- (5) 中田, 転位歯車, 37 頁, 外径の式は $f_1=f_2=f_c$ の場合.
 (6) 中田, 転位歯車, 50 頁.
 (7) 筆者, (3) に同じ.
 (8) DIN, 870.
 (9) 中田, 東京工大学報, No. 1, 31 頁 (1949).
 (10) 中田, 東京工大学報, No. 1, 66 頁 (〃).
 (11) 中田, 東京工大学報, No. 1, 32 頁 (〃), ユモ- 210 E プロペラ減速用歯車.

621. 833. 1

一般方程式によるインボリュート平歯車の設計条件と設計の一方法 (K_1 - K_2 線図法)⁽¹⁾

須 賀 清 勝⁽²⁾

Conditions for the Design of Involute Spur Gears by Narusé's General Equations and a Proposal of New Design Process, K_1 - K_2 Diagram Method

by Kiyokatsu SUGA

Prof. Narusé worked out the general equations of involute spur gears, called Narusé's general equations in 1932, which made an epoch in the design of gears. However, they have not been used enough, because of the complicated form and some difficult processes in the application. The writer tried to find the way for using them easily.

- (1) He transformed them into a simple form,
- (2) calculated the mathematical tables of the basic functions for deciding the tooth height and the tooth thickness,
- (3) represented all the conditions for the design by the conditional equations of the parameter K_1 and K_2 ,
- (4) and constructed a method of selecting the characteristic values from the curves depicted on the K_1 - K_2 plane and determining the dimensions after that.

1. 緒 言

成瀬博士によつてみちびかれたインボリュート平歯車の一般方程式は, 歯車の設計に一新紀元を画したのであるが, しかしながら, 方程式が複雑な形であることと, 各条件を満足する設計値をえらぶのに, トライメソッドによらなければならないこと等によつて, 一般には十分に利用されていなかったと言えよう.

本論文は, 原方程式を簡単な形に転換して, 歯丈, 歯厚を支配する かん数 の数表を求め, 設計条件を整理し, 一つの設計方法 (K_1 - K_2 線図法) を提案して, 一般方程式を簡易に歯車設計に適用できるように工夫した.

2. インボリュート平歯車の一般方程式

インボリュート平歯車を支配する一般方程式は, 原式⁽³⁾に若干の転換を行つて,

$$z_1 = \frac{2\pi n}{\tan \alpha} \cdot \frac{1}{\epsilon K_1 + K_2} \quad \dots\dots(1)$$

$$x_1 = \frac{z_1}{2} \left\{ -1 + \sqrt{\epsilon K_1 (\epsilon K_1 + 2) \sin^2 \alpha + 1} \right\} \quad \dots\dots(2)$$

$$x_2 = \frac{z_2}{2} \left\{ -1 + \sqrt{\frac{K_2}{\epsilon} \left(\frac{K_2}{\epsilon} + 2 \right) \sin^2 \alpha + 1} \right\} \quad \dots\dots(3)$$

$$t_1 = \frac{z_1}{1 - w_1} [(1 + \epsilon K_1) \tan \alpha - \tan^{-1} \{ (1 + \epsilon K_1) \tan \alpha \} - \text{inv } \alpha] \quad \dots\dots(4)$$

$$t_2 = \frac{z_2}{1 - w_2} \left[\left(1 + \frac{K_2}{\epsilon} \right) \tan \alpha - \tan^{-1} \left\{ \left(1 + \frac{K_2}{\epsilon} \right) \tan \alpha \right\} - \text{inv } \alpha \right] \quad \dots\dots(5)$$

$$t_1 + t_2 + b = \pi \quad \dots\dots(6)$$

$$K_1 = \frac{\Sigma_2'}{1 + \epsilon + \Sigma_2'} \quad \dots\dots(7)$$

$$K_2 = \frac{\Sigma_1'}{1 + (1/\epsilon) + \Sigma_1'} \quad \dots\dots(8)$$

これらの式に用いられた符号は:

- z_1, z_2 : 歯数
 n : 同時かみあい歯数
 α : かみあい圧力角

$\varepsilon = z_2/z_1$: 歯数比

Σ_1', Σ_2' : 歯元の面の最大すべり率

x_1, x_2 : (歯元の丈) ÷ (モジュール, M)⁽⁴⁾

t_1, t_2 : (ピッチ円歯厚) ÷ M ⁽⁵⁾

τ_{v1}, τ_{v2} : (歯先円歯厚に対する中心角)
÷ (ピッチ円歯厚に対する中心角)⁽⁶⁾

b : (ピッチ円脊隙, B) ÷ M

(サフィックス 1 は小歯車, 2 は大歯車の場合を示す) (第 1 図).

