第 7 図 固体粘性係数

体粘性係数は極大極小の点をもち3本とも大体同一温度で起っていることは興味がある。

第 8 図は実際に記録された振動曲線の一例で、No. 301 焼なまし材で 750°C におけるものである。

対数減衰率は焼なまし後の場合常温では 10^{-4} のけたであって、筆者等の場合試片両端に接続する部分が弾性体であることの影響を考えにいれると、今の場合のように 20 サイクル程度の低い振動数では更に小さい値をもつものとみられる。

対数減衰率の計算において、平均二乗誤差は常温で

第 8 図 記録波形の一例

No. 301 750°C

は 1% 程度であるが、900°C では 10% をこえるものもあり明らかに振幅によって変化することを示している。図は応力値で 0.5 kg/mm² 以下、記録紙上の複振幅で 10 mm 以下の部分について計算された減衰率である。

5. 結 び

各種材料の高温における以上のような動的性質をひろく調査することの意義は少くないと考える。試料は石川島重工業より供されたのでここに謝意を表する。

注：一

- (1) 昭和 23 年 11 月 14 日 応用力学講演会において講演したものと
昭和 24 年 11 月 13 日 応用力学講演会において講演したものと
をまとめたもの、原稿受付 昭和 25 年 4 月 17 日。
- (2) 正員、東京工業大学。
- (3) 准員、同上。

539.533 : 620.178.15.2

押込かたさにおける相似則について⁽¹⁾

浅野友一⁽²⁾ 町田周郎⁽³⁾

Principle of Similarity applied to Indentation Hardness

by Tomokazu ASANO and Shūrō MACHIDA

In this report, we offered a new definition of hardness and named instantaneous energy hardness.

Then, it was noted that the well-known Meyer's hardness is the same in number as the instantaneous energy hardness.

The general relation of the law of similarity, which must exist in the measurement of energy hardness, was discussed, being proved by experiments.

It was shown that Dr. Honda's constants "a" and "k" are not only due to the property of material, but they are inversely and directly proportional to the radius of ball respectively.

When a cone-penetrator is used, a parabolic relation exists between the applied load P and the indented depth h , which may be written $P = kh^2$.

As far as the vertex angle θ of the cone penetrator remains constant, the absorbed energy K per unit volume of indentation also remains constant.

It is written $K = a + b \cot^2 \frac{\theta}{2}$, where a and b are constants which depend only on the property of material.

1. 緒言

押込かたさの場合, 単位体積あたりの変形エネルギー量 W/V (W は仕事量, V は変形体積) をもってかたさの一定義とすることは周知の通りであるが, 本報では圧子を任意の深さ h まで押し込んだ時において, 更に微小体積 dV だけ圧子を押し込むのに要する微小エネルギーを dW とするとき, dW/dV もまた一種のエネルギーかたさを示すものであることを述べこれを瞬間エネルギーかたさと命名した. 更に従来物理的意義があまり明らかでなかったマイヤーかたさが瞬間エネルギーかたさとその数値が一致し重要な意義を有することを指摘した. 次にかたさにおける相似則がエネルギーかたさの場合にも成立することを述べ, 実験結果により立証した. また円すい形圧子を用いた本報の実験結果から荷重とくぼみの深さとの関係を求め前記瞬間エネルギーかたさの理論を進め, 押込かたさにおける圧子頂角並びに材質自身の性質がかたさに及ぼす影響について考察した.

2. 平均エネルギーかたさと瞬間エネルギーかたさ

平滑にみかいた試験片に剛球を押し込んだ場合荷重を加えている時のくぼみの深さと荷重との関係については既に本多⁽⁴⁾, 高橋⁽⁴⁾, 松村⁽⁵⁾, 諸氏の研究がありいずれもこれら両者の間には相等広範囲にわたって放物線的関係の存在することが確かめられている. 本多博士は両者の関係を次式のごとき簡単な形で与えた.

$$P = k \cdot h(1 + ah) \quad (1)$$

ここに P は加えた荷重, h は荷重を加えつつ測定したくぼみの深さ, k および a は材質に基づく定数. しかして本多博士はこの際任意の深さ h まで剛球を押し込むに要する仕事量 W をその時のくぼみの体積 V で除した商, すなわち単位体積の変形を生ずるに要する仕事量をもってその金属のかたさと定義し次式で示している.

$$H_V = \frac{W}{V} = \frac{k(3+2ah)}{\pi(6R-2h)} \quad (2)$$

ここに R は剛球の半径.

