621.67—253: 532.582.5: 534.013

放射状の翼をもつた羽根車の水中よじり振動に 対する附加質量について⁽¹⁾

鬼 頭 史 城⁽²⁾

On Virtual Mass of Vane-Wheel having Radial Vanes,
which makes Torsional Vibration in Water

by Fumiki KITO

We consider a vane-wheel consisting of a number of radial vanes placed at equal angular intervals and symmetrical about the center of the wheel. The so-called virtual mass of the vane-wheel, when it makes torsional vibration about its center, and immersed in water, has been calculated by means of a two dimensional potential flow theory. Also it was shown that, when a body immersed in water it vibrates and at the same time the flow around the body takes place, the effect of the surrounding water upon the vibration of the body appears in two ways, viz.; (a) as virtual mass, (b) as damping force.

1. 緒 言

水中において物体が振動するときに、回りの水もこれにつれられて振動する。そして物体の振動に対して水の影響が附加質量となつて現われる⁽³⁾。もし物体の寸法にくらべて水の振動の波長がかなり大きいなれば、水の動きは略近的にポテンシャル方程式 $\nabla^2\phi=0$ (適当な境界条件の下に) をとくことによつて求められる。本報告では数枚の放射直線状の翼をもつた羽根車が、水中においてその中心のまわりによじり振動を行うときに対する水の附加質量の値を二次元的ポテンシャル問題と見なして略近的に求めた。労力さえいとわなければ他の形状(たとえば対数スパイラル翼)の羽根車などに対しても同様な計算を行うことができる。

この計算を行つたのは水車、ポンプ、船用推進器などに対する参考資料を得るためであつた。しかるにこれらの水力機械の場合においては、回りの水は流れつつある。この流れが物体の水中振動にどんな影響を与えるであろうかについて、若干の推論を付け足しておいた。

2. 基本解

第1図に示すごとく、 z 平面上に内半径 r_1 、外半径 r_2 なる直線状放射状翼が n 枚等角に配列されているとする。この

第1図 放射状翼列に対する等角写像

z 平面と w 平面上の単位円 (n 枚) との対応が

$$z = \left[p + \frac{1}{2} q \left(w + \frac{1}{w} \right) \right]^{1/n} \dots\dots\dots (1)$$

ただし

$$p = \frac{1}{2} (1 + \varepsilon^n) r_2^n, \quad q = \frac{1}{2} (1 - \varepsilon^n) r_3^n$$

$$\varepsilon = r_1/r_2 \dots\dots\dots (2)$$

で与えられることは Spannhake によつて示された⁽⁴⁾。この羽根車が中心 O のまわりに一定の角速度 Ω をもつて回転するときに生ずる“おしのけ流れ”は同氏によつて

$$W = \Omega i \sum_{k=1}^{\infty} (a_k/w^k) \dots\dots\dots (3)$$

の形に与えられた。ただし $W = \phi + i\psi$ は複素速度ポテンシャルである。係数 a_k はフーリエ級数

$$\sum k a_k \sin k\theta = (q/n) \sin \theta R^{2-n}$$

$$R = (p + q \cos \theta)^{1/n} \dots\dots\dots (4)$$

に合うように定むべきである。この解 W を直ちに取りつてもつて角振幅(角速度) Θ をもつて原点 O のまわりにねじり振動をしている羽根車の場合に適用することができる。すなわち角速度が $\Omega = \Theta \sin \omega t$ によつて表わされるねじり振動に対して

$$W = \Theta \sin \omega t \cdot i \sum [a_k/w^k]$$

として、その場合の水の運動が表わされる。各点の流速(振動的)は $v_x = \partial\phi/\partial x$, $v_y = \partial\phi/\partial y$ である。この運動が生じているとき、水域全体に対する水の動エネルギー T は

$$T = \frac{1}{2} \rho \int \phi \frac{\partial\phi}{\partial n} dS = \frac{1}{2} \rho \int \phi V_n |dz| \dots\dots\dots (5)$$

となる。ただし積分はすべての翼の表面のまわりに行わねばならない。(1)において $w = e^{i\theta}$ とおくことに

より $|dz|$ がえられ、また $V_n = \Omega R$ であるから上式の値は

$$T = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 \int_0^{2\pi} \phi \Omega R [p + q \cos \theta]^{1/n-1} \frac{q}{n} \sin \theta d\theta.$$

