任意翼型直線翼列の特性を求める一方法 (補遺)⁽¹⁾

安 陪 俊 一⁽²⁾

Theory for Characteristics of Straight Lattice composed of Aero-
or Hydro-foil Profiles of Arbitrary Form (Supplement)

by Shun-ichi ABE

In the previous report, a theoretical solution, in which the numerical calculation was comparatively simple due to the rapid convergency of the infinite series, was given for the flow through an arbitrary lattice, and especially the effects of the lattice arrangement and profile form were numerically clarified. In this report further researches are carried out on the inclination of the lift coefficient curve, the moment coefficient and the surface pressure distribution. These characteristics are illustrated on Clark. Y., ogival and circular arc profiles arranged in various lattice conditions.

1. 緒 言

同題目の前論文⁽³⁾においては、任意翼型の翼列について、比較的簡単な計算でよい結果の得られる一つの解法を示し、特に無揚力角に関する詳細な数値計算を行つた。しかし前論文では、(i)「翼列の揚力傾斜に対する翼型のそりと厚みの影響」および(ii)「翼列のモーメント特性」にはふれてなく、また(iii)「圧力分布」の取り扱いにおいて不十分の点があつたように思う。更に前論文では(iv)「他の翼列の解法⁽⁴⁾との比較」を数値計算の上で行つたのみで、相互の理論的關係には言及していなかつた。

本論文は以上の諸点についてそれぞれ補足を加えて翼列の特性をより明確にする目的のものである。

2. 翼列の揚力傾斜と無揚力角

前報によれば、 Z 面のピッチ t 、弦長 l 、食い違い角 γ の翼列における任意翼型

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{t}{\pi} \left(\cos \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \cos \varphi'}{1+m^2} \right. \\ &\quad \left. + \sin \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \sin \varphi'}{1-m^2} \right) \\ &\quad + n't \sin \gamma \\ y &= \{(2mtK)/(\pi F')\} \varepsilon \sin \bar{\varphi}' + n't \cos \gamma \\ \varepsilon &= \sum_0^{\infty} \bar{A}_n \cos n\bar{\varphi}' + \sum_1^{\infty} \bar{B}_n \sin n\bar{\varphi}' \\ n' &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

の外部は、写像かん数

$$Z = \frac{t}{2\pi} \left(e^{i\tau} \log \frac{S'+m}{S'-m} + e^{-i\tau} \log \frac{1+mS'}{1-mS'} \right) \dots (2)$$

により S' 面の閉曲線

$$S' = (1+\varepsilon)e^{i\varphi'} + 0(\varepsilon^2) \dots (3)$$

の外部に写像される。ここに

$$F' = 1 - 2m^2 \cos 2\varphi' + m^4 \dots (4)$$

$$K = \sqrt{1 + 2m^2 \cos 2\gamma + m^4} \dots (5)$$

$$\bar{\varphi}' = \varphi' - \varphi_T' \dots (6)$$

$$\varphi_T' = \tan^{-1} \{ (1-m^2) \tan \gamma / (1+m^2) \} \dots (7)$$

写像の定数 m は、与えられた節弦比 t/l との間に、

$$\frac{l}{t} = -\frac{2}{\pi} \left(\cos \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \cos \varphi_T'}{1+m^2} + \sin \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \sin \varphi_T'}{1-m^2} \right) \dots (8)$$

の關係があるから、(7)、(8) 両式より m 、 φ_T' がきまり、写像かん数(2)が決定される。

次に(3)式の閉曲線の外部は、

$$S' = S e^{\sum_0^{\infty} C_n / S^n}, \quad C_n = A_n + iB_n \dots (9)$$

により S 面の真円

$$S = be^{i\varphi}, \quad b = 1 + \bar{A}_0 \dots (10)$$

の外部に写像される。 φ 、 A_n 、 B_n と φ' 、 $\bar{A}_n$ 、 $\bar{B}_n$ の間には

$$\varphi' - \varphi = \sum_1^{\infty} \bar{B}_n \cos n\varphi' - \sum_1^{\infty} \bar{A}_n \sin n\varphi' + 0(\varepsilon^2) \dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \bar{A}_n \cos n\varphi_T' - B_n \sin n\varphi_T' + O(\varepsilon^2) \\ B_n &= \bar{B}_n \cos n\varphi_T' + \bar{A}_n \sin n\varphi_T' + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

の関係があるから、(9) 式の写像かん数もきまる。

(2) および (9) 式の写像により、Z 面の $x = \pm \infty$ は S 面の

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= be^i \varphi_1 / n_1 \\ &= -(1/m) \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n m^n (A_n + i B_n) \right\} + O(\varepsilon^2) \\ S_2 &= be^i \varphi_2 / n_2 \\ &= (1/m) \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} m^n (A_n + i B_n) \right\} + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

