方向にまわる場合は (b) で、このときは II の部分で外接平歯車が成立し、I と III の部分でフェース・ギヤができる。しかしここでできるフェース・ギヤも歯形は内接かみ合歯車に似た形のものである。

オルダム継手の代りに用いる歯車、すなわち $\epsilon=1$ の場合の基円と接触

第 6 図

点軌跡の関係は第 6 図のようである。

$\epsilon=1,$
 $z_1=z_2=$
 24 および
 $\phi=1.5,$
 $z_1=16,$
 $z_2=24$ な

第 7 図

る歯車を実際に試作したのが第 7 図の写真である。

6. 結 論

きわめて接近して平行におかれた 2 軸間にアンニ

ラー車を用いない歯車装置で回転運動を伝達し、しかも必要に応じて回転速度比を自由にきめたいという所期の目的はインボリュート・フェース・ギヤによつて達することができた。

インボリュート・フェース・ギヤの歯切りは簡単で、ホブ盤によつても、あるいは場合によつてはフライス盤と成形刃物とによつてもできる。

歯の強さは同じピッチの普通の歯車よりはいくらか弱くなると思われる。

オルダム継手を高速度に回転させるときははげしい振動をおこすと考えられる。しかしインボリュート・フェース・ギヤではこの心配はほとんどない。だから軽荷重で高速度回転の軸に用いられてよいと思う。

本研究のために東北大学の成瀬政男教授の御指導を得たことを記し同教授に感謝の意を表する。研究費は文部省の科学研究費をもつて当てたことを附記する。

注：—

- (1) 昭和 24 年 11 月 13 日応用力学講演会において講演、原稿受付 昭和 24 年 12 月 15 日。
- (2) 正員、山形大学。
- (3) 保延、細田、渡辺、日立評論々文集、5 号、27 頁 (昭 24—7)。

ば ね 衝 撃 機⁽¹⁾

村 上 健 吉⁽²⁾

The Spring Mill

by Kenkichi MURAKAMI

Vibration problems of the spring mill discussed in my former paper for the first time may now be shown by graphical solution.

A stability problem will be soluble so easily by this method that it becomes more advantageous method from this viewpoint. The stability problem treated here is of the phase stability, only and others are not mentioned.

Consider a system having crank radius a , circular frequency of spring p and driven mass m . Let x be a displacement from neutral position of mass, and ω be an angular velocity of crank, then the equation of motion may be written as follows,

$$\ddot{x} + p^2 x = ap^2 \sin(\omega t + \epsilon) \quad \dots\dots\dots (1)$$

Change the variable x to Z , we put

$$x = Z - \frac{a}{u^2 - 1} \sin(\omega t + \epsilon) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\dot{x} = \dot{Z} - \frac{a\omega}{u^2 - 1} \cos(\omega t + \epsilon) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\ddot{Z} + p^2 Z = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{From (4) } z = A \sin(pt + \lambda) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$Y \equiv pZ = Ap \sin(pt + \lambda) \dots \dots \dots (6)$$

$$\dot{Z} = Ap \cos(pt + \lambda) \dots \dots \dots (7)$$

$$\therefore Y^2 + \dot{Z}^2 = A^2 p^2 \dots \dots \dots (8)$$

From (8), $[Y\dot{Z}]$ is shown as a circle of radius Ap .

Since the conditions

$$t=0: x=b (Y=Y_1), \dot{x}=v_1 (\dot{Z}=\dot{Z}_1)$$

$$t=t: x=b (Y=Y_2), \dot{x}=v_2 (\dot{Z}=\dot{Z}_2)$$

hold, we get

$$Y_1 = pb + \frac{ap}{u^2-1} \sin \epsilon \dots \dots \dots (9)$$

$$\dot{Z}_1 = v_1 + \frac{apu}{u^2-1} \cos \epsilon \dots \dots \dots (10)$$

$$Y_2 = pb + \frac{ap}{u^2-1} \sin(\omega t + \epsilon) \dots \dots \dots (11)$$

$$\dot{Z}_2 = v_2 + \frac{apu}{u^2-1} \cos(\omega t + \epsilon) \dots \dots \dots (12)$$

Graphical solution may be attained when we use the formulas (6)~(12), in which (9)~(12) serve as rebounding conditions of mass. Thus gained $[Y_2\dot{Z}_2]$ offers the use of value v_2 , and with the aid of

$$v_2 = -cv_1 \dots \dots \dots (13)$$

the initial condition of next cycle may be determined.

I am grateful to Mr. Watanae for his kind advice.

