すばれている。すきまを通る流量はこの流線かん数 Ψ から求めることもできる。それは具体例につき稿を改めて述べることにする⁽⁴⁾。

7. 結 論

歯車端面と胴体とのつくる環状すきまの中の流れを論じ次の点を明らかにした。

(1) 流体層の圧力を厚さの方向に変らないとし、流れの慣性も無視すれば、圧力分布は歯車の回転とは無関係に定まる。

(2) 流速は歯車の誘起する回転流と、圧力の定むるポテンシャル流との独立の効果の和として定まる。

(3) 等圧線は端面に平行な各層で一致するが、流線は層ごとに異なる、回転面上の流線は同心円、固定面上の流線は圧力と回転とによつて定まる。回転がなければ各層に同形の、等圧線に直交する流線が表われる。

(4) 端面の駆動に要する動力は $\pi\mu\omega^2(a^4-b^4)/2\delta$ である。 μ は粘性係数、 ω は歯車の角速度、 a は歯先半径、 b は車軸半径、 δ はすきまの大きさを表わす。

(5) 端面すきまからの漏れの量は、端面の回転には無関係に定まる。

(6) 慣性を考慮すれば、端面の回転によつて、車軸方向および半径方向の流速を伴い、また半径に応じて流体層の圧力を高める。それは歯車の回転に相当する遠心圧力の 1/3 の程度である。

本文は文部省科学研究費による研究の一部を報告したものである。

注：—

(1) 昭和 24 年 4 月 5 日 第 26 期定時総会議演会において講演、原稿受付 昭和 26 年 8 月 28 日。

(2) 正員、東京大学生産技術研究所。

(3) F. Schultz-Grunew, Z.A.M.M., 15 巻 191 ページ (1935)。

(4) NCTAM 論文集, 1 巻に寄稿。

621-634-01

歯車ポンプ端面すきまの流体力学 (第3報)⁽¹⁾

——端面せん断応力を最小とするすきまの決定——

宮 津 純⁽²⁾

Hydrodynamics of the End Clearance of a Gear Pump (3rd Report)

by Atsushi MIYADZU

The optimum end clearance of a gear pump has been given from the standpoint that the maximum shearing stress caused on the boundary planes is minimum.

The shearing stress acting at any fixed point changes periodically for the rotating boundary but is unchanged for the fixed boundary, and it is not clear whether or not the shearing stress plays a part for abrading the surface and if it does it is due to either its magnitude or its variation, but they seem to have, at least, some relation.

In this paper, it was tried to determine the amount of clearance from viewpoint stated above. The result shows that

- (1) The diameter of shaft has little effect on the optimum value.
- (2) The optimum clearance becomes smaller as the inlet and outlet are nearer to the gearing part.
- (3) The direction of rotation does not change the result.

1. 緒 言

歯車ポンプの歯車端面と、それに対向する胴壁面との摩擦を小さくするには、端面に加わるせん断応力を小さくすることが有効であろうという見地から、それに適するすきまを、理論的に決定したものである。

計算を簡単に行うため、問題を二段にわけて、軸の大きさの影響と、吐出し、吸込みの位置の影響とを、それぞれ別個の問題として扱い、なお歯車が逆回転する場合をも考慮した。

2. 軸 の 影 響

2.1 基本式 歯先円に沿う圧力分布は簡単に正弦曲線であらわされて、一定に保たれるとし、軸の大きさのみ変わる場合を考える。歯車端面の圧力 p と通り抜け流れの速度ポテンシャル ϕ とは以前の結果⁽³⁾から次のごとくなる。

$$p = \frac{1}{2} \gamma h \left[1 + \frac{\varepsilon^2 + R^2}{(1 + \varepsilon^2) R} \sin \theta \right]$$

$$\phi = \frac{\gamma h}{4\mu} (\delta - z) z \left[1 + \frac{\varepsilon^2 + R^2}{(1 + \varepsilon^2) R} \sin \theta \right]$$

ここに p は圧力, γ は単位体積の流体の重量, $h = (p_a - p_s)/\gamma$, p_a , p_s はそれぞれ吐出し, 吸込み圧力, r , θ は座標 (第1図), $\varepsilon = a/b$, $R = r/b$, a は車軸半径, b は歯先半径, μ は粘性係数, δ は端面すきまの大きさ, z は歯車端面からの距離.

r , θ 方向の流速は

第1図 端面すきまの流れと記号

$$V_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\gamma h}{4\mu} (\delta - z) z \frac{R^2 - \varepsilon^2}{b(1 + \varepsilon^2) R^2} \sin \theta$$

$$V_\theta = \frac{\omega r}{\delta} z - \frac{\partial \phi}{r \partial \theta}$$

$$= \frac{\omega r}{\delta} z - \frac{\gamma h}{4\mu} (\delta - z) z \frac{R^2 + \varepsilon^2}{b(1 + \varepsilon^2) R^2} \cos \theta$$