に写るから、S 面の複素ポテンシャルは、V を幾何学的平均速度、 α をその迎え角、 Γ を翼型のまわりの循環として次式のように置かれる。

$$\begin{aligned} W = & \frac{Vt}{2\pi} \left\{ e^{i(\alpha+\Gamma)} \log \frac{S-n_1 be^i \varphi_1}{S-n_2 be^i \varphi_2} + e^{-i(\alpha+\Gamma)} \right. \\ & \times \log \frac{S-be^i \varphi_1/n_1}{S-be^i \varphi_2/n_2} \left. \right\} + \frac{i\Gamma}{4\pi} \left(\log \frac{S-n_1 be^i \varphi_1}{S-be^i \varphi_1/n_1} \right. \\ & \left. + \log \frac{S-n_2 be^i \varphi_2}{S-be^i \varphi_2/n_2} \right) \dots (14) \end{aligned}$$

したがって、翼型の後縁に対応する円周上の点 $S = be^i \varphi_T$ にジュ-コブスキーの仮設を用いて循環 Γ をきめれば、流れの状態が決定できる。

前報ではこの Γ の決定に際して、翼列で実用される迎え角 α は比較的小さいとの前提のもとに、 α^2 および α と ε の積以上を省略していたが、本報では ε^2 以上を省略するのみで α に関する省略を行わないで計算を進めると、循環 Γ は

$$\left. \begin{aligned} \Gamma K / (4 m t V) &= (1+c_1) \sin \alpha - c_2 \cos \alpha + O(\varepsilon^2) \\ c_1 &= (-g_2 h_2 + h_4 - h_5) f_2 + g_2 c_2 \\ c_2 &= -h_1 f_1 + h_2 f_2 + h_4 f_3 + h_5 (\sin \gamma f_4 + \cos \gamma f_5) \\ f_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{B}_n, \quad f_2 = \sum_{n=0}^{\infty} m^{2n} A_{2n}, \\ f_3 &= \sum_{n=1}^{\infty} m^{2n} B_{2n}, \quad f_4 = \sum_{n=0}^{\infty} m^{2n+1} A_{2n+1}, \\ f_5 &= \sum_{n=0}^{\infty} m^{2n+1} B_{2n+1} \\ g_2 &= \frac{2m^2 \sin 2\gamma}{K^2}, \quad h_1 = \frac{K^2}{1-m^4}, \\ h_2 &= \frac{2m^2 \sin 2\gamma}{1-m^4}, \quad h_3 = \frac{2mK}{1-m^4}, \\ h_4 &= \frac{1+m^4}{1-m^4}, \quad h_5 = \frac{2m^2 \cos 2\gamma}{1-m^4} \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

したがって揚力係数 C_a および無揚力角 α_n は

$$C_a = \frac{8m t}{K l} \{ (1+c_1) \sin \alpha - c_2 \cos \alpha \} + O(\varepsilon^2) \dots (16)$$

$$\tan \alpha_n = c_2 / (1+c_1) + O(\varepsilon^2) \dots (17)$$

第1図 欠円翼の揚力傾斜補正係数
ただし $c_{le} = 0.00648\delta$ (δ は厚弦比の%)
とした

第2図 クラークY翼の揚力傾斜補正係数
ただし $c_{le} = 0.00797\delta$ (δ は厚弦比の%)
とした

(16) 式および (17) 式の c_1 は揚力傾斜の補正係数、 c_2 は前報で無揚力角として取り扱った量である。前報では $c_1 c_2 \neq 0$ 、 $c_1 \sin \alpha \neq 0$ および $\cos \alpha \neq 1$ としていたわけである。

第1図および第2図は欠円翼およびクラークY翼に

第3図 円弧翼の揚力傾斜補正係数
ただし $c_{le}' = 0.00648\delta$ (δ は欠円翼の厚弦比の%) とした

第4図 クラーク Y 翼と同じ そり曲線を持つ厚さのない翼型の揚力傾斜補正係数
ただし $c_{le}' = 0.00797\delta$ (δ はクラーク Y 翼の厚弦比の%) とした

第5図 厚弦比6%の欠円翼の無揚力角
ただし $\alpha_{ne} = -0.0578$, $c_{2e} = -0.0600$ とした

第6図 厚弦比6%のクラーク Y 翼の無揚力角
ただし $\alpha_{ne} = -0.0304$, $c_{2e} = -0.0319$ とした

について、揚力傾斜の補正係数 c_l/c_{le} (c_{le} は単独翼の値) と翼列配置との関係を示したものであるが、節弦比が小さく、食い違い角の大きい翼列では、 c_l と c_{le} との違いがかなり大きく、特に増速翼列においてこの傾向が著しい。第3図および第4図は、揚力傾斜に対する翼型のそりおよび厚みの影響を別々に究明する目的で、上記の翼型の厚みを省略して計算した結果である。第1図～第4図によれば、そりは増速翼列において揚力傾斜を大きく、減速翼列において揚力傾斜を小

さくするように働き、特に節弦比が小さく、食い違い角の大きい翼列においてこの影響が顕著である。

揚力特性を左右する他の係数 c_2 は前論文で無揚力角としてその性質を明らかにしたものであるが、より厳密な意味では無揚力角は c_2 でなく、(17) 式の α_n である。よつて前述の 6% 欠円翼および 6% のクラーク Y 翼について、 α_n, c_2 と翼列配置の関係を第 5 図および第 6 図に示した。翼列の影響の特に著しいような一部の増速翼列を除き、 c_2 と α_n の差異はきわめてわずかである。