1. 緒 言

安定問題をわけると、3種類の異なつた意味のものがあることは既にのべたが、ここではそのうちの一つ相安定のみを論ずることをお断りしておく。すなわち、原動機側が一定回転数を維持し得るか否かという問題および数回のつき打を一組として大周期をもつようなタイプになるか否かの問題は、既に前の論文で明らかになつていたのでここではのべない。

2. 図 式 解 法

第1図に示すように半径 a のクランクでばね定数 k のばねを介してマス m を駆動する系を考える。

連接棒の長さを非常に長くと仮定し、中立位置からのマスの変位を x 、クランクの変位を x_1 とすれば、マスの運動方程式は

$$m\ddot{x} + k(x - x_1) = 0 \dots (1)$$

となる。マスの中立の位置から b の距離につき面を置くと、この運動方程式はマスがつき面を離れてから、次につき面をたたくまで成り立つ。

クランクの角速度を ω とすれば、

$$x_1 = a \sin(\omega t + \epsilon) \dots \dots (2)$$

第 1 図

これを (1) に代入すれば、

$$\ddot{x} + p^2 x = ap^2 \sin(\omega t + \epsilon) \dots \dots \dots (3)$$

ここで $k/m \equiv p^2$, p はばねの自然円振動数 (3) の解は、

$$x = A \sin(pt + \lambda) - \frac{a}{u^2-1} \sin(\omega t + \epsilon) \dots \dots \dots (4)$$

次に $x = Z - \xi \sin(\omega t + \epsilon)$ とおいて変数を x から Z に変換する。すると

$$\ddot{x} = \ddot{Z} + \xi \omega^2 \sin(\omega t + \epsilon) \text{ となるから、}$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} + p^2 x &= \ddot{Z} + pZ + \xi(\omega^2 - p^2) \sin(\omega t + \epsilon) \\ &= ap^2 \sin(\omega t + \epsilon) \end{aligned}$$

ここで $\xi(\omega^2 - p^2) \equiv ap^2$ とおくと、

$$\xi = \frac{ap^2}{\omega^2 - p^2} = \frac{a}{u^2 - 1} \dots \dots \dots (5)$$

ただし $\omega/p \equiv u$ とおいた。この ξ をつかうと、

$$x = Z - \frac{a}{u^2-1} \sin(\omega t + \epsilon) \dots \dots \dots (6)$$

$$\dot{x} = \dot{Z} - \frac{a\omega}{u^2-1} \cos(\omega t + \epsilon) \dots \dots \dots (7)$$

$$\ddot{Z} + p^2 Z = 0 \dots \dots \dots (8)$$

(4), (6) から Z を求めると、

$$Z = A \sin(pt + \lambda) \dots \dots \dots (9)$$

$$\dot{Z} = Ap \cos(pt + \lambda) \dots \dots \dots (10)$$

$pZ \equiv Y$ とおくと、(9) から

$$Y = Ap \sin(pt + \lambda) \dots \dots \dots (9)'$$

$$\therefore Y^2 + \dot{Z}^2 = A^2 p^2 \dots \dots \dots (11)$$

ゆえに $[Y\dot{Z}]$ は半径 Ap の円として表わされる。

$t=0$ につき面を離れるとすれば次の条件を満足せねばならぬ。

$t=0, x=b, \dot{x}=v_1$ これに相当する $Y_1, \dot{Z}_1$ を求めると、

$$Y_1 = pb + \frac{ap}{u^2 - 1} \sin \epsilon \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\dot{Z}_1 = v_1 + \frac{apu}{u^2 - 1} \cos \epsilon \quad \dots\dots\dots (13)$$

次に $t=t$ に再び つき面をたたくとすれば、

$$Y_2 = pb + \frac{ap}{u^2 - 1} \sin(\omega t + \epsilon) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\dot{Z}_2 = v_2 + \frac{apu}{u^2 - 1} \cos(\omega t + \epsilon) \quad \dots\dots\dots (15)$$

図式解法は (9)', (10), (11), (12)~(15) の式から位相面を使つて解くのである (第 2 図を参照)。ま

第 2 図

ず (12) 式をつかつて Y_1 の座標を決定する。それには、原点 O から Y 軸上に pb を取り、この点を O' とする。 O' を中心とし、半径 $ap/u^2 - 1$ の円を描き、また O' を通つて $\dot{Z}$ 軸と ϵ の角をなす直線を引き、その交点を B とする。すると B の Y 座標は Y_1 となる。次に O' を中心として半径 $apu/u^2 - 1$ の円を描き $O'B$ との交点を C とする。 C から Y 軸に平行線を引き、 $\dot{Z}$ に平行な直線 MB との交点を D とする。すると MD は C の $\dot{Z}$ 座標と等しくなるから、

$$MD = \frac{apu}{u^2 - 1} \cos \epsilon$$

MD の延長上に v_1 に等しく DE をとると、(13) より ME は $\dot{Z}_1$ になる。ゆえに E 点の座標は $[Y_1, \dot{Z}_1]$ となる。また (11) 式から $OE = Ap$ となり、以後任意時刻の $[Y, \dot{Z}]$ は O を中心とし、 OE を半径とする円が満足する。さて、ばね衝撃機のマスの位置 x 、速度 v の値が移り変るにつれて、それに相当する $Y, \dot{Z}$ の値はこの円の上を刻々移動するのである。マスが再びつき面をたたくときに、この円上の $[Y, \dot{Z}]$ の値はどうなるであろうか？

