第 2 表に対する説明.

$y = e^{i\alpha x'} \cdot e^{i\beta t'}$, ($x' = x/\kappa$, $t' = t\beta/\kappa$, $\beta = \sqrt{E/\rho}$) なる形の解を考えると α には α_1 および α_2 または α_1 および $i\alpha_2'$ なる 2 種類が存在する. 一般に

$$\alpha^4 - (1 + \mu)\alpha^2\beta^2 + (\mu\beta^2 - 1)\beta^2 = 0$$

また $p = i\zeta \pm q$ とおけば

単波速度は $\pm b \cdot b'$ で $b' = q/\alpha$

群速度は $\pm b \cdot b_g$ で $b_g = dq/d\alpha$, α_2' に相当する伝り速度は存在しない. 第 2 表では衝撃に重要でない外部粘性 η の項は省略してある.

仮定 (3), (3a), (3b) では便宜上 $\mu = 3$ として求めた結果である. 仮定 (4) では $\mu = \infty$ であるが, (3) と

同じせん断剛性を有する棒で, 曲げ変形のない場合を考えるものとして, 比較のため, 仮りに $\mu^* = 3$ として表示した.

以上の結果を図示すると第 1 図となる.

注:—

(1) 昭和 23 年 10 月 機械學會名古屋地方講演會において講演, 原稿受付 昭和 24 年 6 月 27 日.

(2) 正員, 名古屋大學工學部.

(3) 便宜上, 線運動と回轉運動とに対する外部粘性係数を, また線ひずみとせん断ひずみとに対する内部粘性係数を, 同じ値で表わした.

(4) この内部粘性の表示は遠藤氏, 機械學會誌, 6 卷 51 號 (昭 14—7) によつた. ただしなお論議の餘地がある.

片持はりの横振動による線材の弾性係数測定 (第 1 報⁽¹⁾, 第 2 報⁽²⁾)

村 松 篤 良⁽³⁾

Measurement of Young's Moduli of Drawn Metal Wires

by the Transverse Vibration of Cantilever (1st. & 2nd. Reports)

by Atuyosi MURAMATU

As the methods of measuring Young's Modulus E , ordinarily the so-called static measuring methods, for example, tension test or bending test is used. But in practice, the stresses applied to the materials which constitute machines or structures are scarcely pure static but nearly dynamical.

Then I devised and designed newly a measuring apparatus for E by the transverse vibration of cantilever, and made an experiment on several drawn metal wires at room temperature.

I observed the relation of E with the annealing temperatures, the carbon percentages and the diameters. Moreover, I compared the static tension test results with the newly devised dynamical test results.

1. 緒 言

機械あるいは構造物を設計するにあたっては, 使用する金属材料の物理的, 化学的および機械的性質を十分に知らなくてはならない. 機械的性質の中でもヤング係数の値を知ることは特に重要なことと思われる.

従来ヤング係数の測定法としては, 引張試験あるいは曲げ試験のいわゆる静的方法が盛んに行われてきたが, 実際問題として, 材料に加わる応力はほとんどすべての場合動的応力である. したがって最近では振動を応用したいろいろの測定法が行われるようになった. 殊に磁歪振動法は非常に多く用いられているがこれは試料が強磁性体であることが条件で, また測定がむづかしい難点がある.

そこで筆者は, 引拔線を片持はりとしてその固定部にクランク機構によって機械的に強制横振動を与え, 共鳴振動数からヤング係数を求める測定装置を考案

し, 設計製作した. この装置により二三の引拔線について実験したので, ここに報告する次第である.

2. 実 験 装 置

筆者が今回新しく設計した実験装置を第 1 図に示す

第 1 図

試料の一端を4個のビスで固定する加振動部の他端にクランク機構で強制横振動を与える。偏心板は2個のビスで主動車に固定されるがこのとき偏心板の位置は主動車軸の中心に対して0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 mmの6種類に偏心できるように分類され、各偏心距離の1/3が試料に加わる強制振幅となるように加振動部ささえピンの位置を設計した。またこのピンの位置は加振動部の衝撃中心になっていて、したがって試料の振動中に余分の振動が加わらない。電動機より1個のプーリーを通して主動車を回転させれば、偏心板によって加振動部が振動し、試料は強制横振動を行う。主動車軸端において回転計によって振動数を測定することができる。

3. E の 計 算 式

片持はりの横振動において共鳴振動数を与える式を作るとき次の仮定を設ける。

- (1) 振動は棒の一つの主曲げ面内に起る。
 - (2) 棒の断面寸法は長さと比較して微小である。
- すると第1次共鳴振動を行うとき

$$n = \frac{(1.8751)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EIg}{Ar}}$$

