin(\alpha_1 + \theta_0) \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1} \right) - \sin \alpha_1 \cos(\alpha_1 + \theta_0) \right\} \varepsilon \dots\dots\dots (1)$$

$$L_u = \frac{G}{g} (1 + \psi \cos \beta_2^*) u c_1 \sin(\alpha_1 + \theta_0) \left\{ \sin(\alpha_1 + \theta_0) \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1} \right) - \sin \alpha_1 \cos(\alpha_1 + \theta_0) \right\} \varepsilon \dots\dots\dots (2)$$

$$\eta_u = 2 \varphi^2 (1 + \psi \cos \beta_2^*) \left(\frac{u}{c_1} \right) \sin(\alpha_1 + \theta_0) \left\{ \sin(\alpha_1 + \theta_0) \left(\cos \alpha_1 - \frac{u}{c_1} \right) - \sin \alpha_1 \cos(\alpha_1 + \theta_0) \right\} \varepsilon \dots\dots\dots (3)$$

以上の諸式により平均トルク T_m 、仕事量 L_u 、円周効率 η_u が求められる。次に理想的な場合 $\beta_2^* = 0$ 、 $\varepsilon = 1$ とおくことができ、トルクの最大値は $u = 0$ 、 $\theta_0 = \pi/2$ のときで、その値は $T'_{\max} = \frac{G}{g} R (1 + \psi) c_1 \cos \alpha_1$ また円周効率 η_u' は $u/c_1 = 1/2 \cos \alpha_1$ 、 $\theta_0 = \pi/2$ になるとき最大値をとり、その値は

$$\eta'_{u\max} = \frac{1}{2} \varphi^2 (1 + \psi) \quad \text{となる。}$$

すなわち $\eta'_{u\max}$ の値はいかなる α_1 (ただし実際の適用範囲から $0 \leq \alpha_1 \leq 45^\circ$) に対しても $\frac{1}{2} \varphi^2 (1 + \psi)$ なる一定値をとり、それは噴流の絶対速度の方向と翼面が直角をなし、かつ $u/c_1 = 1/2 \cos \alpha_1$ なる速度比の場合である。このことはこのような型式のタービンに特有のもので翼の設計に重要なことと考えられる。第1図に示した A, B, C, 三つの型式のうち B 型が一番効率がよいことはこの結果から直ちに推論される。

(2) 実験装置 圧縮機で圧縮された空気は空気留に入り圧力計、温度計、流量計を通してタービンに

第3図 実験装置

供給される。タービンの軸受には、第3図に示すごとく、マグネット型玉軸受を用い、グリースまたはスピンドル油潤滑を行い、回転数は車軸に取り付けた永久磁石による交番起電力を陰極線オシログラフに入れ発振器と同調させて読んだ。翼型としては、第1図に示した

$$* \quad T_m = \frac{G}{g} R \sin(\alpha_1 + \theta_0) w_1 \sin \theta (1 + \psi \cos \beta_2^*) \varepsilon$$

$$\cos \beta_2^* = n \int_0^{\varepsilon \tau/n} \cos \beta_2 dt / \varepsilon \tau$$

したがつて翼にあたえた仕事量は、

$$L_u = \frac{G}{g} u w_1 \sin(\alpha_1 + \theta_0) \sin \theta (1 + \psi \cos \beta_2^*) \varepsilon$$

ノズル出口における空気の理論噴出速度を c_0 とすると、タービンの円周効率 η_u は

$$\eta_u = 2 \frac{u w_1}{c_0^2} \sin(\alpha_1 + \theta_0) \sin \theta (1 + \psi \cos \beta_2^*) \varepsilon$$

ノズルの速度係数を φ として、上式を変形すると、

もの3種を用い、ノズルは直径 1.2 mm 長さ 8 mm の平行ノズルで円周上等角に 8 個設けられ傾斜角は $33^\circ 10'$ である。

(3) 実験結果 タービンを一定回転に保つに要するノズル入口空気圧力 P_1 を横軸にとり運転結果を第4図に示してある。同図より上に述べたごとく B 型、すなわち c_1 に直角な翼面を有する翼が一番性能がよいことが知れる。この場合出力は翼車摩擦および軸受損失のみと平衡し、いわゆる無負荷運