3. 翼表面圧力分布

(1) 翼面上の圧力分布 前論文では翼型のそり、厚み共に小さいと言う前提のもとに、翼面上いたるところで y および dy/dx の二乗以上を省略しているが、前縁附近では dy/dx は必ずしも小さくないから前論文の圧力分布の計算式は前縁附近の計算には適用できなかったわけである。(1) 式から dy/dx を求めて見ると

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\varphi'} \cdot \frac{d\varphi'}{dx} = -\left(\varepsilon \cos \bar{\varphi}' / \sin \bar{\varphi}' + \frac{d\varepsilon}{d\bar{\varphi}'}\right) \quad \dots\dots\dots(18)$$

(18) 式の $d\varepsilon/d\bar{\varphi}'$ は前縁附近で特に大きくなることはないから、前記 dy/dx が前縁附近で大きくなることは、 $\varepsilon \cos \bar{\varphi}'$ が $\sin \bar{\varphi}'$ に対して大きくなることに対応しているわけである。

したがつて前論文と同じ計算手続において、 $\sin \bar{\varphi}'$ に対しては ε に関する省略を行わないようにすると、

(2) 式、(9) 式、(15) 式および (16) 式から

$$\left| \frac{dS'}{dZ} \right| = \frac{\pi F(1+\varepsilon)}{2mtKV \sin^2 \bar{\varphi}' + \varepsilon^2 \cos^2 \bar{\varphi}'} + 0(\varepsilon^2) \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$\left| \frac{dS'}{dS} \right| = 1 + \varepsilon - \bar{A}_0 - F_2 + 0(\varepsilon^2) \quad \left. \begin{array}{l} F_2 = \sum_1^{\infty} \bar{A}_n \cos n\bar{\varphi}' + \sum_1^{\infty} \bar{B}_n \sin n\bar{\varphi}' \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\left| \frac{dW}{dS} \right| = \frac{2mtKV}{\pi F(1+\bar{A}_0)} \left| \frac{G_1}{G_2} \right| + 0(\varepsilon^2) \quad \left. \begin{array}{l} G_1 = \cos \alpha \{ \sin \bar{\varphi}' (1 - g_1 f_2) \\ - (1 - \cos \bar{\varphi}') (g_2 f_2 + f_3) + f_1 \\ - F_1 \cos \bar{\varphi}' \} + \sin \alpha \{ - \sin \bar{\varphi}' \{ g_2 \\ + g_1 (F_1 - f_3) \} + (1 - \cos \bar{\varphi}') (g_1 \\ - f_2 + g_2 f_3) - g_2 (f_1 - F_1 \cos \bar{\varphi}') \} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$\left. \begin{array}{l} G_2 = 1 - 2\{(1-m^4)f_2 + 2m^2 \sin 2\bar{\varphi}' (F_1 \\ - f_3) + 2m(1-m^2) \cos \bar{\varphi}' f_4 \\ - 2m(1+m^2) \sin \bar{\varphi}' f_5\} / F' \\ F_1 = \sum_1^{\infty} \bar{B}_n \cos n\bar{\varphi}' - \sum_1^{\infty} \bar{A}_n \sin n\bar{\varphi}', \\ g_1 = (1-m^4)/K^2 \end{array} \right\}$$

したがつて翼面上の速度分布 v/V は

$$\frac{v}{V} = \left| \frac{dW}{dS} \right| \cdot \left| \frac{dS'}{dS} \right| \cdot \left| \frac{dS'}{dZ} \right|$$

$$= \left| \frac{G_1}{G_2} \right| \cdot \frac{(1+F_2)}{\sqrt{\sin^2 \bar{\varphi}' + \varepsilon^2 \cos^2 \bar{\varphi}'}} + 0(\varepsilon^2) \quad \dots\dots\dots(22)$$

前縁附近では ε の級数表示が正確でないの、前縁附近では

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2 \cos^2 \bar{\varphi}'}{\sin^2 \bar{\varphi}'} + 0(\varepsilon^2) \quad \dots\dots\dots(23)$$

の関係を考慮し、翼型の幾何学的形状から直接求めた dy/dx の値を用いて、

$$\frac{v}{V} = \left| \frac{G_1}{G_2 \sin \bar{\varphi}'} \right| \cdot \frac{(1+F_2)}{\sqrt{1+(dy/dx)^2}} + 0(\varepsilon^2) \quad \dots\dots\dots(22')$$

による方がかえつて便利なが多い。したがつて圧力分布はベルヌーイの定理から

$$(p-p_{\infty})/q_{\infty} = 1 - (v/V)^2, \quad q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad \dots\dots\dots(24)$$