となる。更に (4) と

$$\phi = -i \cdot p \cdot \Omega \sum_{w^k} \frac{a_k}{w^k} = \Omega \sum a_k \sin k\theta$$

とにより

$$T = -\frac{1}{2} \rho \Omega^2 q \int_0^{2\pi} [\sum a_k \sin k\theta] (p + q \cos \theta)^{1/n-1} \sin \theta d\theta \quad \dots\dots\dots (6)$$

しかるに (4) によれば

$$ka_k = \frac{q}{n\pi} \int_0^{2\pi} \sin k\theta \sin \theta [p + q \cos \theta]^{1/n-1} d\theta \quad \dots\dots\dots (7)$$

であるから

$$T = n\Omega^2 \pi \cdot \frac{1}{2} \rho \sum_{k=1}^{\infty} ka_k^2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

と書くことができる。また逆に (7) を (6) に代入し、かつ

$$\sum \frac{1}{k} \sin k\theta \sin k\xi = \log \left| \frac{\sin \frac{1}{2}(\theta + \xi)}{\sin \frac{1}{2}(\theta - \xi)} \right|$$

なる公式を利用すれば

$$T = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 q^2 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} d\xi \log \left| \frac{\sin \frac{1}{2}(\theta + \xi)}{\sin \frac{1}{2}(\theta - \xi)} \right| \sin \theta \sin \xi (p + q \cos \theta)^{1/n-1} (p + q \cos \xi)^{1/n-1} \quad \dots\dots\dots (9)$$

の形に書くこともできる。

3. $n=1, n=2$ の場合

$n=1$ または $n=2$ の場合に対しては公式(7)の値は簡単に求められる。

すなわち $n=1$ に対しては $a_1 = pq$, $a_2 = \frac{1}{4} q^2$,

$a_3 = 0, \dots\dots, n=2$ に対しては $a_1 = \frac{1}{2} q$,

$a_2 = 0, \dots\dots$, となる。そして

$$T = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 \left(-\frac{1}{2} \pi r_2^4 \right) K \quad \dots\dots\dots (10)$$

とおくときは

$$n=1 \quad K = \frac{1}{8} (1-\varepsilon)^2 \left[(1+\varepsilon)^2 + \frac{1}{8} (1-\varepsilon)^2 \right]$$

$$n=2 \quad K = \frac{1}{4} (1-\varepsilon)^2$$

さて半径が r_2 なる円筒があり、これが剛体と同じように よじり振動をするなれば、動エネルギーは

$$T_0 = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 I = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 \left[\frac{1}{2} \pi r_2^4 \right] \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。そして $T/T_0 = K$ は有限個数の翼の場合と、無限個数の翼の場合との動エネルギーの比を表わす。もし $\varepsilon = r_1/r_2 = 1/2$ となれば $n=1$ に対し $K=0.0713$, $n=2$ に対し $K=0.140$ となる。

4. $n=4, 6, 8$ の場合

前記の公式(9)の値を数値積分によつて求めればよいわけであるが、ここでは係数 a_k を(7)により求め、(8)から T を計算することとした。いま(7)を部分積分によつて書きかえると

$$\left. \begin{aligned} a_k &= \frac{1}{\pi} M_k p^{2/n}, \quad \lambda = q/p = \frac{1-\varepsilon^n}{1+\varepsilon^n} \\ M_k &= \int_0^\pi \cos k\theta (1+\lambda \cos \theta)^{2/n} d\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。ゆえに $y = (1+\lambda \cos \theta)^{2/n}$ なる周期的かん数のフーリエ係数がわかればよい。以下には $r_1/r_2 = \varepsilon = 1/2$ の場合に対する数値を求める。それがためには曲