第2次共鳴振動を行うとき

$$n = \frac{(4.6941)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EIg}{Ar}}$$

ただし n = 毎秒振動数

E = ヤング係数 kg/mm^2

l = 試料の長さ mm

γ = 試料の単位体積重量 kg/mm^3

A = 試料の断面積 mm^2

I = 試料の断面二次モーメント mm^4

$g = 9798.01 \text{ mm/s}^2$

したがって共鳴振動数 n を知れば E を求めることができる。共鳴点は肉眼観測によって行う。振動数を次第に増加して行くと、試料ははじめ不斉一な振動形式を示すが、振動数の増加と共に次第に斉一になり、振動数がある点に達すると先端の振幅は最大になる。このときが第1次共鳴振動である。更に振動数を増加すれば、階段的に第2次振動に移り節点は次第に自由端に向かって移動する。しかしてある点で節点すなわち試料の影像の交わる点が一点になって先端の振幅は第2次振動で最大になる。このときが第2次共鳴振動で、続いて試料は第3次振動に移行する。以上の現象は振動数を除々に減少して行くときにも明りょうに見られる。したがって今述べた第1次共鳴振動および第2次共鳴振動の各振動数を2の方法で測定すれば、 n の値を知ることができる。

4. 試 料

試料としては最初市販の炭素鋼引拔線を使用して実験を進めた。その後になって、東京製鋼会社より、等しい成分のもので直径がいろいろ異なるもの数種の提供にあずかったので、系統的に実験を行った。実験に供した試料を第1表に示す。

第 1 表

試料番号	炭素含有量 %	そ の 他	直 径 mm
1	0.07	0.2 % Cu	3.2, 4.0
2	0.06	0.3 % Mn	5.0
3	0.3		4.5
4	0.7		2.0
5	0.8		2.0
6	0.61~0.63 % C 0.26~0.35 % Si 0.031~0.046 % S Ni 痕 跡 直 径 mm 1.0, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5	0.45~0.54 % Mn 0.031~0.036 % P 0.17~0.27 % Cu Cr 痕 跡	

試料番号の1は200, 250, 300, 350, 400, 500, 600の各温度で15分低温焼なましの試料、および920°Cで20分真空焼なましの試料を用いた。試料番号の2および3は、200, 300, 400, 500, 600の各温度で15分低温焼なましの試料、および920°Cで20分真空焼なましの試料を用いた。また試料番号の4は100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500の各温度で10分低温焼なましした試料、および900°Cで30分真空焼なましを行った試料を用いた。なお上記の各低温焼なましは硝酸ソーダおよび硝酸カリを焼なまし材として用いた電流直熱式塩浴炉によって行い、900°Cあるいは920°Cにおいては 10^{-2} mm in Hg 程度の真空中で完全焼なましを行った⁽⁴⁾。

試料番号の5および6については、100°Cより50°Cおきに700°Cまでの各温度で15分低温焼なましを行ったもの、および 10^{-2} mm in Hg 程度の真空中で950°Cにて60分真空焼なましを行ったものを試料として用いた。試料番号5および6の試料の低温焼なましに用いた焼なまし材を各温度について示すと第2表のごとくである⁽⁶⁾。

第 2 表

焼なまし温度 °C	焼 な ま し 材
100	水
150~300	(Bi 8 Sn 36 Pb 32) 合金
350~700	Pb

これらの熱処理操作において通常の円筒型抵抗電気炉を用いなかったのは、試料の表面に酸化被膜が生ずるのを避けるためであったがその目的は十分に達せられた。

試料は最初 300~450 mm の長さに切断して熱処理操作を行い、のち 200~400 mm の長さに切断して断面を軸線に垂直になるように仕上げ、第 1 次振動の測定には 200~300 mm、第 2 次振動の測定には 300~400 mm のものを用いた。かつ直径の大なるものは長さを大にし、小なるものは小にして共鳴振動数の測定を容易にした。

なお比重の測定はすべて化学天びんにて比重びんを用い振動法によって行い、2~3 回の値の平均をとってその試料の比重とした。

5. 実 験 結 果

(1) 静引張試験との比較 横振動法による E の測定値と静引張試験より求められる E の値とを比較した一例を第 2 図に示す。

第 2 図

静引張試験はアムスラー万能試験機を用い、マルテンス鏡装置を使用して測定を行った。すなわち段階的荷重によって、試料の全延伸、残留延伸、弾性的延伸および段階的荷重に対する弾性的延伸をそれぞれ測定し、弾性限度は 0.03 % の永久伸びを生ずるところとした。