(2) 翼型のフーリエ級数表示の精度向上 今まで用いて来たフーリエ係数は、(1) 式の ε を $\bar{\varphi}'$ についてフーリエ解析して求めたもので、無揚力角および揚力係数の場合のように翼型全体としての性能を考える場合に、実用上ほぼ十分な収れん性を持つていたことは前論文で述べたところである。しかし圧力分布の場合は、翼型のすべての部分が少い級数の項でできるだけ正確に表示される必要があるが、翼列の影響の著しい翼列配置において厚みの前に寄つた翼型などに対しては、この点が問題になるようである。この場合直接 ε を $\bar{\varphi}'$ についてフーリエ解析する代りに

$$\varepsilon' = \varepsilon \sin \bar{\varphi}' \quad \dots\dots\dots(25)$$

なる $\bar{\varphi}'$ のかん数 ε' を考え、 ε' を中介にして $\bar{A}_n$, $\bar{B}_n$ を求めると、若干よい結果が得られるようである。すなわち ε' をフーリエ解析して

$$\varepsilon' = \sum_0^{\infty} \bar{A}_n' \cos n\bar{\varphi}' + \sum_1^{\infty} \bar{B}_n' \sin n\bar{\varphi}' \quad \dots\dots\dots(26)$$

のフーリエ係数 $\bar{A}_n'$, $\bar{B}_n'$ を求めると、 $\bar{A}_n'$, $\bar{B}_n'$ と $\bar{A}_n$, $\bar{B}_n$ の間には

$$\sum_0^{\infty} \bar{A}_n' \cos n\bar{\varphi}' + \sum_1^{\infty} \bar{B}_n' \sin n\bar{\varphi}' = \sin \bar{\varphi}' \left(\sum_0^{\infty} \bar{A}_n \cos n\bar{\varphi}' + \sum_1^{\infty} \bar{B}_n \sin n\bar{\varphi}' \right) \quad (27)$$

の関係が成立しているから

$$\left. \begin{array}{l} \bar{A}_0 = \sum_0^{\infty} \bar{B}_{2n+1}' \\ \bar{A}_1 = 2 \sum_1^{\infty} \bar{B}_{2n}', \quad \bar{B}_1 = -2 \sum_1^{\infty} \bar{A}_{2n}' \\ \bar{A}_2 = 2 \sum_1^{\infty} \bar{B}_{2n+1}', \quad \bar{B}_2 = -2 \sum_1^{\infty} \bar{A}_{2n+1}' \\ \dots\dots\dots \\ \bar{A}_{2n} = 2 \sum_n^{\infty} \bar{B}_{2n+1}', \quad \bar{B}_{2n} = -2 \sum_n^{\infty} \bar{A}_{2n+1}' \\ \bar{A}_{2n+1} = 2 \sum_{n+1}^{\infty} \bar{B}_{2n}', \quad \bar{B}_{2n+1} = -2 \sum_{n+1}^{\infty} \bar{A}_{2n}' \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(28)$$

(28) 式により $\bar{A}_n', B_n'$ を中介にして $\bar{A}_n, B_n$ が計算できる。以下この $\bar{A}_n, B_n$ を用いて、今までに求めた計算式により、翼列の特性を計算すればよいわけである。

第7図および第9図は、厚弦比6%の欠円翼の一つの翼列配置について本方法、前論文の方法および広瀬氏の方法を比較したもの、第8図および第10図は厚

弦比8%の一つの翼型について本方法と前論文の方法を比較したものであるが、本方法が一番良好な精度を持っていることが見られる。

4. モーメント係数

翼型に作用する流体圧力は翼面に垂直であるから、翼型に作用する力のモーメントは流体圧力のモーメント

第7図 厚弦比6%の欠円翼のフーリエ級数による表示の精度
ただし縦座標は横座標の2倍に表示してある

第8図 厚弦比8%の一つの翼型のフーリエ級数による表示の精度

第9図 厚弦比6%の欠円翼の圧力分布

第10図 厚弦比8%の一つの翼型の圧力分布

トを翼面に沿つて積分することにより求められる。

翼弦の中点のまわりのモーメント係数 C_{m0} は、
 $(p_0 - p_\infty)/q_\infty$, $(p_u - p_\infty)/q_\infty$ をそれぞれ翼の上面および下面の圧力分布として

$$C_{m0} = \frac{1}{l^2} \int_{-\frac{1}{2}l}^{\frac{1}{2}l} (-p_0/q_\infty + p_u/q_\infty) x dx \\ = \frac{1}{l^2} \int_0^{2\pi} (p/q_\infty) x dx \dots\dots\dots (29)$$

$$dx = -\{2mt K \sin \varphi' / (\pi F')\} \cdot d\varphi' \dots\dots\dots (30)$$

