5. 結 語

均等分布の繰返し応力による耐久限度の条件を仮定して、これから各種の耐久限度線図を求めてみたが、これらは皆実験ときわめてよく一致する。このことから、ここに仮定した耐久限度の条件は正しいものとみてよいであろう。また応力分布が均等でない場合に、分布状態が耐久限度に及ぼす影響は、ここでは静応力による破損の場合と同様に考えたのであるが、この考え方も正しいとみてよいであろう。

要するに材料について決まっている値 m がわかれば、これを用いて各種の疲れ耐久線図が作れることになるのである。

第1報に述べたように、静応力による破損には二重性がある、2種類の条件の両方を満たさなければならない。その高い方の条件で破損が決まるのであるが、ある応力状態では一方の方が高く、またある応力状態では他の方が高いというようになる。断定を下すにはまだ今後の研究にまたなければならないが、耐久限度

についても同様に二重性があるらしい。ねじりや曲げによる耐久限度はこの一方の方であり、引張圧縮の耐久限度はこれとは別種のもののようなのである。しかし均等な応力分布のときには、 m の値が違ふのは当然であるが、どちらも(1)の形の条件に従うようである。

一方の破壊点については、応力分布の影響はここに述べたような考え方でよいと思う。他の方は応力分布の影響がどうなるかまだよくはわかっていない。

注：—

(1) 1950 定時總會講演會において講演、

原稿受付 昭和25年4月27日。

(2) 正員、東京大學工學部。

(3) 機械學會論文集、7巻29號(1941)。

(4) 學術振興會編、金屬材料 1, p. 481。

(5) 機械學會論文集、5巻18號(1939)。

(6) 機械學會誌、53巻374號(1950)、39巻227號(1936)、機械學會論文集、2巻6號(1936)。

(7) 機械學會論文集、7巻28號(1941)。

(8) 機械學會誌、53巻374號(1950)。

539.431.014.1

疲 れ 耐 久 限 度 の 法 則

第3報 応 力 と 疲 れ⁽¹⁾

中西 不二夫⁽²⁾

Law of Fatigue Limit

Part III. Fatigue under Non-uniform Stresses

by Fujio NAKANISHI

Fatigued region in mild steel can be detected by etching. The data of the depth of etched layers of round bars fatigued under cyclic torsion and rotating bending were examined.

The conclusions are that the degree of fatigue of a point cannot be determined by the stress at that point only, but it is determined by a mean value of the stress in a certain region around that point, the area of the region being a constant for the material. When the fatigue is a function of radius only as in cases of torsion and rotating bending, a certain length along the radius may be taken instead of the area.

疲れ破壊は材料が繰返し応力によって漸次疲労してくるとともに強度が減ってきて、終にそこに働いている応力に耐えられなくなって破壊するものである。応力が大きければ疲れは小さくても破壊するし、また応力が小さければ疲れがかなり進まなければ破壊にならないのであって、疲れと破壊とは分けて考えるべきものと思う。

第1報⁽³⁾、第2報⁽³⁾では、疲れは飽和した状態では繰返しせん断応力に比例するものとし、破壊は垂直引張応力によって起るものと仮定すると実験とかなり

よく合うことを述べた。特に応力分布が均等な場合、すなわち静的引張りまたは圧縮と繰返し引張圧縮との組合せ応力の場合には、この理論と実験とは完全に一致する。

応力分布が均等でない場合の破壊は、静的応力による破壊の研究結果⁽⁴⁾からみて、繰返し応力の場合にも同様に、破壊面全体の応力のある平均値が一定値すなわち均等分布の破壊応力に達したところで破壊が起るものと考えてよいであろう。問題はこの場合の疲れである。これを検討してみようと思う。

繰返しねじりによる疲れ

材料の疲れを検出するには X 線による方法、かたさの変化を調べる方法などいろいろな方法が考えられるが、最も簡単なのは腐食による方法であろう。もっともこれは炭素含有量の少い鋼に限られるが、こういう材料では Fry の試薬を用いて容易に疲れ部分を検出することができる。私のところでもこの方法で応力と疲れとの関係を調べているが、実験としては既に古く西原氏⁽⁵⁾のものがあるので、ここではまず同氏の実験結果について調べてみることにする。

第 1 図

第 1 図はスウェーデン鋼の直径 12 mm の丸棒に繰返しねじりをかけたときの結果である。横軸には外縁部の受けた応力 τ_w を、縦軸にはそれぞれの τ_w を受けたときの疲れ層の深さ t と半径 a との比を採っている。疲れ限度以上の応力を受けた場合を見ると、大体 $4.5 \sim 5.0 \text{ kg/mm}^2$ の応力を受けた部分まで疲れ層の深さがおよんでいる。そこで 4.5 および 5.0 kg/mm^2 の応力を受ける点の深さを図に描いてみると第 1 図中の曲線のようになる。これをみてわかることは外縁部が $10 \sim 12 \text{ kg/mm}^2$ くらいの応力を受けたときには $4.5 \sim 5.0 \text{ kg/mm}^2$ の応力の点まで疲労しているのに対して、外縁部が 7 kg/mm^2 くらいの応力を受けているときには、繰返し数はこの方が多いにもかかわらず、全々疲労していないということである。このことはある局部の疲れはその局部に働いている応力だけで決まるものではないことを示している。