3. 歯丈かん数と歯厚かん数

一般方程式 (2), (3) 式および (4), (5) 式の右辺カッコ内の かん数は, $\varepsilon K_1, K_2/\varepsilon$ を一つの変数 K におきかえることによつて,

$$X = -1 + \sqrt{K(K+2)\sin^2\alpha + 1}^{(7)}$$

$$N = (1+K)\tan\alpha - \tan\{(1+K)\tan\alpha\} - \text{inv}\alpha^{(8)}$$

の形となり, それぞれ小歯車, 大歯車の歯丈および歯

第 1 表 歯丈かん数

$$X = -1 + \sqrt{K(K+2)\sin^2\alpha + 1}$$

K	14°30'	15°00'	17°30'	20°00'	22°30'
0.01	0.000 63	0.000 67	0.000 91	0.001 17	0.001 47
02	0.001 27	0.001 35	0.001 82	0.002 36	0.002 95
03	0.001 91	0.002 04	0.002 75	0.003 56	0.004 45
04	0.002 55	0.002 73	0.003 68	0.004 76	0.005 96
05	0.003 21	0.003 43	0.004 62	0.005 98	0.007 48
06	0.003 87	0.004 13	0.005 57	0.007 20	0.009 01
07	0.004 53	0.004 84	0.006 53	0.008 44	0.010 55
08	0.005 20	0.005 56	0.007 50	0.009 69	0.012 11
09	0.005 88	0.006 28	0.008 47	0.010 94	0.013 68
10	0.006 56	0.007 01	0.009 45	0.012 21	0.015 26
11	0.007 25	0.007 74	0.010 44	0.013 48	0.016 85
12	0.007 94	0.008 48	0.011 44	0.014 77	0.018 46
13	0.008 64	0.009 23	0.012 44	0.016 07	0.020 07
14	0.009 35	0.009 98	0.013 45	0.017 37	0.021 70
15	0.010 06	0.010 74	0.014 48	0.018 69	0.023 34
16	0.010 77	0.011 51	0.015 51	0.020 01	0.024 99
17	0.011 50	0.012 28	0.016 54	0.021 35	0.026 66
18	0.012 23	0.013 06	0.017 59	0.022 69	0.028 33
19	0.012 96	0.013 84	0.018 64	0.024 05	0.030 02
20	0.013 70	0.014 63	0.019 70	0.025 41	0.031 72
21	0.014 44	0.015 43	0.020 77	0.026 79	0.033 42
22	0.015 19	0.016 23	0.021 84	0.028 17	0.035 14
23	0.015 95	0.017 03	0.022 93	0.029 56	0.036 88
24	0.016 71	0.017 85	0.024 02	0.030 96	0.038 62
25	0.017 48	0.018 67	0.025 12	0.032 38	0.040 37
0.30	0.021 40	0.022 85	0.030 72	0.039 57	0.049 31
35	0.025 46	0.027 18	0.036 52	0.047 00	0.058 51
40	0.029 65	0.031 65	0.042 50	0.054 66	0.067 98
45	0.033 98	0.036 27	0.048 66	0.062 53	0.077 71
50	0.038 44	0.041 03	0.055 00	0.070 62	0.087 68
55	0.043 04	0.045 92	0.061 52	0.078 92	0.097 90
60	0.047 76	0.050 95	0.068 20	0.087 42	0.108 36
65	0.052 61	0.056 12	0.075 06	0.096 13	0.119 04
70	0.057 58	0.061 42	0.082 08	0.105 03	0.129 95
75	0.062 68	0.066 85	0.089 27	0.114 12	0.141 07
80	0.067 91	0.072 40	0.096 61	0.123 40	0.152 41
85	0.073 25	0.078 09	0.104 11	0.132 86	0.163 94
90	0.078 71	0.083 90	0.111 76	0.142 50	0.175 68
0.95	0.084 29	0.089 83	0.119 56	0.152 32	0.187 61
1.00	0.089 99	0.095 88	0.127 51	0.162 30	0.199 72
05	0.095 79	0.102 06	0.135 60	0.172 44	0.212 02
10	0.101 71	0.108 34	0.143 83	0.182 75	0.224 49
15	0.107 74	0.114 75	0.152 20	0.193 22	0.237 13
20	0.113 88	0.121 26	0.160 70	0.203 83	0.249 94
25	0.120 12	0.127 89	0.169 34	0.214 59	0.262 91
30	0.126 47	0.134 63	0.178 10	0.225 49	0.276 03
35	0.132 92	0.141 47	0.186 99	0.236 54	0.289 30
40	0.139 48	0.148 42	0.196 00	0.247 72	0.302 72
45	0.146 13	0.155 47	0.205 13	0.259 04	0.316 28
50	0.152 88	0.162 62	0.214 38	0.270 49	0.329 98
55	0.159 72	0.169 87	0.223 75	0.282 06	0.343 81
60	0.166 66	0.177 22	0.233 22	0.293 75	0.357 77
65	0.173 69	0.184 66	0.242 81	0.305 56	0.371 85
70	0.180 81	0.192 20	0.252 50	0.317 49	0.386 06
75	0.188 03	0.199 83	0.262 30	0.329 54	0.400 38
80	0.195 32	0.207 56	0.272 20	0.341 69	0.414 81
85	0.202 71	0.215 37	0.282 20	0.353 95	0.429 36
90	0.210 18	0.223 27	0.292 30	0.366 31	0.444 01
1.95	0.217 73	0.231 25	0.302 49	0.378 78	0.458 77
2.00	0.225 37	0.239 31	0.312 78	0.391 34	0.473 63