(29) 式の被積分かん数は

$$\left. \begin{aligned} m^{2n+1} \{ \cos(2n+1)\varphi' - m^2 \cos(2n-1)\varphi' \} / F' \\ = \sum_n m^{2n+1} \cos(2n+1)\varphi' \\ m^{2n+1} \{ \sin(2n+1)\varphi' - m^2 \sin(2n-1)\varphi' \} / F' \\ = \sum_n m^{2n+1} \sin(2n+1)\varphi' \\ m^{2n} \{ \cos 2n\varphi' - m^2 \cos(2n-2)\varphi' \} / F' \\ = \sum_n m^{2n} \cos 2n\varphi' \\ m^{2n} \{ \sin 2n\varphi' - m^2 \sin(2n-2)\varphi' \} / F' \\ = \sum_n m^{2n} \sin 2n\varphi' \\ \frac{1}{2} \tanh^{-1} \frac{2m \cos \varphi'}{1+m^2} \\ = \sum_0^\infty \frac{m^{2n+1}}{2n+1} \cos(2n+1)\varphi' \\ \frac{1}{2} \tanh^{-1} \frac{2m \sin \varphi'}{1-m^2} \\ = \sum_0^\infty \frac{m^{2n+1}}{2n+1} \sin(2n+1)\varphi' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(2n+1)\varphi' / \sin \varphi' \\ = -2 \sum_1^n \sin 2n\varphi' + \cos \varphi' / \sin \varphi' \\ \sin(2n+1)\varphi' / \sin \varphi' = 1 + 2 \sum_1^n \cos 2n\varphi' \\ \cos 2n\varphi' / \sin \varphi' \\ = -2 \sum_1^n \sin(2n-1)\varphi' + 1 / \sin \varphi' \\ \sin 2n\varphi' / \sin \varphi' = 2 \sum_1^n \cos(2n-1)\varphi' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

なる一連の関係により級数に展開できる。したがつて
 原点のまわりのモーメント係数 C_{m0} は

$$C_{m0} = k_1 \sin 2\alpha + k_2 \cos 2\alpha + k_3 \dots\dots\dots (33)$$

ここに k_1 , k_2 および k_3 は翼列配置および翼型によりきまる定数で、 ε^2 および $\varepsilon\alpha^2$ 以上を省略するとき

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= k_1' + k_1'' \\ k_1' &= -\{(4t^2)/(\pi l^2)\} M \\ k_1'' &= \{(4t^2)/(\pi l^2)\} [2Th_3(\sum_1^\infty \bar{B}_{2n} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} & -g_2 f_2 - f_3) + M \{ -2h_2 f_1 + (g_1 + 3g_2 h_2 \\ & -h_4) f_2 + 3h_2 f_3 + (-\frac{1}{2} h_1 + 2h_4 + 4h_6 \\ & \times \cos \gamma + \frac{1}{2} h_2 \sin \gamma) g_3 f_4 \\ & + (-\frac{1}{2} h_1 - 2h_4 + 4h_6 \sin \gamma \\ & - \frac{1}{2} h_2 \cos \gamma) g_3 f_5 \} + \{ -2h_6 f_2 \\ & + (2h_6 - \frac{1}{2} \cos \gamma + \frac{1}{2} h_2 \sin \gamma) g_3 f_4 \\ & + (h_4 - 2h_6 + \frac{1}{2} \sin \gamma - \frac{1}{2} h_2 \cos \gamma) \\ & \times g_3 f_5 \} + \{ -h_5 f_2' - h_2 f_3' \\ & + \frac{1}{2} (h_1 \cos \gamma - h_2 \sin \gamma) g_3 f_4' \\ & + \frac{1}{2} (h_1 \sin \gamma + h_2 \cos \gamma) g_3 f_5' \} \\ & + \{ 2h_6 f_2'' - \frac{1}{2} (h_1 \cos \gamma + h_2 \sin \gamma) \\ & \times g_3 f_4'' \\ & - \frac{1}{2} (h_1 \sin \gamma - h_2 \cos \gamma) g_3 f_5'' \} \\ & + h_3 \{ (\sum_1^\infty A_{2n} L_{2n}' + \sum_1^\infty B_{2n} L_{2n}'') \\ & - (\sum_0^\infty A_{2n+1} L_{2n+1}' + \sum_0^\infty B_{2n+1} L_{2n+1}'') \} \\ & - \frac{1}{2} (\cos 2\gamma \sum_1^\infty 2n m^{2n} A_{2n} \\ & + \sin 2\gamma \sum_1^\infty 2n m^{2n} B_{2n}) \\ & + \frac{1}{2} g_3 \{ \cos \gamma \sum_0^\infty (2n+1) m^{2n+1} A_{2n+1} \\ & + \sin \gamma \sum_0^\infty (2n+1) m^{2n+1} B_{2n+1} \} + O(\varepsilon^2) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f_2' &= \sum_1^\infty M_{2n}' m^{2n} A_{2n}, \quad f_3' = \sum_1^\infty M_{2n}' m^{2n} B_{2n} \\ f_4' &= \sum_0^\infty M_{2n+1}' m^{2n+1} A_{2n+1}, \\ f_5' &= \sum_0^\infty M_{2n+1}' m^{2n+1} B_{2n+1} \\ f_2'' &= \sum_1^\infty N_{2n}' m^{2n} A_{2n}, \\ f_3'' &= \sum_1^\infty N_{2n}' m^{2n} B_{2n}, \\ f_4'' &= \sum_0^\infty N_{2n+1}' m^{2n+1} A_{2n+1}, \\ f_5'' &= \sum_0^\infty N_{2n+1}' m^{2n+1} B_{2n+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