ただし ω は歯車の角速度 (rad/s) をあらわす.

r , θ 方向のせん断応力は

$$\tau_r = \mu \frac{\partial V_r}{\partial z} = \frac{\gamma h}{4} (\delta - 2z) \frac{R^2 - \varepsilon^2}{b(1 + \varepsilon^2) R^2} \sin \theta$$

$$\tau_\theta = \mu \frac{\partial V_\theta}{\partial z}$$

$$= \frac{\mu}{\delta} \omega r - \frac{\gamma h}{4} (\delta - 2z) \frac{R^2 + \varepsilon^2}{b(1 + \varepsilon^2) R^2} \cos \theta$$

せん断応力の合成値 $\sqrt{\tau_r^2 + \tau_\theta^2}$ は, 一般に円周上では, $\theta = 0$, $\theta = \pi$ で極大極小値をもち, しかもそこでは $\tau_r = 0$ となる.

考慮すべき所は歯車端面 ($z = \delta$) と, 対向する胴体壁面 ($z = 0$) とである.

歯車端面 ($z = \delta$) のせん断応力

$$\tau_{r\delta} = -\frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{R^2 - \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2) R^2} \sin \theta$$

$$\tau_{\theta\delta} = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{R^2 + \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2) R^2} \cos \theta$$

胴体壁面 ($z = 0$) のせん断応力

$$\tau_{r0} = \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{R^2 - \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2) R^2} \sin \theta$$

$$\tau_{\theta0} = \frac{\mu}{\delta} \omega r - \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{R^2 + \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2) R^2} \cos \theta$$

2.2 最大せん断応力 回転する歯車端面におけるせん断応力の極大値は $\theta = 0$ にある. それを τ と書

けば

$$\tau = (\tau_{\theta\delta})_{\theta=0} = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{R^2 + \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2) R^2}$$

固定壁面におけるせん断応力の極大値は $\theta = \pi$ にある. しかもその大きさは上の τ と一致する. したがって回転, 固定両面について, 上式よりその最大値が定まる.

2.3 最大せん断応力を最小にするすきま τ は半径 r の増加とともに, 始めに減少して後に増大し, 極小値をもっている. したがって最大値は軸の表面 ($r = a$) か歯先 ($r = b$) かに存在する. そのそれぞれを τ_a, τ_b と書けば,

$$\tau_a = \frac{\mu}{\delta} \omega a + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{2}{1 + \varepsilon^2}$$

$$\tau_b = \frac{\mu}{\delta} \omega b + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right)$$

となる. すきまの値 δ にたいして τ_a と τ_b とは第2図に示すごとく変化し, いずれも極小値をもっている. しかしそのいずれかが, 極小値をとる場合, 他方はより大きくなるので, いずれかに極小値をとらせることはできない. 応力の最大値をなるべく小さくするには, 双方を等しくするすきまを選ばねばならない.

(この点の詳細は後に述べる). $\tau_a = \tau_b$ となるすきま δ_{ab} は次のごとくなる.

$$\delta_{ab} = \sqrt{\frac{2\nu\pi\omega b^2}{gh}} \sqrt{\frac{2}{\pi} \left(\frac{1 + \varepsilon^2}{1 + \varepsilon} \right)}$$

ν は流体の動粘性係数, g は重力加速度をあらわす.

δ_{ab} に相当するせん断応力 τ_{ab} は

$$\tau_{ab} = \left(\frac{2 + \varepsilon + \varepsilon^2}{1 + \varepsilon} \right) \frac{\mu \omega b}{\delta_{ab}}$$

これとの比の形で τ_a, τ_b をあらわせば

$$\frac{\tau_a}{\tau_{ab}} = \left(\frac{1 + \varepsilon}{2 + \varepsilon + \varepsilon^2} \right) \left(\varepsilon \frac{\delta_{ab}}{\delta} + \frac{2}{1 + \varepsilon} \frac{\delta}{\delta_{ab}} \right),$$

$$\frac{\tau_b}{\tau_{ab}} = \left(\frac{1 + \varepsilon}{2 + \varepsilon + \varepsilon^2} \right) \left(\frac{\delta_{ab}}{\delta} + \frac{1 + \varepsilon^2}{1 + \varepsilon} \frac{\delta}{\delta_{ab}} \right)$$

となる. これらの δ/δ_{ab} にたいする変化の一例を第2図に示す.