第 1 図

第 2 表 歯厚かん数

$$N = (1+K)\tan\alpha - \tan^{-1}\{(1+K)\tan\alpha\} - \text{inv}\alpha$$

K	14°30'	15°00'	17°30'	20°00'	22°30'
0.01	0.000 16	0.000 18	0.000 29	0.000 43	0.000 61
02	0.000 33	0.000 37	0.000 58	0.000 87	0.001 23
03	0.000 50	0.000 55	0.000 88	0.001 31	0.001 87
04	0.000 67	0.000 75	0.001 18	0.001 76	0.002 51
05	0.000 85	0.000 94	0.001 49	0.002 22	0.003 16
06	0.001 03	0.001 14	0.001 81	0.002 69	0.003 83
07	0.001 22	0.001 34	0.002 12	0.003 17	0.004 50
08	0.001 40	0.001 55	0.002 45	0.003 65	0.005 19
09	0.001 59	0.001 75	0.002 78	0.004 14	0.005 88
0.10	0.001 78	0.001 97	0.003 12	0.004 64	0.006 59
11	0.001 97	0.002 18	0.003 46	0.005 15	0.007 31
12	0.002 17	0.002 40	0.003 80	0.005 66	0.008 04
13	0.002 37	0.002 63	0.004 16	0.006 18	0.008 78
14	0.002 58	0.002 85	0.004 51	0.006 71	0.009 52
15	0.002 79	0.003 08	0.004 88	0.007 25	0.010 29
16	0.003 00	0.003 32	0.005 25	0.007 80	0.011 06
17	0.003 21	0.003 55	0.005 62	0.008 35	0.011 84
18	0.003 43	0.003 80	0.006 00	0.008 92	0.012 63
19	0.003 65	0.004 04	0.006 39	0.009 49	0.013 44
20	0.003 88	0.004 29	0.006 78	0.010 07	0.014 25
21	0.004 11	0.004 54	0.007 18	0.010 65	0.015 08
22	0.004 34	0.004 80	0.007 58	0.011 25	0.015 92
23	0.004 58	0.005 06	0.007 99	0.011 85	0.016 76
24	0.004 82	0.005 33	0.008 41	0.012 47	0.017 62
25	0.005 06	0.005 59	0.008 83	0.013 09	0.018 49
0.30	0.006 33	0.006 99	0.011 02	0.016 31	0.023 01
35	0.007 69	0.008 49	0.013 36	0.019 74	0.027 80
40	0.009 14	0.010 10	0.015 86	0.023 39	0.032 88
45	0.010 68	0.011 80	0.018 51	0.027 25	0.038 23
50	0.012 33	0.013 61	0.021 31	0.031 32	0.043 86
55	0.014 07	0.015 53	0.024 27	0.035 60	0.049 76
60	0.015 91	0.017 55	0.027 39	0.040 11	0.055 95
65	0.017 85	0.019 69	0.030 67	0.044 82	0.062 40
70	0.019 89	0.021 93	0.034 10	0.049 75	0.069 13
75	0.022 04	0.024 29	0.037 70	0.054 90	0.076 13
80	0.024 29	0.026 76	0.041 46	0.060 26	0.083 40
85	0.026 64	0.029 35	0.045 38	0.065 33	0.090 93
90	0.029 11	0.032 05	0.049 47	0.071 61	0.098 72
0.95	0.031 67	0.034 87	0.053 71	0.077 60	0.106 77
1.00	0.034 35	0.037 80	0.058 12	0.083 80	0.115 08
05	0.037 13	0.040 84	0.062 68	0.090 21	0.123 63
10	0.040 02	0.044 01	0.067 41	0.096 82	0.132 43
15	0.043 02	0.047 29	0.072 29	0.103 63	0.141 47
20	0.046 13	0.050 68	0.077 33	0.110 64	0.150 75
25	0.049 35	0.054 20	0.082 54	0.117 85	0.160 26
30	0.052 67	0.057 83	0.087 89	0.125 26	0.170 00
35	0.056 11	0.061 57	0.093 40	0.132 85	0.179 97
40	0.059 65	0.065 43	0.099 07	0.140 63	0.190 15
45	0.063 30	0.069 41	0.104 88	0.148 60	0.200 55
50	0.067 06	0.073 50	0.110 85	0.156 75	0.211 17
55	0.070 92	0.077 71	0.116 96	0.165 08	0.221 99
60	0.074 90	0.082 03	0.123 22	0.173 59	0.233 01
65	0.078 97	0.086 47	0.129 63	0.182 28	0.244 23
70	0.083 16	0.091 01	0.136 19	0.191 13	0.255 64
75	0.087 45	0.095 67	0.142 88	0.200 16	0.267 25
80	0.091 85	0.100 44	0.149 72	0.209 35	0.279 03
85	0.096 35	0.105 32	0.156 69	0.218 70	0.291 00
90	0.100 95	0.110 31	0.163 81	0.228 21	0.303 15
1.95	0.105 66	0.115 41	0.171 05	0.237 88	0.315 47
2.00	0.110 47	0.120 62	0.178 43	0.247 70	0.327 95