第4図 衝動タービンの運転性能曲線

転である。翼車の回転摩擦および過損失は周速の3乗にほぼ比例し、玉軸受の摩擦係数はおよそ回転数に関係しない項と回転数と共に増大する項との和と考えられるから、減衰運動の方程式は回転部分の慣性性能を I 、角速度を ω 、トルク係数を K とすると

$$I \frac{d\omega}{dt} = -K_1 - K_2 N - K_3 N^2$$

と近似的におくことができる。上式において、実験により求めた減衰曲線を用い、最小二乗法によりトルク係数 K 、したがって摩擦仕事を算出することができ、これを第5図に示してある。第6図はピトー管により測定したノズルの噴出速度 c_1 を用い上記摩擦仕事すなわちタービン出力および第4図の実験値から翼効率 η_B を計算し速度比 u/c_1 に対して図示したものである。実線はいずれも $\psi=0.6$ として(3)式を適用し、 β_2^* としては簡

第5図 摩擦損失曲線

単に翼の平均直径における出口角度を用いて求めたもので、これより適当な翼の速度係数 ψ を仮定すれば、前項で求めた諸式を用いて誤りのないことおよびかかる型式の翼の速度係数は 0.6 程度と考えてさしつかえないことがわかる。

第6図 翼効率

単に翼の平均直径における出口角度を用いて求めたもので、これより適当な翼の速度係数 ψ を仮定すれば、前項で求めた諸式を用いて誤りのないことおよびかかる型式の翼の速度係数は 0.6 程度と考えてさしつかえないことがわかる。

3. 半径流反動タービン

2 で述べた衝動タービンでは構造上必然的に運動 *

$$R_x = 1 - (c_{1ad}/c_{2ad})^2$$

$$N = \frac{G}{g} u (c_1 \cos \alpha_1 - u + \psi \cos \beta_2 \sqrt{R_x c_{2ad}^2 + c_1^2 + u^2 - 2c_1 u \cos \alpha_1})$$

$$\eta_u = 2(1 - R_x) \varphi^2 \left\{ \frac{\cos \alpha_1}{\varphi \sqrt{1 - R_x}} \left(\frac{u}{c_{2ad}} \right) - \frac{1}{\varphi^2 (1 - R_x)} \left(\frac{u}{c_{2ad}} \right)^2 + \frac{\psi \cos \beta_2}{\varphi^2 \sqrt{1 - R_x}} \left(\frac{u}{c_{2ad}} \right) \sqrt{\frac{R_x}{1 - R_x} + \varphi^2} + \frac{1}{1 - R_x} \left(\frac{u}{c_{2ad}} \right)^2 - \frac{2\varphi \cos \alpha_1}{\sqrt{1 - R_x}} \left(\frac{u}{c_{2ad}} \right) \right\} \dots\dots\dots (5)$$

効率を最大にする速度比 u/c_{2ad} 、反動度 R_x および $\eta_{u\max}$ は

*量変換が不完全であり性能が悪い。円周効率をよくするためには、ノズルおよび動翼の速度係数をよくし、かつ運動量変換をより完全に行わしめるようにすればよい。一般タービンにおいて反動度を入れると効率がよくなるのは、主に動翼の速度係数がよくなるためである。いま考えている円柱面上に翼型を削りこんだ工作が最も簡単な半径流タービンにおいては動翼の速度係数を特によくすることはできないけれども、反動度を入れるため構造上ノズル壁と翼車とのすきまは小となり、動翼の出口角度を小にし、より完全な運動量変換をさせることができる。第7図にこの考えに基づいて試作した反動タービンを示してある。

第7図 反動タービンの翼型と速度線図

(1) 計算式 第7図に示したごとく記号を定める。動翼出口では空気の流出方向はほぼ翼車円柱面に切すと考えられるから、速度係数 ψ を用い、 $w_2 = \psi \sqrt{c_{2ad}^2 - c_{1ad}^2 + w_1^2}$ なる大きさで周速 u とは動翼出口角度 β_2 と等しい角度をなし流出すると考え、 ψ の中に動翼における損失をすべてふくませると計算は半径流タービンと全く同じになる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} 2gR \frac{\kappa}{\kappa-1} T_0 \left\{ 1 - \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\} &= c_{1ad}^2 \\ 2gR \frac{\kappa}{\kappa-1} T_0 \left\{ 1 - \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\} &= c_{2ad}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