第2図 $n=4, 6, 8$ に対する y 曲線

線 $y=f(\theta)$ を調和分析器にかければよいわけであるが余りくわしい値を期待することができないから、曲線を多項式で近似せしめた。すなわち下記のごとき区間ごとの多項式による略近表示を得た。

$$n=4. \quad 0 < \theta < 90^\circ, y = 1.371 - 0.371(\theta/90^\circ)^2$$

$$90^\circ < \theta < 155^\circ, y = 1 - 0.56(\theta - 90^\circ)/(65^\circ)$$

$$155^\circ < \theta < 180^\circ, y = 0.3651 + 0.077[(180^\circ - \theta)/(25^\circ)]^2$$

$$n=6. \quad 0 < \theta < 90^\circ, y = 1.2525 - 0.2525(\theta/90^\circ)^2$$

$$90^\circ < \theta < 170^\circ, y = 1.000 - 0.6430(\theta - 90^\circ)/(80^\circ)$$

$$+ 0.046[(\theta - 90^\circ)/(130^\circ)] \cdot [(\theta - 170^\circ)/(130^\circ)]$$

$$170^\circ < \theta < 180^\circ, y = 0.314 + 0.043[(180^\circ - \theta)/(10^\circ)]^2$$

$$n=8. \quad 0 < \theta < 90^\circ, y = 1.188 - 0.188(\theta/90^\circ)^2$$

$$90^\circ < \theta < 170^\circ, y = 1.000 - 0.625[(\theta - 90^\circ)/(80^\circ)]$$

$$+ 0.085[(\theta - 90^\circ)/(130^\circ)] \cdot [(\theta - 170^\circ)/(130^\circ)]$$

$$170^\circ < \theta < 180^\circ, y = 0.080[(180^\circ - \theta)/(10^\circ)]^2 + 0.298,$$

これらの多項式近似の値と本当の y の値との差は、

0.005 をこえないことは検算によつてわかる。ただし $n=8$ に対し $145^\circ < \theta < 170^\circ$ の所で 0.015 の程度の誤差がある。この誤差を更に少なくするような多項式近似を求めることもできるが、ここではひとまずこの程度に止めた。多項式近似を利用して実用的計算をうまく行いうる例は多い⁽⁵⁾⁽⁶⁾。さてこのようにして区間ごとに y を多項式 $y = A_i \theta^2 + B_i \theta + C_i (i=1, 2, 3)$ によつて近似せしめるとき、係数 a_k (したがつて M_k) は

$$\sum_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \cos k\theta [A_i \theta^2 + B_i \theta + C_i] d\theta$$

の計算に帰せられる。この積分を実行し、変形をすれば

$$\begin{aligned} & \sum_k \frac{1}{k} \left| \sin k\theta (A_i \theta^2 + B_i \theta + C_i) \right|_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \\ & + \sum_k \frac{1}{k^3} A_i \left| 2k\theta \cos k\theta - 2 \sin k\theta \right|_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \\ & + \sum_k \frac{1}{k^2} B_i \left| \cos k\theta \right|_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \end{aligned}$$

となる。ところがかん数値 $y_i = A_i \theta^2 + B_i \theta + C_i$ は区間の境界で連続であり、かつ $\theta=0, 180^\circ$ で $\sin k\theta=0$ であるから、この式の第1項は消失する。そして

$$\begin{aligned} M_k = & \frac{1}{k^3} \sum A_i \left| 2k\theta \cos k\theta - 2 \sin k\theta \right|_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \\ & + \frac{1}{k^2} \sum B_i \left| \cos k\theta \right|_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

が得られる。 θ_i については、たとえば $n=4$ に対しては $\theta_1=0, \theta_2=90^\circ, \theta_3=155^\circ, \theta_4=180^\circ$ ととるべきである。この方法によつて計算を行い、 M_k に対して次のような値を得た。

$$\begin{aligned} n=4. M_k = & \frac{1}{k^2} [0.0210 \cos(90^\circ k) - 0.1395 \cos(155^\circ k)] \\ & + \frac{1}{k^3} [0.3008 \sin 90^\circ k + 0.8090 \sin(155^\circ k)] \\ n=6. M_k = & \frac{1}{k^3} [0.1325 \cos(90^\circ k) + 0.0106 \cos(170^\circ k)] \\ & + \frac{1}{k^3} [0.1870 \sin(90^\circ k) + 2.806(170^\circ k)] \\ n=8. M_k = & \frac{1}{k^2} [0.1841 \cos(90^\circ k) + 0.439 \cos(170^\circ k)] \\ & + \frac{1}{k^3} [0.1194 \sin(90^\circ k) + 5.289 \sin(170^\circ k)] \end{aligned}$$