$$g_3 = 2m/K,$$

$$h_6 = m^2/(1-m^4),$$

$$M = \tanh^{-1} m^2$$

$$T = \frac{1}{2} [\sin \gamma \tanh^{-1} \{ (2m \cos \varphi_T') / (1 + m^2) \} - \cos \gamma \tan^{-1}$$

$$\begin{aligned}
& \times \{(2m \sin \varphi_T') / (1 - m^2)\} \\
M_{2n}' &= \sum_{n'=0}^{\infty} m^{4n'+2} / (2n + 2n' + 1), \\
M_{2n+1}' &= \sum_{n'=0}^{\infty} m^{4n'+1} / (2n + 2n' + 1), \\
N_{2n}' &= N_{2n+1}' = \sum_{n'=1}^n 1 / (2n' - 1) \\
I_{2n}' &= \sum_{n'=0}^{n-1} \{m^{2n'+1} / (2n' + 1)\} \cos\{(2n - 2n' - 1)\varphi_T' + \gamma\} \\
I_{2n}'' &= \sum_{n'=0}^{n-1} \{m^{2n'+1} / (2n' + 1)\} \sin\{(2n - 2n' - 1)\varphi_T' + \gamma\} \\
I_{2n+1}' &= \sum_{n'=0}^n \{m^{2n'+1} / (2n' + 1)\} \cos\{(2n - 2n')\varphi_T' + \gamma\} \\
I_{2n+1}'' &= \sum_{n'=0}^n \{m^{2n'+1} / (2n' + 1)\} \sin\{(2n - 2n')\varphi_T' + \gamma\} \\
k_2 &= k_2' + k_2'' \\
k_2' &= \{(4t^2) / (\pi l^2)\} (-g_3 T' + g_2 M) \\
k_2'' &= -\{t^2 / (\pi l^2)\} (\sin 2\gamma \sum_{n=1}^{\infty} 2n m^{2n} A_{2n} - \cos 2\gamma \sum_{n=1}^{\infty} 2n m^{2n} B_{2n}) + O(\varepsilon^2, \varepsilon \alpha^2) \quad \dots(35) \\
k_3 &= k_3' + k_3'' \\
k_3' &= -k_2', \quad k_3'' = k_2'' + O(\varepsilon^2, \varepsilon \alpha^2) \quad \dots(36)
\end{aligned}$$

したがって一点 $z_1 = x_1 + iy_1$ のまわりのモーメント係数 C_{mz1} は

$$C_{mz1} = C_{m0} - C_a(x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha) \quad \dots(37)$$

の関係から

$$\begin{aligned}
C_{mz1} &= \sin 2\alpha [k_1 - \{(4mt) / (Kl)\} \{(1 + c_1)x_1 - c_2 y_1\} + \cos 2\alpha \{k_2 + \{(4mt) / (Kl)\} \\
& \times \{c_2 x_1 + (1 + c_1)y_1\} + \{k_3 + \{(4mt) / (Kl)\} \\
& \times \{c_2 x_1 - (1 + c_1)y_1\}\} \dots(38)
\end{aligned}$$

したがってモーメント特性は単独翼の場合と同様に空力中心 $\bar{z}$ と、空力中心のまわりのモーメントすなわち無揚力モーメントにより表わされる。しかして空力中心の座標は

$$\begin{aligned}
\bar{z} &= \bar{z}_p + \bar{z}' \\
\bar{z}_p &= \{(Kl) / (4mt)\} k_1', \\
\bar{z}' &= \{(Kl) / (4mt)\} (k_1'' - c_1 k_1' - c_2 k_2') + O(\varepsilon^2) \quad \dots(39)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{y} &= \bar{y}_p + \bar{y}' \\
\bar{y}_p &= -\{(Kl) / (4mt)\} k_2', \\
\bar{y}' &= -\{(Kl) / (4mt)\} (k_2'' - c_1 k_2' - c_2 \bar{z}) + O(\varepsilon^2, \varepsilon \alpha^2) \quad \dots(40)
\end{aligned}$$

ここに $\bar{z}_p$ および $\bar{y}_p$ は平板翼列の空力中心を表わしているわけである。また無揚力モーメントは、無揚力角 α_n を用いて

$$C_{mz} = 2(k_1' + k_1'') \tan \alpha_n + 2k_2'' + O(\varepsilon^2, \varepsilon \alpha^2) \quad \dots(41)$$

(39), (40) および (41) 式によれば、空力中心の横座標は主として $\bar{z}_p$ によりきまり、また無揚力モーメントは $k_1' \tan \alpha_n$ と k_2'' によりきまることがわかる。

第11図は平板翼列の空力中心 $\bar{z}_p$ と翼列配置の関係を、第12図は k_1' と翼列配置の関係を示したもの

第11図 平板翼列の空気力学的中心 $\bar{z}_p$

第12図 翼列の無揚力モーメントの係数 k_1'

第 13 図 欠円翼の翼列の無揚力モーメントの係数 k_2''