R = ガス定数 κ = 比熱比

とおくと反動度 R_x 、出力 N 、円周効率 η_u はそれぞれ

$$\left(\frac{u}{c_{2ad}}\right)^2 = \frac{1}{2(1-\varphi^2 \sin^2 \alpha_1)} \left\{ \sqrt{\frac{(1-\varphi^2)(1-\varphi^2 \sin^2 \alpha_1)}{1-\psi^2 \cos^2 \beta_2}} - (1-\varphi^2) \right\}$$

$$R_x = 1 - \frac{\varphi^2 \cos^2 \alpha_1 \sqrt{1-\psi^2 \cos^2 \beta_2}}{2(1-\varphi^2 \sin^2 \alpha_1) \left\{ \sqrt{(1-\varphi^2)(1-\varphi^2 \sin^2 \alpha_1)} - (1-\varphi^2) \sqrt{1-\psi^2 \cos^2 \beta_2} \right\}}$$

$$\eta_{u \max} = 1 - \sqrt{\frac{(1-\varphi^2)(1-\psi^2 \cos^2 \beta_2)}{1-\varphi^2 \sin^2 \alpha_1}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

(6) 式に示すごとく、ノズルおよび動翼の速度係数 φ, ψ の大きさによつて効率の最大値を与える反動度が異なってくる。反動タービンにおいては反動度は回転数によつて異なり、したがつて流量はタービン膨脹比 P_0/P_2 が同一であつても回転数によつて変化する。それゆゑ運転状態が変化した場合の性能の計算は衝動タービンのごとく簡単ではない⁽³⁾。

(2) 実験結果 第3図に示した装置で運転した結果を第8図に、ノズル入口圧力に対しタービンが一定回転を保つ回転数およびその時の流量をもつて示してある。摩擦損失は、やはり減衰曲線から求め第5図に示してある。この場合も無負荷運転で摩擦損失がわかるとタービンの円周効率 η_u が計算される。

第8図 反動タービンの運動性能曲線

第9図には $R_x=50\%$, $\psi=0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ および $\psi=0.6, 0.7$ で $R_x=0, 30, 40\%$ の場合計算した円周効率の曲線を u/c_{2ad} に対して示し、その上に実験結果を図示してある。計算値はノズルの速度係数 φ の値として、ノズルだけの実験から得られた流量係数

第9図 反動タービンの効率曲線

の平均値より後述の (13) 式を用いて推定した値 0.93 を用いてある。

運転状態が変化した場合の性能は、ノズルの流量係数 c_q 、速度係数 φ 、動翼の速度係数 ψ を仮定すれば計算できるが⁽³⁾、実験においてはいわゆる無負荷運転であるからノズル入口圧力 P_0 によつて第8図に示すごとく周速 u 、流量 G 、したがつて反動度 R_x が一義的に定まり、この場合のごとくタービン膨脹比が小さい時には次に示す近似式が成立し反動度 R_x および動翼の速度係数 ψ を実験結果より計算することができ。ノズルだけの場合の同じ入口圧力に対する流量を G_0 とすると、 $R_x = 1 - (G/G_0)^2$

反動度がわかると動翼の速度係数 ψ は

$$\psi^2 = c_q^2 \left(\frac{f_N}{f_B} \right)^2 \times \frac{1 - R_x}{\left(\frac{u}{c_{2ad}} \right)^2 - 2\varphi \cos \alpha_1 \left(\frac{u}{c_{2ad}} \right) \sqrt{1 - R_x + \varphi^2} + R_x}$$

f_N, f_B : ノズルおよび動翼の出口面積

となり実験結果から諸損失をふくめた ψ の値が計算される。このようにして求めた性能曲線が第9図の点線である。流量が少く、翼車とノズル壁のすきま損失の影響が大きい点を除いては先に求めた諸点とほぼ一致し、前項に述べた考えで性能を論じてよいことがわかる。なお実験結果は無負荷運転に対しては、ノズルおよび動翼の面積が大きすぎることを示している。