厚を支配する。ここに前者を歯丈かん数, 後者を歯厚かん数とよぶことにする。この両かん数の数表を求めておけば後のべる K_1 - K_2 線図を作り, またその他の設計の場合に極めて便利であるので, 筆者は, $\alpha = 14^\circ 30'$ より $\alpha = 24^\circ 00'$ まで, $30'$ ごとの α に対し, K についての X , N の数表を求め

た。別表には、 $\alpha=14^\circ30'$, $15^\circ00'$, $17^\circ30'$, $20^\circ00'$, $22^\circ30'$ のみについての数表を掲げる(第1表, 第2表)。

小歯車, 大歯車の歯丈かん数を X_1 , X_2 ; 歯厚かん数を N_1 , N_2 とおけば,

$$X_1 = X(\varepsilon K_1), \quad X_2 = X(K_2/\varepsilon)$$

$$N_1 = N(\varepsilon K_1), \quad N_2 = N(K_2/\varepsilon)$$

4. インボリュート平歯車の設計条件

インボリュート平歯車の設計に当つて考慮すべき条件は、これをインボリュート歯車という本質から必ず満足しなければならない条件(これを A 条件と名づける), 実用上の性能等の要求から立てられる条件(これを B 条件と名づける), 工具の制限等による切削条件(これを C 条件と名づける)の三つに分類することができる。

A 条件は歯車の成立条件自身であるから、数がきまつていて、これらをうごかすことはできないが、B 条件は場合場合の要求にしたがつて、変更や増減をすることができる。C 条件は工具の寸法割合によつて決定する。ただしここでは工具の制限をうけない自由な歯車を考え、C 条件をふくめないことにする。

次に A, B の各条件をあげ、それらが式によつてどのように表現されるかを求める。

なお、すべて可逆歯車についてのみ考えることにする。

4.1 A 条件 インボリュート歯車はすべて次の条件を満足しなければならない⁽⁹⁾。

(1) 同時にかみあう歯の組数が常に一組以上であること。

(2) 歯形は干渉をおこさず、したがつて切下げを必要としないこと。

(3) 歯厚が歯先円に至る途中で 0 にならぬこと。

各条件はそれぞれ、

$$(1) \quad n \geq 1$$

$$(2) \quad 0 \leq \Sigma_1' \leq \infty, \quad 0 \leq \Sigma_2' \leq \infty$$

$$(3) \quad 0 \leq w_1 \leq 1, \quad 0 \leq w_2 \leq 1$$

これらを一般方程式 (1)~(8) と組合わせてとけば、

(1) (1) 式より

$$\varepsilon K_1 + K_2 \geq 2\pi/(z_1 \cdot \tan \alpha) \quad \dots\dots\dots(9)$$

(2) $0 \leq \Sigma_1' \leq \infty$, $0 \leq \Sigma_2' \leq \infty$ を (7), (8) に代入すれば、 $0 \leq K_1 \leq 1$, $0 \leq K_2 \leq 1$ (10)