このようにして M_k の値がわかつたのであるから、次には

$$\sum_{k=1}^{\infty} k a_k^2 = \frac{1}{\pi^2} p^{4/n} \sum_{k=1}^{\infty} k M_k^2 \dots\dots\dots (13a)$$

を計算せねばならない。これは

$$S_m(\alpha) = \sum_k \frac{\sin k\alpha}{k^m}, \quad C_m(\alpha) = \sum_k \frac{\cos k\alpha}{k^m}$$

の値さえわかつていけば、たやすく求められるはずである。しかるに

$$B_{2m}(x) = (-1)^{m+1} 2(2m)! \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2\pi kx}{(2\pi k)^{2m}}$$

$$B_{2m+1}(x) = (-1)^{m+1} 2(2m+1)! \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin 2\pi kx}{(2\pi k)^{2m+1}}$$

なることが知られている⁽⁷⁾。また一方において

$$\log \sin \frac{x}{2} + \log 2 = - \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\cos Vx}{V}$$

なる公式⁽⁷⁾ から出発し、くりかえして積分を行えば

$$\sum_k \frac{\cos k\alpha}{k^{2m+1}}, \quad \sum_k \frac{\sin k\alpha}{k^{2m}}$$

の値も得られるはずである。しかし必ずしも簡便と言えない。ここでは M_k の値を順々に計算し、下表のごとき値を得た。

第1表 M_k の値

n	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
4	0.7686	-0.1051	0.0202	-0.0096	0.0045	-0.0009
6	0.6680	-0.1506	0.0462	-0.0193	0.0184	-0.0135
8	0.6036	-0.1690	0.0513	-0.0206	0.0221	-0.0147

指数 k がある整数 h 以上に大きくなれば、 $M_k \leq M_0/k^2$ と見られる。ゆえに $\sum k M_k^2$ に対して $h < k$ のものは $\sum M_0^2/k^3$ の程度の値を寄与する。これは略近的に

$$\int_h^{\infty} \frac{M_0^2}{k^3} dk = \frac{M_0^2}{2h^2}$$

の程度の値と評価される。かような評価により第2表のような概算値がえられる。そして(13a)により

第2表

$n=4$	$n=6$	$n=8$
$\sum_{k=1}^{\infty} k M_k^2 = 0.614$	0.505	0.437

(8) は

$$T = n\Omega^2 \cdot \frac{1}{2} \pi \rho \cdot \frac{r_2^4}{\pi^2} \left[\frac{1+\varepsilon^n}{2} \right]^{4/n} \sum k M_k^2$$

となる。これより比 $T/T_0 = K$ を求めると

$$K = \frac{2}{\pi^2} \left[\frac{1}{2} (1+\varepsilon^n) \right]^{4/n} \sum k M_k^2$$

第3図 仮性質量係数 K

となる。この K の値は $n=4, 6, 8$ に対してそれぞれ 0.264, 0.386, 0.502 となつた。以上に得た値をグラフにしたものを第3図に示してある。この図によると翼数 n の増加と共に係数 K は正比例的よりやや少い割合でまじっている。翼数 n が無限大になれば K は $(1-\varepsilon^4)(\varepsilon=1/2)$ に対して 0.9379 に近づくべきであるが、 $n=8$ ぐらいまでではまだその半分ぐらいにしか達していない。実際の場合にはもちろん翼端にうずができたりに理論値と違ってくるであろう。しかし平円板に対する実際結果から見ると、その差異は余り大きくないものと思われる。

5. 流れ速度の影響について

実際の水力機械の翼においては、その回りを流れが通つている状況の下で翼が振動をする。この場合の影響を調べるために下記のごとき考察を行つた。いま第4図に示すごとく、ある固体 S が流体中に固定されており、その回りに流れがあるものとする。簡単のために流れはポテンシャル ϕ をもっているものとする。