試料の標点距離は 150 mm で、初荷重は 20 kg、荷重は 50 kg ごとに变化させて各荷重に対する伸びを求めた。使用した鏡装置のひし形金物の対角線の長さは 4.00 mm、鏡と尺度との距離は 1 000 mm で、また試験材は容量を 1 ton として使用した。

図は試料番号 1 の直径 3.2 mm および試料番号 3 についての結果である。各焼なまし温度について、 E の値はいずれも静引張試験の方が横振動法による値よりも大きくてその差は最大 5 % であった。これは横振動法による場合に試料に加わる応力がより大きいため

と考えられる。

(2) 第 1 次および第 2 次共鳴振動による比較

第 3 図は第 1 次共鳴振動から得られる E と、第 2 次

第 3 図

共鳴共振動から得られる E とを比較した一例で、試料番号 6 の線径 1.0 mm (実測径 0.994 mm) についての結果である。各焼なまし温度についていずれも第 1 次共鳴共振動から得られる E の方がわずかに大きく出る傾向が見られる。その差は最大 3 % であった。この結果は、第 2 次共鳴共振動のときに、試料に加わる応力が第 1 次の場合よりも大きいためであると思われる。

(3) 低温焼なましによる変化 低温焼なまし温度をいろいろに変化させた場合、 E がどのように変わるかを調べた。第 4 図はその一例で、試料番号 6 の線径

第 4 図

2.5 mm (実測径 2.53 mm) および線径 1.8 mm (実測径 1.80 mm) の場合を示す。焼なまし温度が高くなるにつれて、 E の値もまた多少増加する傾向が見られる。

(4) 炭素含有量による変化 炭素含有量が異なる場合に、 E の値がどのような影響を受けるかを第 5 図に示す。図は試料番号 5 および 6 の線径 2.00 mm のものを使用した実験例である。低温焼なましを行って各温度の場合について測定した結果、炭素含有量が多い方が極くわずかに小さい値を示した。

第 5 図

(5) 直径との関係

等しい成分の試料で直径が異なるものを数種取り上げ、各低温焼なまし温度についてそれぞれ E の値を測定した結果の一例を第 6 図に示す。直径が大きくなるに従って E の値もまた減少して行く

第 6 図

ことがわかった。しかしその間に明瞭な関係は認められなかった。図示の曲線は、試料番号 6 について行った実験の中、200°C 15 分、350°C 15 分および加工のま

まのものについての例である。150°C、250°C、300°C については 200°C の曲線と類似の曲線が得られ、その他の場合はすべて、350°C あるいは加工のままの試料についての曲線に類似する曲線が得られた。

6. 結 語

従来、金属材料ことに引抜線のヤング係数測定の方法として種々の方法が用いられているが、最近では振動法が多く採用されている。しかしながら筆者が今回設計したような、試料に機械的に強制横振動を与える方法は余り見られない。筆者のこの装置はまだいろいろ改良すべき点も多いのであるが、検討の結果、わずかの注意を払えばかなり正確にヤング係数を測ることができるのがわかった。

静的方法によつて得られる値が、横振動法によって得られる値よりも高く出ること、また第 2 次共鳴振動から求められる値が、第 1 次共鳴振動から出る値よりも小さいことは、なお検討を要する問題であろうが、今回はふれずにおき、機会を得て改めて検討したいと思う。

終りに臨み、御閲読を賜わった津村利光教授ならびに実験試料を御提供下さった東京製鋼会社に対し感謝の意を表する。

注：—

- (1) 昭和 23 年 4 月 1 日 機械學會講演會において講演。
- (2) 昭和 24 年 4 月 4 日 機械學會講演會において講演、原稿受付昭和 24 年 6 月 14 日。
- (3) 正員、東京工業大學。
- (4) 第 1 報において發表。
- (5) 第 2 報において發表。

中心部を弾性固定せる円板の振動⁽¹⁾

高橋 利 衛⁽²⁾ 村上 治 明⁽³⁾ 山 内 哲⁽⁴⁾

On the Vibration of Circular Disc Supported Elastically at its Central Part

by Tosie TAKAHASHI, Tetu YAMANOUTI and Haruaki MURAKAMI

The authors deal analytically and experimentally with the vibration of circular disc supported by an elastic body at its central part. The equation of motion for the central part may be $N\nabla^4 w + kw + \rho \partial^2 w / \partial t^2 = 0$, and for the free part, $N\nabla^4 w + \rho \partial^2 w / \partial t^2 = 0$, where N denotes the flexural rigidity of plate, while ρ and k represent the density and spring constant respectively, and w is the deflection of plate. Applying appropriate boundary conditions, the frequency equation was determined. The influence of several factors on the natural frequency was made clear numerically, and verified by a model experiment.