次にマイヤーは計算を簡単にする目的でくぼみ円の直径を直径とする円面積に対する平均荷重

$$H_M = 4P/\pi d^2 \quad (d \text{ はくぼみ円の直径})$$

なる式をマイヤーかたさ数として提案している⁽⁶⁾.

さて本多博士のエネルギーかたさ数は材質の変形に要した全体のエネルギーをその場合の総変形体積をもって除した値である. 換言すれば単位体積あたりの変形に要した平均エネルギーを表わしているのであるが, 本報においてはこれに対して試片のくぼみの深さ h の

時, 圧子を更に微小体積 dV だけ押し込むのに必要な微小エネルギーを dW とするとき dW/dV をもって一つのかたさの定め方とした.

このような dW/dV はその深さの瞬間に更に単位体積あたりの変形を与えるのに必要なエネルギーに等しくこれもまた一種のエネルギーかたさである. 本報においてはこれをその深さにおける瞬間エネルギーかたさと命名した. これに対し前記本多博士によって定義せられたかたさは一種の平均エネルギーかたさと考えられる.

今圧子を単に球と限定せず一般的に任意の幾何学的形状を有する回転曲面であるとし, 深さ h まで押し込んだ場合, それに対応する半径を r , その時の力 P をその際更に力が dP だけ増加し, 深さが dh 増加したとすると,

$$dW = P \cdot dh, \quad dV = \pi r^2 \cdot dh$$

よって瞬間エネルギーかたさ

$$H_S = \frac{dW}{dV} = \frac{P}{\pi r^2}$$

$$\text{またマイヤーかたさ} \quad H_M = \frac{P}{\pi r^2}$$

すなわち前記のごとき定義せられた瞬間エネルギーかたさは単に球形圧子のときのみならず任意の回転曲面を有する圧子を使用した場合においてマイヤーかたさとその数値が一致する.

したがって前述のごとき解釈を用いるならばマイヤーかたさは瞬間エネルギーかたさとしての重要な意義を含んで来ることとなる.

3. エネルギーかたさにおける相似則

H_V あるいは H_M の値を測定するにあたって, 注意すべきことは前記二定数 k および a が本多博士の言われるごとく物質に基づく定数とはいいながら, 後述する理由から明らかな通り使用する剛球の半径 R が異なるにしたがって同一金属でも異なった値をとるということである.

マイヤーは普通の押込かたさ試験においてそのかたさ数が球の直径によって大いに異なることに着目して研究を行った結果, 加えた荷重を球の半径の二乗で除した値を一定にとれば球の直径が異なってもその数値がよく一致することを発表している⁽⁶⁾. また本多博士も荷重を加えつつくぼみの直径を測定した場合に, やはり上述と同様な関係があることを認めている.

本報では種々異なった半径の球で測定を行った場合における前記エネルギーかたさの間にも相似則すなわち「同一材質に相似の変形を与えるに要するエネルギーはその変形の体積に正比例する」と言う法則が成立することを予想し, 実験結果により上記予想の誤りでないことを立証した. 以下これについて述べる.

今半径 R_1 mm の球を P_1 kg の力で平滑にみかいた金属の面に押しつけ深さ h_1 mm のくぼみを与えたとする。次に半径 R_2 mm の球を P_2 kg の力で同じ金属面に押しつけ深さ h_2 mm のくぼみを与えたとする。しかる時 (2) 式の関係はそのいずれの場合に対しても成立する。すなわち

$$\frac{W_1}{V_1} = \frac{k_1(3+2a_1h_1)}{\pi(6R_1-2h_1)}, \quad \frac{W_2}{V_2} = \frac{k_2(3+2a_2h_2)}{\pi(6R_2-2h_2)}$$

しかして前記相似則がこの場合にも成立するものと仮定すれば、変形が幾何学的相似である条件としてはくぼみの直径が球の中心において含む角が相等しいことを要する。したがって、

$$\frac{R_1}{h_1} = \frac{R_2}{h_2} \therefore h_2 = h_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \quad (3)$$