静応力による軟鋼の降伏については既に研究が進んでいて、降伏はある局部の応力が一定値に達したところで起るものではなく、断面全体の応力のある平均値が一定値に達したところで起ることがわかっている。疲れもこれと似ているのではないだろうか。すなわち応力のある平均値で疲れが決まるのではないだろうか。

ただ違うのはひずみである。静応力による降伏の場

合には塑性ひずみが非常に大きいので断面全体の問題になる。これに対して疲れの場合には塑性ひずみは非常に小さく、両振りの場合には巨視的にみれば塑性ひずみは 0 である。しかし結晶に破損が生ずるのであるから微視的には塑性ひずみがあるはずであって、その塑性ひずみを生ずるについては周囲の影響を受けているはずである。ただひずみが小さいので断面全体の問題というほどではなく、おそらく近くでは影響が強く離れるにしたがって弱くなり、事実上影響はある範囲に止まるであろう。

そこで、ここでは簡単にある範囲までは完全に影響を受け、そこから先は全く影響を受けないものと仮定してみよう。すなわち、ある点の疲労度はその点のまわりのある範囲内の応力の平均値によって決まるものと考えるのである。この平均値もただの平均値ではなく、静応力による降伏の場合を考えれば、それと同様に、荷重に対する効き方に比例した重さを附けた附重平均値を採るべきであろう。

影響範囲としては、ここに考えている丸棒のねじりのように応力が軸からの距離 r だけのかん数である場合には、 r のある幅すなわち半径に沿ってのある距離 l を採ればよいであろう。

影響範囲を l として、外縁部が τ_w の繰返し応力を受けているとき、軸から r の距離にある点の疲労を決定する応力平均値 $\tau(l)$ は、荷重に対する効き方を考えて r の重さを附ければ、

$r < a - l$ では

$$\tau(l) = \frac{\iint \tau r dr dS}{\iint r dr dS} = \frac{\int_{r-l}^{r+l} \tau r^2 dr}{\int_{r-l}^{r+l} r^2 dr}$$

$$= \frac{r \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{l^2}{a^2} \right)}{\frac{r^2}{a^2} + \frac{1}{3} \frac{l^2}{a^2}} \tau_w \quad (1)$$

$a - l < r < a$ では

$$\tau(l) = \frac{\int_{r-l}^a \tau r^2 dr}{\int_{r-l}^a r^2 dr} = \frac{3}{4} \frac{1 - \left(\frac{r-l}{a} \right)^4}{1 - \left(\frac{r-l}{a} \right)^3} \tau_w \quad (2)$$

一例として $l = 0.3 a$ の場合の $\tau(l)$ を図示すれば第 2 図の T の曲線になる。外縁部では τ_w の応力を受けているが、その部分の疲労度は τ_w の均等応力を受けているときより小さく、 $\tau(l)_{r=a}$ の均等応力を受けているときに等しいであろう。内部では図にみるように同じ値の均等応力を受けているときよりも疲労度は大きい。

第 2 図

応力と疲れとの関係がこのようになるものとして第1図の実験結果を再検討してみよう。腐食によって検出できる程度に疲れを起す均等応力の限界値を τ_f とし、

$$l = 2.1 \text{ mm}, \quad \frac{l}{a} = 0.35,$$

$$\tau_f = 6.5 \text{ kg/mm}^2,$$

とすれば、 τ_w と疲れ層の深さ l との関係は第3図にみるようになって、理論と実験とはきわめてよく一致する。

第 3 図

第 4 図

回転曲げによる疲れ

回転曲げに対しては応力の平均値をどう採ったらいである。各部分が軸からの距離に比例する繰返し応力を受けるとい点では、ねじりの場合と同様である。しかしある瞬間の応力状態を考えれば、ねじりでは r に比例しているのに対して回転曲げでは中立軸からの距離に比例して決まって同じではない。応力平均値の採り方も回転曲げとねじりとでは違った採り方をしなければならないであろう。

回転曲げはまた丸棒の繰返し曲げとも違う。これらはある瞬間の応力状態は同じであっても、各部の受ける応力状態も、したがって疲れ状態も全く違うからである。

応力平均をどう採るかという点では、回転曲げは丸棒の繰返し曲げと繰返しねじりとの中間であって、長方形断面の棒の繰返し曲げと同じなのではないかと思う。

疲れ限度は丸棒の繰返し曲げは幾らか強く、長方形棒の繰返し曲げと丸棒の回転曲げとはだいたい等しいようである。ここでは疲れと破壊とは分けて考えているが破壊の条件はこれらの三つの場合については同じである。したがって長方形棒の繰返し曲げと丸棒の回転曲げと疲れ限度が等しいとすれば、これは外縁部の疲れが等しいということであって、疲れを決定する応力平均値の採り方はこの両者について同じであろうということと一致する。

