棒における横波の伝り速度について⁽¹⁾井 町 勇⁽²⁾

On the Velocities of Propagation of the Lateral Waves in Bars

by Isamu IMACHI

The calculated velocities of propagation of lateral waves in bars are discussed under each of the following assumptions :

- (1) referring to the ordinary beam theory, *i. e.* neglecting the shearing deformation, rotatory inertia, and all damping effects,
- (2) introducing the rotatory inertia only,
- (3) introducing the effective shearing deflection moreover,
- (3a) same as (3) but considering internal and external viscous resistances,
- (3b) same as (3) but considering external viscous resistances and internal solid frictions of the type of the constant logarithmic decrement,
- (4) as a pure shear bar.

棒のたわみが曲げとせん断との二つの自由度をも
と仮定し、更に内部粘性についてはひずみ速度比例
型と定対数減衰率型とのおのおのについて、振動方程

式、解、波動伝り速度を求め、それを他のより簡単な
仮定のもとに得られる解と比較した。

第 1 表 基礎運動方程式

仮 定	基 礎 運 動 方 程 式
(1) $G_e = \infty, \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) = 0$ $\xi = \eta = 0$	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b^2 \kappa^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0$
(2) $G_e = \infty$ $\xi = \eta = 0$	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \kappa^2 \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + b^2 \kappa^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0$
(3) $E/G_e = \mu$ $\xi = \eta = 0$	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \kappa^2 (1 + \mu) \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + b^2 \kappa^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\kappa^2}{b^2} \mu \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0$
(3a) $E/G_e = \mu$ ξ : ひずみ速度比例型 ⁽³⁾	$\left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\eta \frac{\partial}{\partial t} \right) \left\{ y - \kappa^2 (1 + \mu) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \kappa^2 \frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial x} \right\} = -b^2 \kappa^2 \left(1 + 2\xi \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right.$ $\left. \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\eta \frac{\partial}{\partial t} \right) y = \frac{b^2}{\mu} \left(1 + 2\xi \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial x} \right.$
(3b) $E/G_e = \mu$ ξ : 定対数減衰率型 ^{(3), (4)}	$\left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\eta \frac{\partial}{\partial t} \right) \left\{ y - \kappa^2 (1 + \mu) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \kappa^2 \frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial x} \right\} = -b^2 \kappa^2 \{ \sqrt{1 - (2\xi)^2} + i2\xi \} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right.$ $\left. \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\eta \frac{\partial}{\partial t} \right) y = \frac{b^2}{\mu} \{ \sqrt{1 - (2\xi)^2} + i2\xi \} \frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial x} \right.$
(4) $E = \infty$ $\xi = \eta = 0$	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - b_s^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$

第 2 表 解および諸特性の比較

仮 定	(1)	(2)	(3)	(3a)	(3b)	(4)
補助変数	ν	$\nu = 1/\text{sh } \theta \text{ ch } \theta$		$\nu = 1/\text{sh } \theta$		ν

ζ	0	0	0	$\nu\left(\eta\frac{\kappa}{b\nu}+\xi\frac{b\nu}{\kappa}\right)$	$\nu\left(\eta\frac{\kappa}{b\nu}+\xi\right)$	0
q	ν	ν	ν	$\nu\sqrt{1-\left(\xi\frac{b\nu}{\kappa}\right)^2}$	ν	ν
α_1	$\sqrt{\nu}$	$1/\text{sh } \theta$		$\sqrt{2+\text{ch } \theta}/\text{sh } \theta$		$\nu\sqrt{\mu^*}$
α_2	—	—	(ch $\theta < 2$) :	$\sqrt{2-\text{ch } \theta}/\text{sh } \theta$		—
α_2'	$\sqrt{\nu}$	$1/\text{ch } \theta$	(ch $\theta > 2$) :	$\sqrt{\text{ch } \theta - 2}/\text{sh } \theta$		—
$b_{1'}$	$\sqrt{\nu}$	$1/\text{ch } \theta$	$1/\sqrt{2+\text{ch } \theta}$	$\sqrt{1-\left(\xi\frac{b\nu}{\kappa}\right)^2}/\sqrt{2+\text{ch } \theta}$	(3) に同じ	$1/\sqrt{\mu^*}$
$b_{2'}$	—	—	$1/\sqrt{2-\text{ch } \theta}$	$\sqrt{1-\left(\xi\frac{b\nu}{\kappa}\right)^2}/\sqrt{2-\text{ch } \theta}$		—
b_{g1}	$2\sqrt{\nu}$	$\frac{\text{ch}^2 \theta + \text{sh}^2 \theta}{\text{ch}^3 \theta}$	$\frac{2 \text{ch } \theta \sqrt{2+\text{ch } \theta}}{\text{ch}^2 \theta + 4 \text{ch } \theta + 1}$	$\frac{2 \text{ch } \theta \sqrt{2+\text{ch } \theta}}{\text{ch}^2 \theta + 4 \text{ch } \theta + 1} \times \frac{1-2\left(\xi\frac{b\nu}{\kappa}\right)^2}{\sqrt{1-\left(\xi\frac{b\nu}{\kappa}\right)^2}}$	(3) に同じ	$1/\sqrt{\mu^*}$
b_{g2}	—	—	$\frac{2 \text{ch } \theta \sqrt{2-\text{ch } \theta}}{\text{ch}^2 \theta - 4 \text{ch } \theta + 1}$	$\frac{2 \text{ch } \theta \sqrt{2-\text{ch } \theta}}{\text{ch}^2 \theta - 4 \text{ch } \theta + 1} \times \frac{1-2\left(\xi\frac{b\nu}{\kappa}\right)^2}{\sqrt{1-\left(\xi\frac{b\nu}{\kappa}\right)^2}}$		—
b_{g1} の 変 化	$\infty (\nu=\infty)$ ↓ $0 (\nu=0)$	$1.00 (\nu=\infty)$ ↓ $1.086\left(\frac{1}{\nu}=0.865\right)$ ↓ $0 (\nu=0)$	$0.577 (\nu=\infty)$ ↓ $0.617\left(\frac{1}{\nu}=1.954\right)$ ↓ $0 (\nu=0)$	— ($\nu > 0.707\kappa/\xi b$) $0 (\nu = 0.707\kappa/\xi b)$ $b_{1\text{max}}$ (附図参照) $0 (\nu=0)$	(3) に同じ	0.577 — 定
b_{g2} の 変 化	—	—	$1.000 (\nu=\infty)$ ↓ $0 \left(\frac{1}{\nu}=\sqrt{3}\right)$ — ($0 < 1/\sqrt{3}$)	— ($\nu > 0.707\nu/\xi b$) $0 (\nu = 0.707\kappa/\xi b)$ $b_{2\text{max}}$ $0 (\nu = 1/\sqrt{3})$	(3) に同じ	—