この二つの場合の変形が幾何学的に相似であるならば前記相似則より

$$W_1/V_1 = W_2/V_2$$

これに前記の関係を用いると

$$\frac{k_1(3+2a_1h_1)}{\pi(6R_1-2h_1)} = \frac{k_2(3+2a_2h_2)}{\pi(6R_2-2h_2)}$$

これに (3) の関係を代入し、整理すると、

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{3R_1+2a_2R_2h_1}{3R_2+2a_1R_2h_1} \quad (4)$$

次に半径 R_1 の球を用いて二つの試験を行い、くぼみの深さ h_{1a} および h_{1b} の二つの結果を得たとする。しかるとき (4) の関係はそのいずれの結果に対しても成立するはずである。すなわち、

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{3R_1+2a_2R_2h_{1a}}{3R_2+2a_1R_2h_{1a}}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{3R_1+2a_2R_2h_{1b}}{3R_2+2a_1R_2h_{1b}}$$

$$\text{したがって, } \frac{3R_1+2a_2R_2h_{1a}}{3R_2+2a_1R_2h_{1a}} = \frac{3R_1+2a_2R_2h_{1b}}{3R_2+2a_1R_2h_{1b}}$$

$$\text{これより, } a_1R_1 = a_2R_2 \text{ または } \frac{a_1}{a_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (5)$$

また (5) の関係を (4) に用いて、

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (6)$$

を得る。すなわち、 a は球の半径に逆比例し k は半径に正比例することがわかる。

次に半径 R_1 の球を用いた場合の P_1 と h_1 との関係に (3), (5), (6) の関係を用いると

$$P_1 = \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \cdot k_2 h_2 (1 + a_2 h_2)$$

したがって、

$$P_1 = \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \cdot P_2 \text{ または } P_2 = P_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \quad (7)$$

(3) ならびに (7) の関係から、半径 R_1 の球を用いて得た圧力 P_1 とくぼみの深さ h_1 との関係を示す曲線を半径 R_2 の球を用いた場合の曲線への換算にあたっては、

$$P_1 \text{ を } \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \text{ 倍し, } h_1 \text{ を } \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \text{ 倍,}$$

して曲線を引けばよい。

もしこれが実験の結果と一致するならば前記相似則の正しいことが立証され、したがって (3) ないし (7) 式

第 1 表

炭 素 鋼 %	R	h							
		P=250	P=500	P=750	P=1 000	P=1 250	P=1 500	P=1 750	P=2 000
0.1 % 焼 な ま し	5	0.097	0.164	0.223	0.284	0.346	0.408	0.464	—
	3.95	0.101	0.174	0.248	0.327	0.384	0.454	0.526	—
	2.5	0.142	0.259	0.367	0.475	0.585	—	—	—
	1.95	0.162	0.302	0.444	0.583	—	—	—	—
	1.595	0.189	0.362	0.538	—	—	—	—	—
0.3 % 焼 な ま し	5	0.0758	0.141	0.204	0.261	0.326	0.385	0.442	—
	3.95	0.0916	0.174	0.250	0.320	0.393	0.465	0.530	—
	2.5	0.136	0.257	0.370	0.482	0.589	0.697	—	—
	1.95	0.167	0.309	0.450	0.587	0.723	—	—	—
	1.595	0.193	0.367	0.527	—	—	—	—	—
0.9 % 焼 な ま し	5	0.0560	0.106	0.155	0.203	0.249	0.293	0.338	0.379
	3.95	0.0695	0.131	0.192	0.249	0.305	0.360	0.415	—
	2.5	0.102	0.192	0.282	0.370	0.457	—	—	—
	1.95	0.124	0.237	0.352	0.466	—	—	—	—
	1.595	0.148	0.288	0.428	—	—	—	—	—
0.3 % 水 中 焼 入	5	0.0479	0.0820	0.113	0.140	0.164	0.189	0.214	0.238
	3.95	0.0566	0.0959	0.130	0.161	0.192	0.221	—	—
	2.5	0.0686	0.118	0.166	0.217	0.267	0.318	—	—
	1.95	0.0810	0.141	0.204	0.267	—	—	—	—
	1.595	0.0917	0.170	0.248	—	—	—	—	—

第 1 図

も正しいと考えられる。これを確かめるために一例として種々の炭素鋼に対し球の半径および圧力を種々に変えてブリネルかたさを測定された本多博士等の実験結果⁽⁴⁾を用いそれぞれの場合のくぼみの深さを計算したものを第1表に示す。