で、 $\bar{a}_p$ および k_1' は翼列配置によりきわめて顕著に変化する。これに対して k_2'' は翼型によつても翼列配置によつても変化するが、翼列の影響が特に著しいような翼列配置を除きその変化は比較的小さく、特に円弧翼では k_2'' は翼列配置のいかんにかかわらず 0 である。第 13 図は欠円翼について k_2'' と翼列配置の関係を示したものである。

5. 広瀬氏の解法と本解法との関係

本解のフーリエ係数 $\bar{A}_n$, $\bar{B}_n$ と、広瀬氏の解法⁽⁴⁾に用いられているフーリエ係数 a_n , b_n の間には、

$$\begin{aligned} & \{(2mtK)/(\pi F')\} \left\{ \sum_0^{\infty} \bar{A}_n \cos n\bar{\varphi}' \right. \\ & \quad \left. + \sum_1^{\infty} \bar{B}_n \sin n\bar{\varphi}' \right\} \sin \bar{\varphi}' \\ & = \sum_0^{\infty} a_n \cos n\bar{\varphi}' + \sum_1^{\infty} b_n \sin n\bar{\varphi}' \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

の関係が成立しているはずである。したがつて

$$\begin{aligned} \bar{A}_0 &= \{\pi/(2mtK)\} \left\{ (1+m^4) \sum_0^{\infty} b_{2n+1} \right. \\ & \quad \left. - 2m^2 \cos 2\varphi_T' \sum_1^{\infty} b_{2n+1} \right. \\ & \quad \left. + 2m^2 \sin 2\varphi_T' a_1 \right\} \\ \bar{A}_1 &= \{\pi/(2mtK)\} \left\{ 2(1+m^4) \sum_0^{\infty} b_{2n+2} \right. \\ & \quad \left. - 2m^2 \cos 2\varphi_T' (b_2 + 2 \sum_1^{\infty} b_{2n+2}) \right. \\ & \quad \left. + 2m^2 \sin 2\varphi_T' (2a_0 + a_2) \right\} \\ & \dots\dots\dots \\ \bar{A}_{2n} &= \{\pi/(2mtK)\} \left\{ 2(1+m^4) \sum_n^{\infty} b_{2n+1} \right. \\ & \quad \left. - 2m^2 \cos 2\varphi_T' (b_{2n-1} + b_{2n+1}) \right. \\ & \quad \left. + 2 \sum_{n+1}^{\infty} b_{2n+1} \right\} + 2m^2 \sin 2\varphi_T' (a_{2n-1} \\ & \quad + a_{2n+1}) \} \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{2n+1} &= \{\pi/(2mtK)\} \left\{ 2(1+m^4) \sum_n^{\infty} b_{2n+2} \right. \\ & \quad \left. - 2m^2 \cos 2\varphi_T' (b_{2n} + b_{2n+2} + 2 \sum_{n+1}^{\infty} b_{2n+2}) \right. \\ & \quad \left. + 2m^2 \sin 2\varphi_T' (a_{2n} + a_{2n+2}) \right\} \\ \bar{B}_1 &= \{\pi/(2mtK)\} \left\{ -2(1+m^4) \sum_0^{\infty} a_{2n+2} \right. \\ & \quad \left. + 2m^2 \cos 2\varphi_T' (2a_0 + a_2 + 2 \sum_1^{\infty} a_{2n+2}) \right. \\ & \quad \left. + 2m^2 \sin 2\varphi_T' b_2 \right\} \\ & \dots\dots\dots \\ \bar{B}_{2n} &= \{\pi/(2mtK)\} \left\{ -2(1+m^4) \sum_n^{\infty} a_{2n+1} \right. \\ & \quad \left. + 2m^2 \cos 2\varphi_T' (a_{2n-1} + a_{2n+1}) \right. \\ & \quad \left. + 2 \sum_{n+1}^{\infty} a_{2n+1} \right\} + 2m^2 \sin 2\varphi_T' (b_{2n-1} \\ & \quad + b_{2n+1}) \} \dots\dots\dots (43) \\ \bar{B}_{2n+1} &= \{\pi/(2mtK)\} \left\{ -2(1+m^4) \sum_n^{\infty} a_{2n+2} \right. \\ & \quad \left. + 2m^2 \cos 2\varphi_T' (a_{2n} + a_{2n+2}) \right. \\ & \quad \left. + 2 \sum_{n+1}^{\infty} a_{2n+2} \right\} + 2m^2 \sin 2\varphi_T' (b_{2n} \\ & \quad + b_{2n+2}) \} \end{aligned}$$

また翼型の性質から

$$\sum_0^{\infty} a_{2n} = 0, \quad \sum_0^{\infty} a_{2n+1} = 0 \dots\dots\dots (44)$$