長方形棒の繰返し曲げについては応力平均値は、長方形の高さを $2a$, y を中立軸からの距離として

$y < a-l$ では

$$\sigma(l) = \frac{\int_{y-l}^{y+l} \sigma y dy}{\int_{y-l}^{y+l} y dy} = \left\{ \frac{y}{a} + \frac{1}{3} \left(\frac{l}{a} \right)^2 \frac{a}{y} \right\} \sigma_{wb}. \quad (3)$$

$a-l < y < a$ では

$$\sigma(l) = \frac{\int_{y-l}^a \sigma y dy}{\int_{y-l}^a y dy} = \frac{2}{3} \frac{1 - \left(\frac{y-l}{a} \right)^3}{1 - \left(\frac{y-l}{a} \right)^2} \sigma_{wb}. \quad (4)$$

丸棒の回転曲げは長方形棒の繰返し曲げと同様であるとすれば

$r < a-l$,

$$\sigma(l) = \left\{ \frac{r}{a} + \frac{1}{3} \left(\frac{l}{a} \right)^3 \frac{a}{r} \right\} \sigma_{wb}, \quad \dots \dots \dots (3)'$$

$a-l < r < a$,

$$\sigma(l) = \frac{2}{3} \frac{1 - \left(\frac{r-l}{a} \right)^3}{1 - \left(\frac{r-l}{a} \right)^2} \sigma_{wb}. \quad \dots \dots \dots (4)'$$

第2図の曲線 B は $l=0.3a$ の場合の応力平均値を
図示したものである。

西原氏の報告には同じ材料で回転曲げの実験を行っ
た結果も出ている。この実験は直径 10 mm の試験片
についてであるから、前の繰返しねじりの場合からみ
て

$$l = 2.1 \text{ mm}, \quad \frac{l}{a} = 0.42$$

$$\sigma_f = 13.0 \text{ kg/mm}^2$$

となるはずである。この値を用いて描いた外縁の応力
 σ_{10} と疲れの深さ t との関係は第4図のようになる。
実験結果と比較するとだいたい合うが、しかしあまり
よく合うとは言えない。

第 5 図

第 6 図

試みに l の範囲内に重さを附けないただの平均値を
採って図を描いてみると、第6図のようになってこの
実験とはよく一致する。また同様に ねじり について
ただの平均値を採って図を描いてみると第5図のよう
になって、これもだいたい合っている。この実験から
みるとただの平均値を採る方がよさそうに見える。附
重平均値を採るべきか、ただの平均値を採るべきかは
今後更に研究してみないと断定は下し難い。

しかし静応力の場合には軟鋼の降伏でも、鋳鉄の破
壊でもいつも附重平均値を採るべきことが明瞭にわか
っている。疲れの場合にも、これと同様に、附重平均

第 7 図

値であろうと今のところ私は考えている。

横堀氏は他の目的で回転曲げによる疲れの検出を行
っていたので⁽⁴⁾、特に頼んで疲れ限度以下の実験を追
加してもらった。第7図はその結果である。このうち
 P 点は確実度の高い点である。それは十分飽和した
と思われる場合の9個の点の平均であり、しかもその
一つ一つの差異が小さいからである。そこで点 P を
通るように附重平均値を採って理論曲線を引いてみた
が、

$$l = 1.35 \text{ mm}, \quad \frac{l}{a} = 0.27 a,$$

$$\sigma_f = 24.3 \text{ kg/mm}^2,$$

とすれば、この場合には図にみるように実験とよく一
致する。

結 言

以上述べたことから、ある点の疲れはその点に働い
ている応力だけで決まるものではなく、その点のまわ
りのある範囲の応力の平均値で決まることがわかつた。
その平均値がただの平均値であるか附重平均値で
あるかはまだ断定を下し難いが、静的応力による破
損および破壊から考えて附重平均値であろうと思っ
ている。

影響範囲についてはここに述べた場合のように応力
が軸からの距離 r だけの かん数 である場合には、 r
のある幅すなわち半径に沿ってのある距離 l を影響範
囲と認めてよいであろう。

こういう影響範囲があるということから寸法効果が
出てくると思う。

2次元、3次元の場合にこの影響範囲がどうなるか
これが今後の研究問題であるが、これがわかれば切欠
き効果の計算ができるようになるであろう。

注：—

- (1) 昭和25年10月25日 日本応用力学会・日本機械学会連合應力
講演会において講演、原稿受付 昭和25年11月14日。
- (2) 正員、東京大学工学部。
- (3) 本誌104ページ および110ページ
- (4) 機械学会誌、53巻374号(1950)、その他会誌および論文集。
- (5) 機械学会論文集、5巻20号(1939)。
- (6) 昭和25年4月第27期定時總會講演会において発表、未印刷。