この曲線の中, τ_b の極小値を与えるすきまを δ_{bm} とすれば

$$\frac{\delta_{bm}}{\delta_{ab}} = \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon^2}} > 1, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

となり, δ_{bm} は一般に δ_{ab} よりも大きい. また τ_a を極小にするすきま δ_{am} については

$$\frac{\delta_{am}}{\delta_{ab}} = \sqrt{\frac{\varepsilon(1 + \varepsilon)}{2}} < 1, \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

となり, δ_{am} は一般に δ_{ab} よりも小さい. ゆえに τ_a と τ_b との関係は常に第2図のごとくなつて, その交点はそれぞれの極小点に挟まれる. ゆえにせん断応力

の最大値をなるべく小さくするには, δ_{ab} をとらねばならない. これを

第2図 端面すきまと最大せん断応力との関係
(τ_a は軸のところで, τ_b は歯先のところ)

$$\delta_{ab} = \zeta_{ab} \sqrt{\frac{2\nu\omega b^2}{gh}} = \zeta_{ab} \sqrt{\frac{2\nu s U}{gh}} \dots\dots\dots (1)$$

ここに $s = \pi b$ (歯先円周の長さ), $U = \pi b \omega$ (歯先の毎秒周速度), の形に書けば係数は

$$\zeta_{ab} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \left(\frac{1+\varepsilon^2}{1+\varepsilon} \right)} \dots\dots\dots (2)$$

第3図 端面せん断応力を最小とするすきまの算式(1)の係数値

となる. ζ_{ab} は軸半径と歯先半径との比 ε によつて第3図のごとく変化する. これより半径比は著しい影響をもつていないことがわかる.

3. 吐出し, 吸込みの位置の影響

3.1 基本式 軸を考慮せず, 出入口の位置の影響のみ考える場合には, 必要な諸式は次のごとくあらわ

第4図 端面圧力の極大極小点を示す曲線(太実線)と記号(吐出し, 吸込みの位置がかみ合い点に違い場合)

される. ただし, 吐出しの中央に相当する歯先点を M' , 吸込みの中央に相当する歯先点を N' とするとき, その位置を規定する角度 $\theta_{M'}$ (第4図) は

$$\theta_{M'} = \tan^{-1} \frac{\lambda^2 - 1}{2\lambda}$$

によつて λ と結ばれている.

$\theta_{M'} < \pi/2$ の場合 (第4図)

$$p = \frac{1}{2} \gamma h \left[\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1} + (\lambda^2 - 1) \frac{R \sin \theta}{\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2} \right]$$

$$\phi = \frac{\gamma h}{4\mu} (\delta - z) z \left[\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1} + (\lambda^2 - 1) \frac{R \sin \theta}{\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2} \right]$$

$$V_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} = -\frac{\gamma h}{4\mu} (\delta - z) z (\lambda^2 - 1)$$

$$\times \frac{(\lambda^2 - R^2) \sin \theta}{b(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

$$V_\theta = \frac{\omega r}{\delta} z - \frac{\partial \phi}{r \partial \theta}$$

$$= \frac{\omega r}{\delta} z - \frac{\gamma h}{4\mu} (\delta - z) z (\lambda^2 - 1)$$

$$\times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{b(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

$$\tau_r = \mu \frac{\partial V_r}{\partial z} = -\frac{1}{4} \gamma h (\delta - 2z) (\lambda^2 - 1)$$

$$\times \frac{(\lambda^2 - R^2) \sin \theta}{b(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

$$\tau_\theta = \mu \frac{\partial V_\theta}{\partial z} = \frac{\mu}{\delta} \omega r - \frac{1}{4} \gamma h (\delta - 2z) (\lambda^2 - 1)$$

$$\times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{b(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

せん断応力の合成値 τ の極大極小は, この場合にも, $\theta = 0$ と $\theta = \pi$ とにある.

歯車端面 ($z = \delta$) における値

$$\tau_{r\delta} = +\frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1)$$

$$\times \frac{(\lambda^2 - R^2) \sin \theta}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

$$\tau_{\theta\delta} = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1)$$

$$\times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

胴体壁面 ($z = 0$) における値

$$\tau_{r0} = -\frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1)$$

$$\times \frac{(\lambda^2 - R^2) \sin \theta}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

$$\tau_{\theta0} = \frac{\mu}{\delta} \omega r - \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1)$$

$$\times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

$\theta_M' > \pi/2$ の場合 (第5図)

第5図 端面圧力の極大極小点を示す曲線(太実線)と記号(吐出し, 吸込みの位置が噛み合い点に近い場合)