第 1 図 $\text{sh } \theta$ に対する $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_2', b_{g1}, b_{g2}, db_{g1}/d\alpha_1, db_{g2}/d\alpha_2$
(点線は必ず速度比例型内部粘性ある場合)

第 2 表に対する説明.

$y = e^{i\alpha x'} \cdot e^{i\beta t'}$, ($x' = x/\kappa$, $t' = t\beta/\kappa$, $\beta = \sqrt{E/\rho}$) なる形の解を考えると α には α_1 および α_2 または α_1 および $i\alpha_2'$ なる 2 種類が存在する. 一般に

$$\alpha^4 - (1 + \mu)\alpha^2\beta^2 + (\mu\beta^2 - 1)\beta^2 = 0$$

また $p = i\zeta \pm q$ とおけば

単波速度は $\pm b \cdot b'$ で $b' = q/\alpha$

群速度は $\pm b \cdot b_g$ で $b_g = dq/d\alpha$, α_2' に相当する伝り速度は存在しない. 第 2 表では衝撃に重要でない外部粘性 η の項は省略してある.

仮定 (3), (3a), (3b) では便宜上 $\mu = 3$ として求めた結果である. 仮定 (4) では $\mu = \infty$ であるが, (3) と

同じせん断剛性を有する棒で, 曲げ変形のない場合を考えるものとして, 比較のため, 仮りに $\mu^* = 3$ として表示した.

以上の結果を図示すると第 1 図となる.

注:—

- (1) 昭和 23 年 10 月 機械學會名古屋地方講演會において講演, 原稿受付 昭和 24 年 6 月 27 日.
- (2) 正員, 名古屋大學工學部.
- (3) 便宜上, 線運動と回轉運動とに對する外部粘性係数を, また線ひずみとせん断ひずみとに對する内部粘性係数を, 同じ値で表わした.
- (4) この内部粘性の表示は遠藤氏, 機械學會誌, 6 卷 51 號 (昭 14—7) によつた. ただしなお論議の餘地がある.

片持はりの横振動による線材の弾性係数測定 (第 1 報⁽¹⁾, 第 2 報⁽²⁾)

村 松 篤 良⁽³⁾

Measurement of Young's Moduli of Drawn Metal Wires

by the Transverse Vibration of Cantilever (1st. & 2nd. Reports)

by Atuyosi MURAMATU

As the methods of measuring Young's Modulus E , ordinarily the so-called static measuring methods, for example, tension test or bending test is used. But in practice, the stresses applied to the materials which constitute machines or structures are scarcely pure static but nearly dynamical.

Then I devised and designed newly a measuring apparatus for E by the transverse vibration of cantilever, and made an experiment on several drawn metal wires at room temperature.

I observed the relation of E with the annealing temperatures, the carbon percentages and the diameters. Moreover, I compared the static tension test results with the newly devised dynamical test results.

1. 緒 言

機械あるいは構造物を設計するにあたっては, 使用する金属材料の物理的, 化学的および機械的性質を十分に知らなくてはならない. 機械的性質の中でもヤング係数の値を知ることは特に重要なことと思われる.

従来ヤング係数の測定法としては, 引張試験あるいは曲げ試験のいわゆる静的方法が盛んに行われてきたが, 実際問題として, 材料に加わる応力はほとんどすべての場合動的応力である. したがって最近では振動を応用したいろいろの測定法が行われるようになった. 殊に磁歪振動法は非常に多く用いられているがこれは試料が強磁性体であることが条件で, また測定がむづかしい難点がある.

そこで筆者は, 引拔線を片持はりとしてその固定部にクランク機構によって機械的に強制横振動を与え, 共鳴振動数からヤング係数を求める測定装置を考案

し, 設計製作した. この装置により二三の引拔線について実験したので, ここに報告する次第である.

2. 実 験 装 置

筆者が今回新しく設計した実験装置を第 1 図に示す

第 1 図