(3) 一般方程式 (4), (5) 式において、

$$A = z_1 N_1 / \pi, \quad B = z_2 N_2 / \pi$$

とおけば

$$t_1 = \frac{\pi A}{1-w_1}, \quad t_2 = \frac{\pi B}{1-w_2}$$

$b' = b/\pi$ とおけば、(6) 式 $t_1 + t_2 + b = \pi$ は、

$$\frac{A}{1-w_1} + \frac{B}{1-w_2} = 1 - b' \quad \dots\dots\dots(11)$$

(11) 式と $0 \leq w_1 \leq 1$, $0 \leq w_2 \leq 1$ とが同時に成立するための条件を求める。

(11) 式を変形して、

$$1 - w_2 = \frac{B(1-w_1)}{(1-b')(1-w_1) - A}$$

$0 \leq (1-w_2) \leq 1$ なるゆえ、上式を代入してとけば、

$$0 \leq w_1 \leq \frac{1-b'-(A+B)}{1-b'-B} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$1-b'-B > 0 \quad \therefore 1-b'-(A+B) \geq 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

逆に $1-b'-(A+B) \geq 0$, $0 \leq w_1 \leq \{1-b'-(A+B)\}/(1-b'-B)$ であれば

$$0 \leq w_2 \leq \frac{1-b'-(A+B)}{1-b'-A} \quad \dots\dots\dots(14)$$

となつて $0 \leq w_2 \leq 1$ を満足する。(11) 式を w_2 についてとけば (14) 式が先に求められる。

したがつて (11) 式と、(3) の $0 \leq w_1 \leq 1$, $0 \leq w_2 \leq 1$ が同時に成立するための必要かつ十分な条件は、(13) 式および (12) (14) のいずれか一方の式が成立することである。

A, B, b' をおきもどして、

$$N_1 + \varepsilon N_2 \leq (\pi - b)/z_1 \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$0 \leq w_1 \leq \frac{\{(\pi - b)/z_1 - (N_1 + \varepsilon N_2)\}}{\{(\pi - b)/z_1 - \varepsilon N_2\}} \quad \dots\dots\dots(16)$$

あるいは

$$0 \leq w_2 \leq \frac{\{(\pi - b)/z_1 - (N_1 + \varepsilon N_2)\}}{\{(\pi - b)/z_1 - N_1\}} \quad \dots\dots\dots(17)$$

4.2 B 条件 ここでは減速装置等に最も一般的に要求されると思われる次の三つの条件をあげる。

(1) 同時にかみあひ歯数が適当の値であること。

(2) 小歯車の最大すべり率が、大歯車の最大すべり率よりも小さいこと。

(3) 歯厚の一方が厚すぎ、したがつて他方がうすすぎないこと。

各条件について、

(1) 一般方程式の (1) 式をそのまま用いて、

$$\varepsilon K_1 + K_2 = 2\pi n/(z_1 \tan \alpha) \quad \dots\dots\dots(18)$$

減速歯車においては、 n は 1.4 から 2.1 くらいの間に設計されることが望ましく⁽¹⁰⁾、更に実際のかみあひ歯数が 2.0 であるものは、音響、ピッチング等に対し特にすぐれていることが言われている⁽¹¹⁾。

(2) 歯面の摩耗の点から、小歯車の最大すべり率が大歯車の最大すべり率より小さいことが望まれ⁽¹²⁾、更にできれば双方の最大摩耗量が同じであるために同じ材質の場合には $\Sigma_1' = \Sigma_2'/\varepsilon$ ⁽¹³⁾、異なつた材質の場合には $\Sigma_1' = (c_2/c_1)(1/\varepsilon) \cdot \Sigma_2'$ ⁽¹⁴⁾ とすることが提案されている (c_1, c_2 は各歯車の摩耗性質をあらわす定数)。

ここでは Σ_1' が Σ_2'/ε から Σ_2' までの値をもつべきであるという条件として導入する。

(7), (8) 式より

$$\Sigma_1' = \frac{(1+1/\varepsilon)K_2}{1-K_2}, \quad \Sigma_2' = \frac{(1+\varepsilon)K_1}{1-K_1} \quad \dots\dots\dots(19)$$

$\Sigma_2'/\epsilon \leq \Sigma_1' \leq \Sigma_2'$ より

$$\frac{K_2}{\epsilon - (\epsilon - 1)K_2} \leq K_1 \leq K_2^{(15)} \dots\dots\dots (20)$$

(3) 同時かみあい歯数, 最大すべり率等を理想的な値にえらんで, その後歯厚を計算すると, 一方が非常に厚く, したがって他方が非常にうすくなつて強度の上から不十分になることがしばしばある. このことをあらかじめさせて, 最初から適当な歯厚をえらびうるようにするためにこの条件を設けた.

$$t_1/t_2 = \delta \text{ (歯厚比)}$$

とおき, δ の上限を δ_u , 下限を δ_l とする.