これらの結果を上述の方法にしたがって半径 5 mm の球を用いた場合の係数に換算すると第1図を得る。すなわちこの図においては縦軸に第1表中の圧力をそれぞれの半径の二乗で除しそれに 5² を乗じたものを取り、横軸にはその場合のくぼみの深さをその時の半径で除し、これに 5 を乗じたものを取っている。

この図を見ると同一金属に対して行った試験の結果は球の半径が異なっても皆同一の放物線上にあることが確かめられる。これは前記換算法および(3)ないし(7)式の正しいことを立証する。

4. 円すい形圧子による実験ならびに その結果

前記相似の法則は荷重を取り去った後にくぼみを測定する場合にも同様に成立する。このことは次に述べる円すい形圧子を使用した今回の実験によっても確かめられた。本実験では更に圧子の頂角および材質自身の性質が、かたさにおよぼす影響についても調査

第 2 表

材 質	ジュラルミン	銅	黄銅	亜鉛	アルミニウム	すず	鉛
記 号	D_1	C_3	B_1	Z_3	A_3	S_3	P_1
かたさ							
ビッカース	119	98	80	57	24	10	5
ショア	21	13	11	9	3	1	—
α	357.8	293.3	226.9	130.1	93.9	37.4	16.8
β	89.7	26.5	78.1	76.7	39.1	11.4	5.0
a	113.9	93.4	72.2	41.4	29.9	11.9	5.4
b	28.6	8.4	24.9	24.4	12.5	3.6	1.6

した。

使用した円すい形圧子はその頂角が約 5° 飛びの高炭素鋼製の十数種であり、被圧試験材としては圧子の変形その他の不都合を生じないように比較的やわらかな材質を選んだ。被圧試験材ならびに圧子の詳細はそれぞれ第2表、第3表に示す。

実験にはビッカースかたさ試験機を用い、きわめて平滑にみがかれた試験材に対して、圧子頂角ならびに荷重を種々に変化しながらそのくぼみの深さを求めた。測定は試験機附属の金属顕微鏡ならびにオクラマイクロメータによりくぼみの直径を μ 単位で実測しくぼみの深さは測定結果から計算によって求めた。

円すい形圧子の頂角を θ とすれば

$$dV = \pi r^2 \cdot dh = \pi \left(\tan^2 \frac{\theta}{2} \right) h^2 \cdot dh$$

よって前記相似則より、瞬間エネルギーかたさは

$$\frac{dW}{dV} = \frac{P \cdot dh}{\pi \left(\tan^2 \frac{\theta}{2} \right) h^2 \cdot dh} = \frac{P}{\pi \left(\tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \cdot h^2} = K(\text{一定}) \quad (8)$$

したがって同一頂角の圧子を用いる場合

$$\frac{P}{h^2} = K \pi \tan^2 \frac{\theta}{2} = k(\text{一定}) \quad (9)$$

ゆえにこの場合 P と h との間には $P = k \cdot h^2$ なる放物線的関係が存在する。

一例として第2図に示すごとく同一圧子の実験結果はいずれも皆同一放物線上にのっている。更に P と h^2 との関係を求めると第3図から第9図に示すごとく実測結果は同一頂角の場合いずれも皆原点を通る直線上にのり上記関係の存在することを立証している。

なお、円すい形圧子を用いる場合は瞬間エネルギーかたさと平均エ

ネルギーかたさとの数値は一致することが証明される。すなわち

第 3 表

公称頂角	圧子番号	頂 角	圧子番号	頂 角
60	232	61°23'	67	
65	236	67°16'	69	
70	242	72°22'	68	
75	238	74°49'	74	
80	211	83°32'	72	106 80°30' 75
85	243	86°44'	71	102 85°00' 71
90	213	92°56'	74	128 90°28' 72
95	246	98°32'	66	112 95°20' 77
100	219	101°58'	70	116 100°02' 72
105	251	107°00'	66	118 105°10' 72
110	220	112°51'	74	122 110°07' 76
115	269	117°35'	71	126 114°59' 74
120	227	123°30'	79	125 120°02' 76
125	259	127°27'	71	101 125°16' 71
130	229	133°18'	71	129 130°11' 71
135	265	138°30'	75	130 135°02' 70
140	267	142°11'	73	

