621. 664. 01

歯車ポンプにおける漏れ(第3報)⁽¹⁾

(歯車の側面および歯先すきまの選び方)

市 川 常 雄⁽²⁾

Leakage in Gear Pump (3rd Report)

by Tsuneo ICHIKAWA

The best values of the side clearance s and the tip clearance δ of gears are given by the following equations;

$$s = C_s \left(\frac{\mu N}{P} \right)^{1/2}, \quad \delta = C_\delta \left(\frac{\mu N}{P} \right)^{1/2}$$

where C_s and C_δ are constants determined by the construction of gear pump.

μ =viscosity of the oil, N =no. of revolution,

and P =pressure given to the oil by the pump.

1. 緒 言

第2報⁽³⁾において一つの歯車ポンプについて側面すきま s をいろいろ変えて実験を行つた結果、大体 0.1 mm の時に全効率 η が最大になつた。しかしこの値は歯車ポンプの構造と大きさ、回転数および油の粘度によつて変ると思われるので、あらゆる場合に対する s の最良値を一般的に求める式を導いた。なお歯先すきま δ について同様な立場から最良値を求める式を導いた。

2. 側面すきま

第1報⁽⁴⁾(4)式に示したごとく歯車側面における

第 1 図

油の円周方向速度成分は一般に次式で与えられる。

$$u = \omega r \left(1 - \frac{z}{s} \right) - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{r \partial \theta} (s - z) \quad \dots\dots(1)$$

$$\therefore \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} = -\omega r \frac{1}{s} - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{r \partial \theta} s \quad \dots\dots(2)$$

したがつて歯車母体が油の摩擦抵抗に逆らつて回転するに要するモーメントを M_1 とすると

$$M_1 = 4 \int_{R_0}^{R_1} \int_0^{2\pi} -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} \cdot r \cdot l \cdot d\theta \cdot r \quad \dots\dots(3)$$

(2)を(3)に代入して積分すると

$$M_1 = 4 \mu \int_{R_0}^{R_1} r^2 dr \left[-\frac{\omega r}{s} \theta + \frac{1}{2\mu} \frac{1}{r} p_s \right]_0^{2\pi}$$

しかるに歯車母体側面の圧力 p は第1報(18)式に次のごとく与えられている。

$$p = \frac{P_d + P_s}{2} - \rho \frac{\omega^2}{2} (R_2^2 - r^2) + \frac{P_d - P_s}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{R_1} \right)^n + \left(\frac{R_0}{r} \right)^n \cdot \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^n \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^{2n}}$$

$$\times \frac{1}{n^2} \left\{ \frac{\sin n(\pi - \theta_0)}{\pi - \theta_0} + \frac{\sin n(\pi - \theta_1)}{\theta_1} \right\} \sin n\theta$$

これを上式に代入すると

$$M_1 = 4 \mu \int_{R_0}^{R_1} 2\pi \frac{\omega}{s} r^3 dr = 2\pi \frac{\mu \omega}{s} (R_1^4 - R_0^4) \quad \dots\dots(4)$$

次に歯側面の摩擦抵抗のモーメント M_2 を求める。まずケーシングに接している歯については

$$\frac{\partial p}{r \partial \theta} = \frac{P}{T} \frac{2}{\pi m} (P = P_d - P_s)$$

これを(2)式に代入すると

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} = -\omega r \frac{1}{s} - \frac{1}{\mu} \frac{P}{T} \frac{1}{\pi m} s$$

したがつて必要なモーメントは

$$M_2' = 4 T \int_{R_1}^{R_2} -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} \cdot \frac{\pi m}{2} dr \cdot r = 2\pi \frac{T \mu \omega m}{s} \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} + P s (R_2^2 - R_1^2) \quad \dots\dots(5)$$

同様にしてみ合っている歯に対しては

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{r \partial \theta} &= -\frac{2P}{\pi m} \\ \therefore \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} &= -\omega r \frac{1}{s} + \frac{1}{\mu} \frac{P}{\pi m} s \\ \therefore M_2'' &= 4 \int_{R_1}^{R_2} -\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} \frac{\pi m}{2} dr \cdot r \\ &= 2\pi \frac{\mu \omega m}{s} \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \\ &\quad - P \cdot s (R_2^2 - R_1^2) \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

その他の歯に対しては

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{r \partial \theta} &= 0 \\ \therefore \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=0} &= -\frac{\omega r}{s} \\ \therefore M_2''' &= 4(T_0 - T - 1) \cdot \frac{\mu \omega m}{s} \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