第4図 流れの中におかれた物体の振動

その流速は $v_x = \partial\phi/\partial x$, $v_y = \partial\phi/\partial y$, $v_z = \partial\phi/\partial z$ で与えられる。物体の表面上では $\partial\phi/\partial n = 0$ でなくてはならない。次にこの物体 S が微小振動を起しており、そのために回りの水は更に $\phi = \phi_1[dA/dt] = \phi_1 \dot{A}$ なるポテンシャルで表わされるところの微小運動が添加されるものとする。 $\dot{A}$ は速度振幅に比例するものであり、時間 t のかん数である。 ϕ_1 は座標 (x, y, z) のかん数であり、附加運動の波長が物体の寸法に比べてかなり大きいときには、不可圧縮性の場合と見て、 $\nabla^2 \phi_1 = 0$ としてよい。ただし ϕ_1 は物体表面上において、物体と水との(振動の)法線速度が合致するように定めなくてはならない。 ϕ と ϕ_1 との合成の運動に対し、流体中の各点の圧力 p は

$$p = -\rho \frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} + \frac{\partial\phi_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\partial\phi_1}{\partial z} \right)^2 \right]$$

により与えられる。これは

$$\begin{aligned} p_1 &= -\frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} \right)^2 \right] \\ p_2 &= -\rho \phi_1 \frac{d\dot{A}}{dt} - \rho \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\phi_1}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{\partial\phi_1}{\partial y} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \frac{\partial\phi_1}{\partial z} \right] \dot{A} \\ p_3 &= -\frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial\phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi_1}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi_1}{\partial z} \right)^2 \right] (\dot{A})^2 \end{aligned}$$

なる三つのものの和として表わされる。 p_3 は二次の微小量であり、ここでは省略する。そして圧力 $(p_1 + p_2)$ によつて x 方向に生ずる力は

$$\int (p_1 + p_2) \cos(x, n) dS = F' \dot{A} + M' \frac{d\dot{A}}{dt}$$

の形に書かれる。ただし

$$M' = \int \rho \phi_1 \cos(x, n) dS \dots \dots \dots (14)$$

$$F' = \int \rho \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\phi_1}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{\partial\phi_1}{\partial y} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \frac{\partial\phi_1}{\partial z} \right] \cos(x, n) dS \dots \dots \dots (15)$$

とおく。積分は物体 S の全表面の面積に対して行うものとする。簡単のために物体 S はばね定数が K であるところのばねによつて支持せられ、かつこれに外力 $F_x(t)$ が加えられるものとする。この物体の x 方向の運動の方程式は(水の影響をも加えて)

$$(M + M') \frac{d^2 A}{dt^2} + (F + F') \frac{dA}{dt} + KA = F_x(t) \dots \dots \dots (16)$$

となる。ただし M は物体自身の質量、 F は物体の振動に作用する抵抗力である。物体のまわりの水の影響は二色に現われる。その一は M' であつて、そのために物体の質量が見かけ上増した結果となる。前節の動エネルギーの計算によつて求めたものがこれである。その二は F' であつて、見掛け上抵抗力が増大したと同じ効果を呈する。これを要するに、まわりの水流が物体の振動に及ぼす影響は、流速に無関係に生ずるところの仮性質量と、流速に比例するところの減衰力との二つとなつて現われる。

以上は理論上の推論にすぎないのであるが、なお実験的に調べてみる必要がある。当工学部の水力実験室の工事がおくれたため、実験に関する報告がここにできないのは残念である。

6. 放射状の翼をもつた羽根車の中よじり振動に対する減衰力 F' の計算

前節では簡単のために物体が単一方向に振動する場合について述べたのであるが、もちろん物体がもつと複雑な運動をしている場合に対しても同様な推論が行われる。第1図に示した放射状をした羽根車の翼が中心 O のまわりによじり振動をする場合に、中心 O のまわりの抵抗力モーメントは

$$F' = \int \rho \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{\partial\phi}{\partial y} \right] R dR \dots \dots (17)$$

である。 x 軸と一致せる1個の翼を考えると、その上では $\partial\phi/\partial y = 0$ であるから

$$F' = \int \rho \frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\phi}{\partial x} R dR \dots \dots \dots (18)$$

となる。物体のまわりの流れは原点 O から出発するところの放射状流れであるとすれば（その合理性はここには問わない）半径方向の流速は $V_r = Q/r$ の形で表わされる。 x 軸と一致せる一つの翼の上では $\partial\phi/\partial x = V_x = V_r = Q/R$ となる。また $\partial\phi/\partial x - i\partial\phi/\partial y = v_x - iv_y = dW/dz = (dW/dw)/(dz/dw)$ であるからその値は (1), (3) によつて求められる。特に翼面上では $w = e^{i\theta}$ であるから

$$v_x - iv_y = -\Omega \frac{n}{q} [\sum ka_k e^{-ik\theta}] \frac{(p+q \cos \theta)^{1-1/n}}{\sin \theta}$$