備考

ジュラルミン、銅、鉛、
黄銅、材に使用

アルミニウム、亜鉛、
すず、材に使用

第 2 図

第 3 図

第 4 図

第 5 図

第 6 図

第 7 図

第 8 図

第 9 図

$$W = \int_0^h P \cdot dh = \int_0^h kh^2 \cdot dh = \frac{1}{3} kh^3$$

したがって平均エネルギーかたさ

$$\frac{W}{V} = \frac{P}{\pi \left(\tan^2 \frac{\theta}{2} \right) h^2}$$

これは前述 (8) で与えられる瞬間エネルギーかたさの式と同じである。すなわち

$$\frac{W}{V} = \frac{dW}{dV} = K$$

次に (9) において k は材質ならびに頂角によって定

第 10 図

まる定数であるが第 10 図にそれぞれの材質について k と $\tan^2 \frac{\theta}{2}$ の関係を示す。

図から明らかな通り、これはいずれの材質の場合も完全な直線的関係

$$k = \beta + \alpha \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

で、 β および α は材質のみによる定数である。この関係を (9) 式に代入すると

$$K = \frac{1}{\pi} \left(\beta + \alpha \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) / \tan^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} \cot^2 \frac{\theta}{2}$$

今 $\alpha/\pi = a$, $\beta/\pi = b$ とおくと

$$K = a + b \cot^2 \frac{\theta}{2} \quad (10)$$

ここに a, b は材質のみによる定数である。

本実験に用いた 7 種の材質に対する上記各定数の値を第 2 表に示す。

またこれら各材質について K と θ の関係を示したものが第 11 図である。図中実線の部分はこのたびの実験範囲を示す。

この図を見ると頂角が 100° 附近を越えると各曲線ともほぼ軸線に平行する水平線に落ち着

第 11 図

いている。これは 100° 以上であれば圧子の頂角に多少の変化があってもその結果が かたさ数に与える影響がきわめて少いことを示す。

しかし頂角がほぼ 150° 以上になると実測が困難となり不便である。したがっておよそ 100° ないし 150° の範囲が圧子頂角として適当であると考えられる。

従来のロックウェルかたさ計の円すい形圧子頂角が 120° 、ピッカースかたさ計の角すい形圧子頂角が 136° であってこの範囲のほぼ中央部にあり、これらが妥当な頂角に作られていることがわかる。

二定数の実験的決定法 上記材質に基づく二定数は任意頂角 θ_1, θ_2 の二つの円すい形圧子を用いて、最小限それぞれ 1 回づつの測定を行うことにより簡単に求めることができる。(9)(10) 両式の関係から、

$$K = \frac{P}{\pi h^2 \tan^2 \frac{\theta}{2}} = a + b \cot^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\therefore \frac{P}{\pi h^2} = b + a \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

これに $h = \frac{d}{2} \cot \frac{\theta}{2}$ の関係を用いると

$$\frac{4P}{\pi \left(d \cot \frac{\theta}{2} \right)^2} = b + a \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

今、二つの任意頂角 θ_1, θ_2 の円すい形圧子を用いて試験を行った結果、それぞれ d_1, d_2 なるくぼみ円の直径を得たとすると、そのいずれの場合に対しても上記の関係が成立する。かくして求められた二つの関係式を連立して解けば上記二定数 a, b を求めることができる。

5. 総 括

1. dW/dV をもって かたさ の一つの定め方とし、これを瞬間エネルギーかたさと命名した。

2. マイヤーかたさが瞬間エネルギーかたさとして重要な意義を含むことを指摘した。

3. これらのエネルギーかたさ測定に際し成立すべき相似則の一般関係を述べ、実験結果を用いてこれを確証した。

4. その際本多博士が材質による定数として発表された a および k が実は a は用いる球の半径に逆比例し、 k は用いる球の半径に正比例することを述べた。

5. 平滑にみがかれた材質に対し円すい形圧子を用いて押し込みを行う場合、荷重 P とそれによって材質に生ずる くぼみ の深さ h との間には完全な放物線関係 $P = kh^2$ が存在する。