したがつて、たとえば揚力係数について本解法と広瀬氏の解法を比較するために、(16) 式に (42), (43) および (44) 式の関係代入すると、

$$\begin{aligned} C_a &= \{(8mt)/(Kl)\} \left\{ (1+c_1) \sin \alpha \right. \\ & \quad \left. - c_2 \cos \alpha \right\} \\ c_1 &= \frac{-4\pi m^4 \sin^2 2\gamma + \pi K^2 (1 - 2m^2 \cos 2\gamma + m^4)}{2mtK^3} \\ & \quad \times \sum_0^{\infty} b_{2n+1} + \frac{\pi m \sin 2\gamma (1 - m^4)}{tK^3} \sum_1^{\infty} n a_n \\ c_2 &= \{\pi(1 - m^4)/(2mtK)\} \sum_1^{\infty} n a_n \end{aligned} \dots\dots\dots (45)$$

すなわち (45) 式は広瀬氏の結果⁽⁵⁾に一致する。

以上により、本解法も広瀬氏の解法も級数の項を無限にとつた場合一致することがわかつた。しかし (42) および (43) 式によれば、一方のフーリエ級数の有限項の和が他方の無限項の和に対応しているから、実用計算において有限項で打切るときは、当然級数の収れん性が問題になるわけである。しかして著者が前論文および本論文において行つた数値計算例では、本解法の方が格段に収れんのよいことが認められる。

6. 結 論

前論文の補足として、次のことがらを明らかにした。

(1) 翼列の無揚力角、揚力係数および相互干渉によ

る揚力変化について、前論文よりもさらに明確な表示式を求めた。

(2) 欠円翼およびクラーク Y 翼について数値計算を行い、揚力傾斜に対する翼型のそりと厚みの影響を明らかにした。その結果として、揚力傾斜および無揚力角に関しては、食い違い角の大きい一部の翼列（特に増速翼列）において、揚力傾斜に対する翼型のそりおよび厚みの影響が無視できない程度に大きくなることがわかった。

(3) 圧力分布の表示式を、前縁附近にも適用できるよう改めた。

(4) 翼列中の翼型のフーリエ級数による表示の精度を高める一つの試みを示し、数値計算によつて前報の結果と比較した。

(5) 翼列のモーメント係数の表示式を求め、特に円

弧翼および欠円翼について、翼列配置とモーメント特性の関係を数値的に明らかにした。

(6) 本解法と広瀬氏の解法との関係をさらに理論的に究明した。

終りに御懇篤な御指導をいただいた東北大学高速力学研究所沼知福三郎所長、ならびに種々御教示をいただいた同所菊地寿所員、村井等所員に対し、衷心より謝意を表する。

注：—

- (1) 昭和 25 年 4 月 9 日 第 27 期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和 25 年 6 月 19 日。
- (2) 正員、東北大学工学部
- (3) 安陪、機械学会論文集、17 卷 58 号、57 頁（昭 26）。または東北大学高速力学研究所報告、2 卷 19 号（昭 25—3）。
- (4) 広瀬、機械学会論文集、14 卷 47 号、III-24 頁（昭 23）。
- (5) B. Fudimoto, K. Hirose, *Memoirs, Fac. Engg, Kyōto Univ.*, Vol. XII, No.1, p.20 (1949)。

621—226:532.52

近接した二つの翼列の相互干渉について⁽¹⁾

安 陪 俊 一⁽²⁾

On the Mutual Interference of Neighbouring Two Lattices composed of Hydro- or Aero-foil Profiles

by Shun-ichi ABE

In author's previous paper theoretical investigation was carried out on the mutual interference between the impeller and the guide vane of axial flow pumps or fans, on the assumption that the effects of the interference were approximately similar to those of two equivalent vortex sheets. In this paper the more accurate theory is stated in which one of the impeller or the guide vane is replaced by an exact lattice of hydro- or aero-foils, and the effect of the other is treated equivalently as that of a street of vortex sheets, although this method cannot be applied to the case when the blade number of the impeller is unequal to that of the guide vane. An numerical example is shown for comparison with the results by the previous approximate method.

1. 緒 言

軸流ポンプ、軸流送風機等の設計ならびに解析において、翼列理論が有力な手段として利用されることは周知の通りである。しかし、上記軸流機械においては羽根車と導羽根がかなり近接しているから、これらをそれぞれ一様な流れの中に置かれた単一の翼列として取り扱う在来の解法には、ある程度の誤差が伴うものと考えられる。

著者は前論文⁽³⁾においてこのような翼列相互の干渉を取り扱ったが、その際二つの翼列は共に等価のうず分布で置き換えられており、その取り扱い方にもそれ相当の近似的手段がとられている。

本論文は、二つの翼列のピッチが等しい場合あるい

は一方が他方の整数倍の場合におけるより近似度の高い一つの解法として、一つの翼列を正しく表示し、これに対する他の翼列の影響を、これと等価のうず分布の列の影響で置き換えたものである。

2. 写 像 か ん 数

一つの翼列を正しく表示し、これに対する他の翼列の影響を前論文で取り扱ったようなうず分布の列の影響で置き換えることにする。この場合置き換えるべきうず分布は、翼列相互の干渉のため、翼列がただ一つ存在する場合とは、若干異なっているはずであるが、この干渉を受けたうず分布の表示はたとえば前論文のようにして決定できる。またおのおのの翼列のまわりの循環が変動すれば、それぞれの翼列の後縁から自