これより

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = v_x = -\Omega \frac{n}{q} (p+q \cos \theta)^{1-1/n} \sum ka_k \cos k\theta / \sin \theta$$

更に

$$R = (p+q \cos \theta)^{1/n}, dR = -\frac{q}{n} \sin \theta (p+q \cos \theta)^{\frac{1}{n}-1} d\theta$$

以上の値を(18)に代入することにより、翼の片面について

$$\begin{aligned} F' &= \rho \int_0^\pi \frac{Q}{R} \Omega \frac{n}{q} (p+q \cos \theta)^{1-1/n} \frac{1}{\sin \theta} \\ &\times [\sum ka_k \cos k\theta] \frac{R}{n} (p+q \cos \theta)^{1/n-1} q \sin \theta d\theta \\ &= \rho Q \Omega \int_0^\pi \sum ka_k \cos k\theta d\theta = 0 \end{aligned}$$

ゆえにこの特定の場合には $F' = 0$ となる。

なお前節の問題に関しいろいろな計算を行つてゐる。それは別途に報告したい。

注：一

- (1) 昭和 25 年 4 月 7 日 第 27 期定時総会議演会において講演，原稿受付 昭和 25 年 6 月 3 日。
- (2) 正員，慶応義塾大学工学部。
- (3) 鬼頭史城，水力機械の振動における仮性質量について，機械学会誌，52 卷 373 号，(昭 25-1)。
- (4) W. Müller, Mathematische Strömungslehre, 1928, § 48.
- (5) Fuchs-Hopf-Seewald, Aerodynamik, 1935, Bd. II
- (6) 鬼頭史城，多項式近似について，造船協会雑誌，昭 19, 5 月。
- (7) Courant-Hilbert, Methoden der Math. Physik, Bd. I (1 Aufl.) S.85. (2 Aufl. にはこの項が削除されている。)

軸流ポンプの特性について⁽¹⁾

石原 智男⁽²⁾ 田原 晴男⁽³⁾

On Characteristics of Axial Flow Pump

by Tomoo ISHIHARA and Haruo TAHARA

On the theoretical analysis of the axial flow pump, it has been assumed that all stream lines are on cylindrical surfaces, the axis of which is the axis of rotation. But apart from the normal condition this assumption will not be correct. The fluid gets together near the boss when the discharge exceeds the normal one, while near the tip when the discharge is less than the normal one. Particularly, when the discharge is less than a certain value, the back-flow appears, and this condition gives a marked effect on the characteristics of the axial flow pump.

1. 緒 論

軸流の水ポンプまたは送風機における理論的解析には軸を中心とする円とう面を展開し、いわゆる無限翼列の問題として扱う方法が主として用いられている。この方法では半径方向の流速成分がないことを基本的仮定としているが、実際にはこの仮定は正規の回転数、流量を除いては、一般に成立しないようであつて正規状態以外では半径方向の流速成分について考慮せねばならない。

しかるにかような流体機械における複雑な翼車の形状を境界条件として三次元の流れを解析することは現在のところほとんど不可能であるので、本報告においては翼数・翼型等の影響はしばらく閉却し翼数がきわ

めて多く流れは円周方向に一樣であるとして半径方向の流れの状態の変化に着目した。翼車出口において速度成分の分布を求めたが、その結果正規状態では軸方向速度が半径方向に変化せず流れが軸に平行であるけれども、正規状態以外では一般に流速分布は一樣でなく翼車内で流線が半径方向にまげられることが示される。特にある流量より低流量の領域では、翼車の一部で逆流を起し翼車はその一部分のみ有効に働くようになる。かような異常な運転状態では水頭・損失に大きな影響が与えられることは当然考えられるところで逆流を発生する流量を境界として水頭、諸損失したがつて特性曲線に顕著な差異を予想することができる。

軸流流体機械の正規でない運転状態における流動状態については鬼頭教授の研究⁽⁴⁾があるが、本報告の目