(9)' (10) を見ると、最初の値 $[Y_1, \dot{Z}_1]$ は $\dot{Z}$ 軸に対して λ の位相角にあり、それが円 O の周上を p の

角速度で回転しているので、時刻 $t_0, t_1, t_2, t_3, \dots$ に対して円周上その位置が決定される。同様にして (14) を考えると、この右辺は初位相角 ϵ 、角速度 ω で回転する円周上の点を表わすから、これも時刻 $t_0, t_1, t_2, t_3, \dots$ に対してその位置を円周上に目盛ることができる。今両円上の時刻 t_x が一致するように $\dot{Z}$ 軸に平行な直線 $M'F$ (円 O との交点 F) を引くと、その点の Y も一致するので、 F 点の Y の値は (14) 式を満足する。ゆえにこの点で再びマスがつき面をたたくのである。 $M'F$ の値は、その時の $\dot{Z}$ の値であるから F 点の座標は $[Y_2, \dot{Z}_2]$ となる。(15) を作図すると容易に v_2 が出、この v_2 と

$$v_2 = -Cv_1 \quad \dots\dots\dots (16)$$

とから次のサイクルの v_1 が求まる。これを繰り返して用いれば、マスの運動を次々に追跡することができるのである。

3. 安定問題の例

筆者の前の論文では、ばね衝撃機がうまくつき打を繰り返す必要条件を求めたが、これで求めた値が果して安定条件をも満たす十分なものか否かをしらべてみよう。既述のように他の二つの安定問題では安定であつたような次の例をとる。

$u=1.2 \quad a/b=7/10$ の場合

解析的に λ, ϵ を求めると $\lambda = -60^\circ, \epsilon = 118^\circ 50'$ となる。また実際の数値としてたとえば、 $p=2.5 \pi/\text{sec}$, $\omega=3 \pi/\text{sec}$, $a=7 \text{ cm}$, $b=10 \text{ cm}$ を与えると $A=-27.61 \text{ cm}$, $v_1=-36.1 \text{ cm/s}$, $v_2=180.6 \text{ cm/s}$ となる。

これを前節の方法で図式解法したのが第 3 図であつて、位相面では、1 サイクルの後全く始めと同じ位置にもどつてゐる。

第 3 図 始めの状態が $u=1.2, p=2.5 \pi$, $\omega=3 \pi$, $a=7 \text{ cm}$, $b=100 \text{ cm}$, $\epsilon=118^\circ 50'$, $\lambda=-60^\circ$ のとき

次に何かの かく乱 のため位相が狂つて

$$\lambda = -90^\circ, \quad \epsilon = 90^\circ$$

となつた場合を考える。これがもとにもどる傾向にあるか、ますますはずれる傾向にあるかをしらべてみた。これが第4図に示すものであつて、わずか3, 4回の

第4図 始めの状態が $u=1.2$, $p=2.5\pi$, $a=7$ cm, $b=10$ cm, $\varepsilon=90^\circ$, $\lambda=-90^\circ$ のとき

試みの結果、既に $[Y_1Z_1]$, $[Y_2Z_2]$ の値はそれぞれ特定の点(前の例の値)に極めて良く収束してしまふことがわかる。

安定時の v_1 , ε の値をそれぞれ $[v_1]_s$, $[\varepsilon]_s$ とし、各回のそれを $[v_1]_n$, $[\varepsilon]_n$ とすれば、その差は急激に収束して0に近づくものである。第4図で求めた結果を図示すれば第

第5図

第6図

5図、第6図のようになる。以上で図式法による安定判定法がわかつた。

4. 結 論

図式法の利点を挙げれば、

1) 反ばつ係数 C が一定でない時でも、 v_2 の値から次のサイクルの v_1 の値を求める方法さえ知れていれば、同じ手間で、同じように取り扱い得る。解析法をつかうと、 C が一定でない時、はなはだ複雑になつて手に負えない。

2) 始めどんな状態にあつても、容易にその後のマスの運動を追跡し得る。解析法では、毎回同一状態を繰り返すという特定の状態の時でなければ簡単でない。

3) クランクの角速度が一定でなくともよい。すなわち速度変動に応じて、時刻の刻み目を加減して入れればよい。ゆえにクランクの回転が0から次第に加速されるときでも忠実に追跡し得る。

強制振動を片側もしくは両側で拘束するという場合はかなりしばしばあることであつて、夜店で売つてゐるゴムバンドのついたゴムまりなど識らずにこれを応用している例である。また軌間を走る車両の横揺れ、自動車の伝導軸を結合するスプライン部のねじり振動などは、両側につき面のある場合であり、いずれも図式法をつかえば解き得る。最後にこの研究にあつて、種々御助言をたまわつた渡辺先生に厚く御礼申上ます。

注:—

- (1) 昭和22年6月22日 臨時総会講演会において講演、原稿受付 昭和24年3月30日。
- (2) 准員、東京大学第一工学部。
- (3) 村上、「振動」、2巻1号、1~4頁。