4. 半径流衝動、反動タービンの比較と結論

第9図には比較のため $\varphi=0.93$ として計算したB型の円周効率を鎖線で示してある。反動タービンで適当な設計であれば効率がよいものを得られるが、やはり $\psi=0.6$ 程度で (6) 式および第9図からわかる通り反動度を少く設計した場合に最高効率が得られ前節では新しい型式の翼を提出したことになる。しかし非常に静粛な運転をすることができ、反動度を入れた場合には低圧であるため、小容量のターボ圧縮機または軸流送風機で十分運転することができるが、工作がむづかしくなることおよび制動をかけ得ないと言う欠点がある。結局工作が簡単で性能のよい半径流の小形タービンを得るには衝動式で β_2^* を小にし、 ε を大にした翼型 B を改良した構造にすればよいと言うことができる。

5. 平行ノズルの効率

ノズルの損失は壁摩擦損失と考えてよいから平行ノズルの場合入口の縮流がなく長さが短い方が効率がよいだろうと言う定性的な想像はできるが、ノズルの効率はタービン効率を支配する一番大きな因子であるから、それを定量的に推定できることは設計に重要な一資料を与えると考えられる。そこで円形断面の平行ノズルについて実験を行いノズル入口丸味や、平行部長さの影響を調べ、適当な丸味を入口に付した平行ノズルの場合、任意の寸法、使用状態の効率、流量係数、速度係数の推定計算式を導いた。

(1) 実験結果 損失がないすなわち断熱膨脹と考えた時のノズルの理論噴出速度 c_0 および流量 G_{th} から理論運動量は、

$$\left. \begin{aligned} W_{th} &= f_N \cdot \frac{2\kappa}{\kappa-1} \cdot P_2 \left\{ \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right\}, \\ &\quad \frac{P_1}{P_2} < \left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \\ &= f_N \cdot \kappa \cdot P_2, \quad \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \\ &= f_N \cdot \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \cdot \frac{2\kappa}{\sqrt{\kappa^2-1}} \cdot P_2 \\ &\quad \cdot \frac{P_1}{P_2} \sqrt{1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}, \\ &\quad \frac{P_1}{P_2} > \left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \end{aligned} \right\} (7)$$

いまノズルの効率をエネルギーを用いないで、噴流の実際に有する運動量の理論運動量に対する比すなわち W/W_{th} で定義する。実際に流れる流量を G とすると流量係数 c_q は G/G_{th} であり、速度係数 φ は $\varphi = W/G$ で定義されるから、効率 η は $\eta = W/W_{th} = c_q \times \varphi$ となる。運動量の測定は第 10 図に示すごとく反動式で零点法により精密に測定した。実験に使用したノズルは直径 1.6 mm、長さ 30, 20, 12, 8, 6, 4 mm のものでそれぞれ入口を半径 1 mm で丸めたものと、面をとらないもので、実験結果を第 11, 12 両図に示してある。入口に丸味のない場合には入口附近で縮流を生ずるが、丸味を付したノズルでは全然縮流

第 10 図 推力測定装置と供試ノズル

第 11 図 入口に丸味のない平行ノズルの効率曲線

第 12 図 入口に丸味を付した平行ノズルの効率曲線

を生じていないと考えてよい。両図より、(a) 入口丸味の影響すなわち縮流の影響が非常に大きい。(b) ノズル長さの短いほど効率はよくなる。(c) 効率は膨脹比と共に増加し、効率最大の点は理論限界膨脹比以上に存在し、長さが長いすなわち摩擦損失の大きいノズルほど高い膨脹比の所にあり、膨脹比 3 程度までは効率の低下は認められない。

(2) ノズル効率の理論計算 先細ノズル内の流れは層流をなし層流境界層の摩擦損失によりノズルの効率が説明されることは前に報告されている(4)。平行ノズル内の流れは、直管の入口附近の流れと同様であつて非圧縮性流体の場合直管のいわゆる層流助走区域における流れの状態は Boussinesq, Schiller 等により解析的に求められ実験値とよく一致することが認められている(5)。圧縮性流体の圧力こう配を伴う層流境界層の計算は困難であるが、平行ノズルの場合適当な簡単な仮定を用いることによつて近似的に解くことができる。第 13 図に示すごとく流れをノズル壁に近い速度が次第に変化する厚さ δ の部分と中心部に残された