全部の歯の摩擦抵抗モーメントは (5), (6), (7) を加えて

$$\begin{aligned} M_2 &= 2\pi \frac{\mu \omega m}{s} \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} T_0 \\ &= 2\pi \frac{\mu \omega}{s} \cdot \frac{R_2^3 - R_1^3}{3} d \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

d は歯車のピッチ円の直径である。

M_1, M_2 による単位時間のエネルギー損失を L_1, L_2 とすると

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= M_1 \cdot \omega = K_1 \frac{\mu N^2}{s} \\ K_1 &= 2\pi \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 (R_1^4 - R_0^4) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} I_2 &= M_2 \cdot \omega = K_2 \frac{\mu N^2}{s} \\ K_2 &= \frac{2\pi}{3} \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 (R_2^3 - R_1^3) d \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

歯車母体側面および歯側面の単位時間の漏れ量 q_1, q_2 は第 1 報において求めたごとく

$$q_1 = k_1 \frac{P s^3}{\mu} \dots \dots \dots (11)$$

$$\text{ただし } k_1 = \frac{2}{3\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^{2n}}{1 + \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^{2n}}$$

$$\times \frac{1}{n^2} \left\{ \frac{\sin n(\pi - \theta_0)}{\pi - \theta_0} + \frac{\sin n(\pi - \theta_1)}{\theta_1} \right\}$$

$$n=1, 3, 5, \dots$$

$$q_2 = k_2 \frac{P s^3}{\mu} \dots \dots \dots (12)$$

$$\text{ただし } k_2 = \frac{2}{3\pi m} \left(\frac{R_2 - R_1}{T} + \frac{d}{2} - R_1 \right)$$

これらの漏れによる単位時間のエネルギー損失は

$$(q_1 + q_2) \cdot P = (k_1 + k_2) \frac{P^2 s^3}{\mu}$$

したがって歯車側面における単位時間のエネルギー損失は全体で

$$\begin{aligned} E_s &= L_1 + L_2 + (q_1 + q_2) P \\ &= (K_1 + K_2) \frac{\mu N^2}{s} + (k_1 + k_2) \frac{P^2 s^3}{\mu} \dots \dots (13) \end{aligned}$$

第 2 図

この E_s を最小ならしめる s の値 s_0 を求めると

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_s}{\partial s} &= -(K_1 + K_2) \frac{\mu N^2}{s^2} + 3(k_1 + k_2) \frac{P^2 s^2}{\mu} = 0 \\ \therefore s_0 &= \left(\frac{1}{3} \frac{K_1 + K_2}{k_1 + k_2} \right)^{1/4} \left(\frac{\mu N}{P} \right)^{1/2} \dots \dots (14) \end{aligned}$$

K_1, K_2, k_1, k_2 は前記のごとく歯車ポンプの構造によつてきまる定数であるから、一つの歯車ポンプについては s_0 は $\mu N/P$ なる無次元量によつて決定する。上式における k_1 の計算が相当複雑であるが第 1 報の第 10 図によれば簡単に求められる。

今一つの例として第 2 報において実験した歯車ポンプについて s_0 の値を計算してみよう。 $T_0 = 10$, $m = 4 \text{ mm}$, $d = 4 \text{ cm}$, $R_2 = 2.4 \text{ cm}$, $R_1 = 1.59 \text{ cm}$, $R_0 = 1 \text{ cm}$ とすると, $K_1 = 0.372$, $K_2 = 0.90$, $k_1 + k_2 = 0.575$ となるから

$$s_0 = 0.922 \left(\frac{\mu N}{P} \right)^{1/2}$$

運転条件として $N = 1170 \text{ rpm}$, $P = 8 \text{ kg/cm}^2$, $\mu = 0.74 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{s/cm}^2$ (30°C くらいのマシン油) とすると

$$s_0 = 0.10 \text{ mm}$$

となり、実験の場合と一致する。

3. 歯先すきま

歯先すきま δ における油の速度分布は第 1 報 (27) 式に次のごとく与えられている。

$$\begin{aligned} u &= \frac{\omega R_2}{\delta} (R_2 + \delta - r) \\ &\quad + \frac{P}{2\mu T t} (r^2 - 2rR_2 - r\delta + R_2^2 + \delta R_2) \dots \dots (15) \end{aligned}$$

$$\therefore \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=R_2} = -\frac{\omega R_2}{\delta} - \frac{P}{2\mu T t} \delta \dots \dots \dots (16)$$