$$\delta_l \leq \delta \leq \delta_u \dots\dots\dots (21)$$

$t_1 = \pi A / (1 - w_1)$, $t_2 = \pi B / (1 - w_2)$ であるゆえ

$$\delta = \frac{A(1 - w_2)}{B(1 - w_1)}$$

(11) 式に代入して w_2 を消去すれば

$$\delta = \frac{A}{(1 - b')(1 - w_1) - A}$$

(21) 式に代入してとけば

$$1 - \frac{A}{1 - b'} \left(1 + \frac{1}{\delta_l}\right) \leq w_1 \leq 1 - \frac{A}{1 - b'} \left(1 + \frac{1}{\delta_u}\right) \quad (22)$$

w_1 が存在するためには

$$1 - \frac{A}{1 - b'} \left(1 + \frac{1}{\delta_u}\right) \geq 0$$

$$\therefore A \leq \frac{(1 - b')\delta_u}{1 + \delta_u} \dots\dots\dots (23)$$

同様にして,

$$1 - \frac{B}{1 - b'} (1 + \delta_u) \leq w_2 \leq 1 - \frac{B}{1 - b'} (1 + \delta_l) \quad \dots (24)$$

$$B \leq \frac{1 - b'}{1 + \delta_l} \dots\dots\dots (25)$$

しかして (23), (25), (22) 式が成立すれば (24) 式がみちびかれ, (23), (25), (24) 式が成立すれば (22) 式がみちびかれる. したがって歯厚比を, $\delta_l \leq \delta \leq \delta_u$ にえらぶために必要かつ十分なる条件は, (23), (25) の 2 式および (22), (24) のいずれか一方の式が成立することである.

A , B , b' をおきもどして,

$$N_1 \leq \frac{\delta_u}{1 + \delta_u} \cdot \frac{\pi - b}{z_1}, \quad N_2 \leq \frac{1}{1 + \delta_l} \cdot \frac{\pi - b}{z_2} \quad (26), (27)$$

$$1 - \left(1 + \frac{1}{\delta_l}\right) \frac{z_1 N_1}{\pi - b} \leq w_1 \leq 1 - \left(1 + \frac{1}{\delta_u}\right) \frac{z_1 N_1}{\pi - b} \quad \dots (28)$$

あるいは

$$1 - (1 + \delta_u) \frac{z_2 N_2}{\pi - b} \leq w_2 \leq 1 - (1 + \delta_l) \frac{z_2 N_2}{\pi - b} \quad \dots (29)$$

いま, $\delta_l = 1.0$, $\delta_u = 1.5$ すなわち, $t_1 = 0.5\pi$, $t_2 = 0.5\pi$ から, 小歯車の歯厚が厚くなつて, $t_1 = 0.6\pi$, $t_2 = 0.4\pi$ となるまでの間を考えると,

$$N_1 \leq 0.6 \frac{(\pi - b)}{z_1}, \quad N_2 \leq 0.5 \frac{(\pi - b)}{z_2}$$

$$1 - \frac{2z_1 N_1}{\pi - b} \leq w_1 \leq 1 - \frac{5z_1 N_1}{3(\pi - b)}$$

あるいは

$$1 - \frac{2.5 z_2 N_2}{\pi - b} \leq w_2 \leq 1 - \frac{2z_2 N_2}{\pi - b}$$

5. 設計方法 — K_1 - K_2 線図法

前節までに求められた各設計条件による歯車の設計順序について考える.

歯車の設計にあつて最初にとり上げられるものは歯数比である. すなわち歯車は一つの軸から他の軸に一定の回転運動を伝達する目的をもつものであるから, まず主動軸と被動軸との回転数が問題となり, これらが与えられると, 回転比から歯数比がきまつてくる.

次は歯数であつて, 軸の中心距離, 伝達馬力, 使用応力等が大體与えられていて, 歯の大きさが計算され, 歯数がきまつてくる場合と, 上のごとき制限がなく, 歯数を自由に選択できる場合との二つがあつて, そのいずれであるかが設計の岐路になる.

5.1 ϵ , z_1 が与えられる場合 設計上の便利のために, 条件式を次のようにくみかえる.