速度一様な主流の部分に分けて考える。ノズルの場合長さは短く出口断面における境界層の厚さは非常に薄いと考えられるから任意の断面形

第13図 平行ノズル内の流れ

をふくませ得るように近似的に定常かつ二次元の層流境界層と見なすと、排除厚 δ_* 、運動量損失厚 θ はそれぞれ次式のごとく表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_* &= \frac{1}{c_0} \int_0^\delta \left(c_0 - \frac{\rho}{\rho_0} c \right) dy \\ \theta &= \frac{1}{c_0^2} \int_0^\delta \frac{\rho}{\rho_0} c (c_0 - c) dy \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ただし ρ_0, c_0 はそれぞれ主流の密度および速度を表わす。上式を出口断面に適用してノズル効率、流量係数、速度係数を表示すると、

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{r_m} (\delta_* + \theta), \quad c_{qth} = 1 - \frac{\delta_*}{r_m}, \quad \varphi_{th} = \eta_{th} / c_{qth} \dots\dots\dots (8)$$

r_m は $r_m = f/s$ すなわち水力半径である。したがってノズル出口断面における δ_* および θ がわかればノズル効率等が計算できる。ノズル断面について連続の方程式、運動方程式は

$$\frac{d}{dx} \left(1 - \frac{\delta_*}{r_m} \right) \rho_0 c_0 = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\rho_0 c_0^2 \left\{ 1 - \frac{1}{r_m} (\theta + \delta_*) \right\} \right] \\ = \rho_0 c_0 \frac{dc_0}{dx} - \frac{1}{r_m} \left(\mu \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=0} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

μ は粘性係数である。(10) 式は (9) 式を用いると結局 Kármán の二次元層流境界層の運動方程式に帰着する。主流の中では上記のごとく断熱膨脹すると考えてよいが、境界層の中では摩擦力を考えに入れる以上熱伝導率を 0 とおくことはできずエネルギーの式を考えに入れなければならない。その際エネルギーの式を運動方程式に帰着させ計算を簡単にするために空気の Prandtl 数を 1 とし壁を通じて熱伝達が行われず温度は速度のみの関数と仮定しなければならない。以上のごとく仮定しノズル入口状態における音速に対して局所的 Mach 数を定義して $m = \frac{c_0}{a_1} = m_* \frac{c_0}{c_*}$ とおくと、境界層の厚さ方向には圧力が一定としてあるから密度分布は $\frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \frac{\kappa-1}{2} m^2 \left(1 - \frac{c^2}{c_0^2} \right)$ となり、Schiller が行つたように簡単に壁に接する部分の速度分布を $c = c_0 \left(2 \frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2} \right)$ と仮定すると排除厚、

$$\text{運動量厚はそれぞれ } \delta_* = \left\{ \frac{1}{3} + \frac{11}{105} (\kappa-1) m^2 \right\} \delta,$$

$$\theta = \left\{ \frac{2}{15} - \frac{13}{315} (\kappa-1) m^2 \right\} \delta \quad \text{となる。}$$

平行ノズル内の流れは Mach 数 1 までを問題にするのであるから上式における圧縮性の影響は Mach 数の 4 乗以上を省略して計算してある⁽⁶⁾。次に平行部分の入口までは損失なく $x=0$ で速度一様になると仮定しその点の速度、 c_* 密度 ρ_* を基準にとり、主流の密度変化は近似的に $\frac{\rho_0}{\rho_*} = 1 + \frac{1}{2} (m_*^2 - m^2)$ で与えられるから、これらの関係を (10) 式に代入して解くと、

$$\frac{\mu_1}{\rho_*} \frac{1}{r_m^2} \cdot \frac{x}{c_*} = F_1(X), \quad X = c_*/c_0 \dots\dots\dots (11)$$

この式の関係を図示すると、第14図のごとくなる。平行部分の長さが l の時

第14図 $X = u^*/u$ と $F_1(X)$ の関係曲線

$$\begin{aligned} \frac{l \cdot \nu_1}{r_m^2 \cdot c_0} &= \left(1 - \frac{\kappa-1}{2} X^2 m^2 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} F_1(X) X \\ &= F_2(X) \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ただし ν_1 はノズル入口における動粘性係数 c_0 および m はノズル出口における理論噴出速度および局所的な Mach 数に似た数である。ノズル入口の圧力温度および膨脹比すなわち使用状態がわかると左辺は計算できるから X がわかり、 δ_*, θ が計算され $\eta_{th}, c_{qth}, \varphi_{th}$ が求まり、さらに平行部分の圧力こう配も (11) 式より計算できる。左辺は長さ l に $\nu_1/r_m^2 c_0$ を乗じて無次元の数としたもので、これを平行ノズルの特性長と名づけ L と表わすことにする。すなわち

$$\begin{aligned} L &= \frac{l \cdot \nu_1}{r_m^2 c_0} \\ &= \frac{l}{r_m^2} \cdot \frac{\mu_1}{P_1} \sqrt{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} \cdot gRT \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (P_2/P_1)^{\kappa-1/\kappa}}} \end{aligned}$$