したがって摩擦抵抗のモーメントは

$$M_3 = -2 T \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=R_2} \frac{b t R_2}{\delta} \\ = \frac{4\pi}{60} T b t R_2^2 \frac{\mu N}{\delta} + P b R_2 \delta \dots\dots\dots(17)$$

これによる単位時間のエネルギー損失は

$$I_3 = M_3 \cdot \omega = 2 \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 T b t R_2^2 \frac{\mu N}{\delta} \\ + \frac{2\pi}{60} P b R_2 \delta N \dots\dots\dots(18)$$

また歯先からの単位時間の漏れ量は第1報(28)式に次のごとく与えられている。

$$q_3 = \frac{b}{6 T t} \frac{P \delta^3}{\mu} - \frac{2\pi}{60} b R_2 \delta N \dots\dots\dots(19)$$

したがって歯先すきまにおける単位時間のエネルギー損失は全体で

$$E_\delta = I_3 + q_3 \cdot P = 2 \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 T b t R_2^2 \frac{\mu N}{\delta} \\ + \frac{b}{6 T t} \frac{P^2 \delta^3}{\mu} \dots\dots\dots(20)$$

この E_δ を最小ならしめる δ の値 δ_0 を求めると

$$\frac{\partial E_\delta}{\partial \delta} = -2 \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 T b t R_2^2 \frac{\mu N}{\delta^2} + \frac{b}{2 T t} \frac{P^2 \delta^2}{\mu} = 0 \\ \therefore \delta_0 = \left(\frac{\pi}{15} T t R_2 \right)^{1/2} \left(\frac{\mu N}{P} \right)^{1/2} \dots\dots\dots(21)$$

となり、 s_0 と同様に歯先ポンプの構造と $\mu N/P$ なる無次元量によつて決定する。この δ_0 は宮津教授⁽⁵⁾が別の立場から求めた結果と表現の方法は異なるが内容は全く一致する。

s_0 の場合と同様に第2報において実験した歯車ボ

ンプについて δ_0 を計算すると

$$\delta_0 = 0.99 \left(\frac{\mu N}{P} \right)^{1/2}$$

運転条件として $N=1170$ rpm, $P=8$ kg/cm², $\mu=1.4 \times 10^{-6}$ kg·s/cm² (20°C くらいのマシン油) とする

$$\delta_0 = 0.14 \text{ mm}$$

となる。使用したポンプのすきまは 0.145 mm であつたからこの場合には大体適当な値である。

4. 結 び

以上のごとく歯車ポンプの側面すきまおよび歯先すきまの最良値の式が一般的に求められたが、両者共に歯車ポンプの構造が定まれば無次元量 $\mu N/P$ によつて定まる。これは第1報において一つの歯車ポンプに対して、容積効率が同じく $\mu N/P$ のかん数になつたことと共に注目すべき現象である。今後精密な実験装置によつて詳細な実験を行つて、以上の事実を十分に検討するつもりである。

最後に本研究に当つていろいろと御指導をいただいた東京工大の板谷教授に心から感謝の意を捧げる次第である。

注：—

- (1) 昭和 25 年 9 月 18 日 第 505 回講演会において講演，原稿受付 昭和 25 年 9 月 26 日。
- (2) 正員，浜松工業専門学校。
- (3) 機械学会誌，53 巻 381 号，(昭 25—10)。
- (4) 機械学会誌，52 巻 368 号，(昭 24—8)。
- (5) 機械学会誌，52 巻 366 号，(昭 24—6)。

621. 664. 01

歯 車 ポ ン プ に お け る 漏 れ (第 4 報)⁽¹⁾

(小型潤滑油用歯車ポンプの場合)

市 川 常 雄⁽²⁾

Leakage in Gear Pump (4th Report)

by Tsuneo ICHIKAWA

The author calculated theoretically the pressure distributions at the side clearances of gears and the quantity of leakage through there per unit time for the gear pump of a type different from that had been treated in 1st and 2nd reports, and the results were proved by experiment.

1. 緒 言

自動車の潤滑油の循環に用いる歯車ポンプのごとく、小型の潤滑油ポンプには第1図に示すごとく駆動歯車は片側だけの軸受でささえられ、被駆動歯車はケ

ーシングに植え込みになつた軸上を回転する形式のものがよくある。この場合一般に歯車側面において軸と歯車とが接統する部分は図に示すようにみぞができていことが多い。このような構造の歯車ポンプの側面すきまの漏れは従来研究発表した一般の歯車ポンプ