1. 最大すべり率の選択条件

$$\textcircled{1} \quad \epsilon K_1 + K_2 = 2\pi n / (z_1 \cdot \tan \alpha), \quad n \geq 1 \quad \dots\dots [A, B]$$

$$\textcircled{2} \quad 0 \leq K_1 \leq 1, \quad 0 \leq K_2 \leq 1 \quad \dots\dots [A]$$

$$\textcircled{3} \quad K_2 / \{\epsilon - (\epsilon - 1)K_2\} \leq K_1 \leq K_2 \quad \dots\dots [B]$$

$$\textcircled{4} \quad N_1 + \epsilon N_2 \leq (\pi - b) / z_1 \quad \dots\dots [A]$$

$$\textcircled{5} \quad N_1 \leq \frac{\delta_u}{1 + \delta_u} \cdot \frac{\pi - b}{z_1}, \quad N_2 \leq \frac{1}{1 + \delta_l} \cdot \frac{\pi - b}{z_2} \quad \dots [B]$$

2. w_1 , w_2 の選択条件

$$0 \leq w_1 \leq \frac{\{(\pi - b) / z_1 - (N_1 + \epsilon N_2)\}}{\{(\pi - b) / z_1 - \epsilon N_2\}} \quad \dots\dots [A]$$

$$1 - \left(1 + \frac{1}{\delta_l}\right) \frac{z_1 N_1}{\pi - b} \leq w_1 \leq 1 - \left(1 + \frac{1}{\delta_u}\right) \frac{z_1 N_1}{\pi - b} \quad \dots [B]$$

(w_2 を先にえらぶときは, (17), (29) 式を上のごときかわりに用いる).

最大すべり率の選択条件について第 2 図を参照す

第 2 図

る。各条件式は、 K_1 , K_2 をそれぞれ縦軸、横軸にとつた平面上の、同じ数字の曲線によつてあらわされる。すなわち、

① 式は各 α について $(0, 2\pi n/\varepsilon z_1 \tan \alpha)$ を通り、方向係数 $(-1/\varepsilon)$ の直線群、

② 式は K_1 , K_2 軸と、直線 $K_1=1$, $K_2=1$ でこまれた長方形内に K_1 , K_2 が存在することを示す。

③ 式は半月形 $OECO$ 内。

④ 式は各 α について、 $N_1=\{(\pi-b)/z_1\}-\varepsilon N_2$ として、歯厚かん数の表から適当な $K=K_2/\varepsilon$ に対する N_2 を求め、右辺を計算し、再び数表から $K=\varepsilon K_1$ を求めて K_1 を計算するか、または $\varepsilon N_2=\{(\pi-b)/z_1\}-N_1$ として、両辺について図式解法を行つて曲線群④をうる。

⑤ 式は各 α に対して K_1 , K_2 がきまるゆえ、図の直線群をうる。

ここで③を除いた①, ②, ④, ⑤の共通範囲は n の各値に対して第3図のごとくなる。

第 3 図

したがって設計の順序は

- (1) 適当なピッチ円脊隙の割合 b をえらぶ。
- (2) A 条件および要求される B 条件について、 K_1 - K_2 線図を描き、希望される n に対する K_1 , K_2 の範囲を求める。
- (3) その範囲内に適当な K_1 , K_2 をえらぶ。
- (4) α を計算する。
- (5) X_1 , X_2 ; N_1 , N_2 を計算する。
- (6) w_1 , w_2 の選択条件から、 w_1 (または w_2) の範囲の式を求め、これを決定する。
- (7) 各部の寸法を計算する。

5.2 ε のみ与えられる場合 ①と④, ⑤より z_1 を消去して、次の条件式を代りに用いる。

$$\textcircled{4}' \quad N_1 - \left(\frac{\pi-b}{\pi} \right) \frac{\tan \alpha}{2n} \varepsilon K_1 \\ \leq \varepsilon \left\{ \left(\frac{\pi-b}{\pi} \right) \frac{\tan \alpha}{2n} \cdot \frac{K_2}{\varepsilon} - N_2 \right\}$$

$$\textcircled{1}' \quad N_1 - \left(\frac{\pi-b}{\pi} \right) \frac{\delta_u}{1+\delta_u} \cdot \frac{\tan \alpha}{2n} \varepsilon K_1 \\ \leq \left(\frac{\pi-b}{\pi} \right) \frac{\delta_u}{1+\delta_u} \cdot \frac{\tan \alpha}{2n} K_2 \\ \textcircled{2}' \quad N_2 - \left(\frac{\pi-b}{\pi} \right) \frac{1}{1+\delta_l} \cdot \frac{\tan \alpha}{2n} \cdot \frac{K_2}{\varepsilon} \\ \leq \left(\frac{\pi-b}{\pi} \right) \frac{1}{1+\delta_l} \cdot \frac{\tan \alpha}{2n} \cdot K_1$$

3 式とも図式解法によつてといて、それぞれ等号に対する曲線群をうる (第4図)。これらと、②, ③の曲線とより K_1 , K_2 の範囲がきまる。その範囲内に、 α , K_1 , K_2 の三つを選定する。一般式 (1) 式より z_1 を計算する。 z_1 に端数がつくゆえ、これが整数になるように K_1 , K_2 等を幾分調整する。