6. 一定頂角の円すい形圧子を用いて材質に押し込みを与える場合、単位体積あたりの相似変形に要する仕事量 K は一定である。

7. この仕事量 K は材質のみに基づく二定数 a, b ならびに圧子頂角 θ によって定まり、

$$K = a + b \cot^2 \frac{\theta}{2}$$

の関係で与えられる。

8. a, b の値はそれぞれ任意頂角をもつ二つの円す

い形圧子を用い、最小限それぞれ 1 回づつの試験を行うことにより簡単に決定し得る。

9. 圧子頂角がほぼ 100° 以上であれば、圧子頂角に多少の変化があっても、その結果が かたさ数 に与える影響はきわめて少い。

注：—

- (1) 昭和 25 年 4 月 9 日 第 27 期定時總會講演會において講演、
原稿受付 昭和 25 年 7 月 4 日。
- (2), (3) 正員, 群馬大學。
- (4) 本多光太郎, 高橋金之助: 金屬の研究 1 卷 7 號, 683 ページ
(大 3—7). 同 3 卷 9 號, 411 ページ (大 15—9).
- (5) 松村鶴造, 機械學會誌, 34 卷 174 號, 1329 ページ (昭 6—10).
- (6) Meyer V.D.I. p. 645 (1908).

620.179.152 : 531.252.3

三次元応力の X 線による測定式の実際と誤差論⁽¹⁾

石井 勇五郎⁽²⁾ 菊池 初太郎⁽³⁾

Practice of Measuring Formulas of Three Dimensional Stress by X-ray and the Problem of the Errors

by Yūgorō ISHII and Hatsutarō KIKUCHI

There are occasions when we wish to require the three dimensional stress from as few films as possible in order to cut down the hours for the measurement by X-ray.

According to the theory, all elements of the stress are obtained from three films, and a special elements of the stress are obtained from one or two films. In these cases, formulas which the authors introduced before can not be employed, and consequently, they introduced new formulas for this requirement in this paper.

At the same time, problems of errors of the measurment are treated numerically.

1. 序

実際に X 線によって三次元応力を測定する場合に測定時間を短縮するため、なるべく小数のフィルムから求めたい場合が生ずる。この要求を満たすため 3 枚のフィルムより全応力成分を、または 1 枚、あるいは 2 枚のフィルムより特定方向の応力を求めたい場合が生ずる。このような場合には前に報告した式⁽⁴⁾をそのまま用いることはできないので新たに測定式を導入した。なおこの場合誤差が問題となるので誤差の問題を数量的に取り扱ってみた。

2. 小数のフィルムより全応力を求める測定式

1. 3 枚のフィルムより全応力を求める測定式

理論上応力成分全部を求めるには 6 方向の格子定数を測定すればよい。したがって今 xy 面を測定面とし第 1 図のステレオ投影法で表わした位置 a, b, c から入射すれば格子定数の測定方向は 1, 2, …… 6 のごとく 3 枚のフィルムで 6 方向の測定ができる。今これらの各測定方向の方向余弦を次のごとく置く。

第 1 図

$l_1 = \sin \alpha_1$	$m_1 = 0$	$n_1 = \cos \alpha_1$
$l_2 = \sin \alpha_2$	$m_2 = 0$	$n_2 = \cos \alpha_2$
$l_3 = 0$	$m_3 = l_1$	$n_3 = n_1$
$l_4 = 0$	$m_4 = l_2$	$n_4 = n_2$
$l_5 = l_1/\sqrt{2}$	$m_5 = l_1/\sqrt{2}$	$n_5 = n_1$
$l_6 = l_2/\sqrt{2}$	$m_6 = l_2/\sqrt{2}$	$n_6 = n_2$

ここで x, y, z 方向の伸張率 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ とせん断率 $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ は各測定方向の伸張率 ϵ_i で表わせば次のようになる：

$$\epsilon_x = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{l_2^2 - l_1^2} - \frac{\{l_2 n_2 - l_1 n_1\}}{l_2^2 - l_1^2} \frac{l_1^2 \{(\epsilon_4 - \epsilon_2) + \sqrt{2}(\epsilon_2 - \epsilon_6)\} - l_2^2 \{(\epsilon_3 - \epsilon_1) + \sqrt{2}(\epsilon_1 - \epsilon_6)\}}{(2 - \sqrt{2})l_1 l_2 (l_2 m_1 - l_1 n_2)}$$