上記のごとく特性長 L の種々な値に対して $\eta_{th}, c_{qth}, \varphi_{th}$ を計算し横軸に $\sqrt{L}$ をとり縦軸にこれらの値をとって図示すると Mach 数 1 までの種々な値に対してそれぞれほぼ直線となり 1 本の代表直線によつてすべての場合を近似できる。それらはそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \eta_{th} &= 100 - 210\sqrt{L} \quad \% \\ c_{qth} &= 100 - 150\sqrt{L} \quad \% \\ \varphi_{th} &= 100 - 75\sqrt{L} \quad \% \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

となる。上記の計算では丸味の部分の損失は 0 として計算したのであるが、その損失も平行ノズルの場合近似計算式 (13) によつて算出されるとして特性長 L を計算する時ノズルの全長を用いることにする。次に使用状態が限界膨脹比以上の場合衝動法則を出口附近の限界圧力になる断面と、噴流が外圧 P_2 まで膨脹した断面に適用して以上の効率等の計算式を拡張することができ次式のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_{th} &= K\eta_{th}', \quad \varphi_{th} = K\varphi_{th}', \quad c_{qth} = c_{qth}' \\ K &= \frac{\sqrt{\frac{\kappa-1}{\kappa+1}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}} \times \\ &\quad \left\{ 1 + \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \frac{P_2}{P_1} \right\} \frac{1}{\cos \gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

$\eta_{th}', c_{qth}', \varphi_{th}'$ はノズル出口までの流れ、すなわち限界膨脹比までの流れに対して (13) 式を用いて計算された値であり、 γ は傾斜ノズルの場合生ずる偏角である。

(3) 理論効率と実測効率との比較 第 15 図は (13) 式による理論効率と実測効率との比較を示し、

第 15 図 実測効率と理論効率との比較

第 12 図において実線で示した効率曲線は (13), (14) 両式を用いて計算したもので、実験結果はノズル損失を壁摩擦による境界層損失と考えてよく説明される。

第 12 図には偏角 γ を連続の条件を用いて計算した結果を実線で、Prandtl-Meyer の流れとして計算した結果を点線で示してある。その場合ノズルの傾斜角が大きいとき、限界膨脹比以上で始めて正の偏角を生ずる。 γ のおおよその値を推定するには、ポリトロピック指数 $n=\kappa$ として連続の条件より計算してさしつかえないと考えられる。(13), (14) 両式は $l/rm^2 = 200\,000m^{-1}$ 程度まで適用することができ、平行ノズルの効率推定計算式として十分である。なお平行部分のない場合、あるいは入口丸味の半径に比して短い場合には厳密には適用できない。

6. 結 論

以上の実験および計算から得られた結果は

(1) 工作の簡単な小形半径流衝動タービンの諸量の関係を導き翼型選定の基準を与えたこと。

(2) 反動度を入れたタービンの実験を行い衝動タービンと比較し、性能のよい翼型式を指摘したこと。

(3) これらに用いる平行ノズルの入口丸味、長さの影響の大きいことを実験で示し、効率等の推定計算式を提出したことである。

これによつて、このようなタービンの設計にまとまつた一資料をあたえたものと考えられる。

終りに絶えず御指導を賜つた東京工業大学の谷口教授に深甚の謝意を表する。

注：—

- (1) 昭和 24 年 11 月 13 日 応用力学講演会にて講演、原稿受付昭和 25 年 2 月 28 日。
- (2) 正員、東京工業大学精密機械研究所。
- (3) 水町長生、運転状態が変化した場合の反動タービンの性能。
- (4) 馬杉尚次、先細ノズルの効率に関する研究。昭和 23 年 4 月第 25 期定時総会にて講演。
- (5) S. Goldstein, Modern Developments in Fluid Dynamics, p. 299.
- (6) 谷 一 郎、圧縮性流体における境界層について、航研報告 No. 251.