第 4 図

以下前と同じように各かん数、各部の寸法を計算する。

6. 結 言

以上、一般方程式によるインボリュート平歯車の設計条件を求め、これらを一義的に K_1 - K_2 線図の上にあらわすことによつて、互に関連をもつた各性能値を、一つの線図で総合的に選定する方法を求めたことができた。このコースを通つて、更に種々の実用上の問題が解決されるであろうと思う。

本研究にあつて、終始、御指導、御鞭達をいただいた恩師成瀬先生に、心からなる感謝をささげる次第である。

注：—

- (1) 昭和 25 年 4 月 8 日 第 27 期定時総会において講演、原稿受付 昭和 25 年 6 月 21 日。
- (2) 正員、北海道炭礦汽船会社。
- (3) 成瀬、歯車、195 頁、224 頁。
- (4) (5) 原式では刻み p に対する比。
- (6) 原式では歯先円歯厚とピッチ円歯厚との比。
- (7) (8) 酒井、機械学会論文集、15 卷 51 号、72, 73 頁、同形の式がみちびかれている。
- (9) 成瀬、歯車、189 頁、222 頁。
- (10) 成瀬、歯車、189 頁。

- (11) 成瀬, ドイツ工業界の印象, 76 頁.
 (12) (13) 成瀬, 岩岡, 機械学会論文集, 2 巻 6 号, 86 頁.
 (14) 太田, 機械学会論文集, 12 巻 42 号, 217 頁,
 中田, 転位歯車, 87 頁.
 (15) 中田, 東京工大学報, No. 1, 41 頁 (1949).
 $K-II$ 歯車は $K_1=K_2$ の場合.

621. 923. 74

ラ ッ プ 仕 上 の 研 究⁽¹⁾佐々木 外喜雄⁽²⁾, 小倉 隆⁽³⁾, 太田 邦男⁽⁴⁾, 和久田 宏⁽⁵⁾

Research on the Lapping

by Tokio SASAKI, Takashi OGURA, Kunio ŌOTA and Hiroshi WAKUDA

The working conditions and efficiencies for machine lapping of end surface of hardened steel block, by using a lap-wheel made of cast iron, were investigated.

In order to get good lapping efficiency, it is recommendable to divide the lapping procedures into two stages, that are wet lapping with WA grains in the first stage and dry lapping with chromium-oxide in the second stage. Also, it is found that as the operating conditions, the work reciprocating speed of 1.8 m/mn, the lap-wheel speed of 70 m/mn and the lapping pressure of 1.6 kg/cm² are suitable.

1. 緒 言

本研究はブロックゲージの端面のような鋼片の長方形面を機械ラップ仕上によつて鏡面仕上する際における湿式法および乾式法の特徴をしらべ、両者を組み合わせた場合の作業能率について吟味したものである。ここに湿式ラップ仕上というのはと料と油をのり状に混合したものを多量に供給し、ラップと工作物の面の間に相当量のラップ剤が存在するごとくして加工するものであり、乾式ラップ仕上というのはラップ面よりラップ剤を十分にぬぐい去りラップ面に埋めこまれたと料粒子によつて乾燥に近い状態で加工するものであり、金属の摩耗とグリットの切削とが組み合わされた状態で仕上げるものである。

2. 実 験 方 法

実験装置としてはすでに発表したラッピング作業条件の研究⁽⁶⁾と全く同様で、試験片は軸受用クロム鋼でつくり熱処理したかたさは $R_c 59 \sim 63$ である。ラップ車および試験片の形状寸法は第 1 図のごとくである。本実験に用いたと料は WA 500 #, WA 1500 # および酸化クロムで、ラップ酸としては軽油を用いその混合率はいずれも 1 対 1 である。ラップ仕上の前加工面は研削仕上であるが、といしとしては WA 46 L, 60 M, 150 K 多孔性を用いた。ラップ仕上は第 1 図の

ごとく幅 13 mm, 長さ 25 mm の長方形仕上面を横軸のラップ車の面におしつけて行つた。実験にあつてはラップ車の周速度, 工作物往復速度, ラップ圧力

第 1 図

をかえたが、ラップ車の周速度の変化はこれを駆動する直流電動機の回転速度をかえることにより、往復送り行程 30 mm の手送りであたえ毎分往復回数をストップウォッチで測定した。ラップ圧力は工作物の取付台をあらかじめ検定したばねでおすことによつてあたえ、ばねの圧縮程度によりラップ圧力をかえた。なお仕上面の測定方法には日本光学工業製触針式仕上面検査機および中島式 NF 粗度計を用いた。