実際の歯車ポンプでは, 圧力最大最小の位置は噛み合点に近く, 第5図のごとくなっている。この場合の流れの関係は, 第4図との比較によつてわかるように第4図の場合の回転の向きが逆になったものであるから, その結果から直ちに書き下すことができる。しかも第4図の場合の, ω の符号を変えて得た結果を, 第5図の場合に適合させるには, ω に関する項が正值となつて示されねばならない。なぜなら, 第4図でいう逆転は, 第5図では正転に相当するからである。したがつて結果は次のようになる。

$$\begin{aligned}\tau_r &= -\frac{1}{4} \gamma h (\delta - 2z) (\lambda^2 - 1) \\ &\times \frac{(\lambda^2 - R^2) \sin \theta}{b(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2} \\ \tau_{\theta} &= \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h (\delta - 2z) (\lambda^2 - 1) \\ &\times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{b(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}\end{aligned}$$

歯車端面 ($z = \delta$) における値

$$\begin{aligned}\tau_{r\delta} &= +\frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1) \\ &\times \frac{(\lambda^2 - R^2) \sin \theta}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2} \\ \tau_{\theta\delta} &= \frac{\mu}{\delta} \omega r - \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1) \\ &\times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}\end{aligned}$$

胴体壁面 ($z = 0$) における値

$$\begin{aligned}\tau_{r0} &= -\frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1) \\ &\times \frac{(\lambda^2 - R^2) \sin \theta}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2} \\ \tau_{\theta 0} &= \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1)\end{aligned}$$

$$\times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

3.2 最大せん断応力

$\theta_M' < \pi/2$ の場合

歯車端面のせん断応力の極大値は $\theta = 0$ にあつて

$$\tau = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda^2 - 1}{(\lambda - R)^2}$$

胴体壁面のせん断応力の極大値は $\theta = \pi$ にあつて

$$\tau = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda^2 - 1}{(\lambda + R)^2}$$

この二つを比較すると, 胴体壁面における値は歯車端面における値より一般に小さい。したがつて歯車端面の τ を考慮すればよい。

歯車端面の τ は半径 r とともに増す。ゆゑに歯先における値が最大である。それは上式に $r = b$, $R = 1$ と置き, 次のようになる。

$$\tau_b = \frac{\mu}{\delta} \omega b + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda + 1}{\lambda - 1}$$

これを最小にする δ を δ_{bm} とすれば

$$\delta_{bm} = \zeta_{bm} \sqrt{\frac{2\nu\pi\omega b^2}{\gamma h}} = \zeta_{bm} \sqrt{\frac{2\nu\pi U}{gh}} \dots\dots\dots (3)$$

$$\zeta_{bm} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}} \dots\dots\dots (4)$$

となる。この係数 ζ_{bm} は第6図の左半分の曲線によつて示される。

第6図 端面せん断応力を最小とするすきまの算式(3)の係数値

$\theta_M' > \pi/2$ の場合

歯車端面のせん断応力の極大値は $\theta = \pi$ におけるもので

$$\tau = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda^2 - 1}{(\lambda + R)^2}$$

胴体壁面のせん断応力の極大値は $\theta = 0$ におけるもので

$$\tau = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda^2 - 1}{(\lambda - R)^2}$$

この二つを比較すると, 今度は胴体壁面における値が大きい。しかも大きさの関係は前の場合と全く同一である。したがつて求めるすきまは, λ に対して前と全く同じ関係になり, その結果は第6図の右半分の曲線のごとくなる。

すなわち一般に最適のすきまは吐出し、吸込みの位置の近づくほど小さくなる。

4. 逆回転の場合

歯車ポンプの回転方向は、普通低圧部分から高圧部分へ向う（かみ合う部分では逆）のであるが、端部の摩擦が問題とされるような紡糸用の歯車ポンプでは、吐出し側の圧力が吸込み側の圧力より小さい場合もある。このような場合に、前項に求めたすきまがどのように変わるかを考える。もちろんこの場合は、前項で回転の向きが逆になったものとして扱えばよい。結果だけを書いて行くことにする。

4.1 軸の影響

歯車端面 ($z=\delta$) におけるせん断応力

$\tau_{r\delta}$ = (正回転の場合に同じ)

$$\tau_{\theta\delta} = -\frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{R^2 + \delta^2}{(1 + \varepsilon^2) R^2} \cos \theta$$

胴体壁面 ($z=0$) におけるせん断応力

τ_{r0} = (正回転の場合に同じ)

$$\tau_{\theta 0} = -\frac{\mu}{\delta} \omega r - \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{R^2 + \varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2) R^2} \cos \theta$$

最大せん断応力 歯車端面におけるせん断応力の極大値は $\theta=\pi$ にある。その大きさは正回転の場合の $\theta=0$ における値と一致する。

胴体壁面におけるせん断応力の極大値は $\theta=0$ にある。しかもその大きさは歯車端面における値と一致する。したがって最大せん断応力を最小とするすきまの値は、正回転の場合に求めた値と一致する。

4.2 吐出し、吸込みの位置の影響

$\theta_M' < \pi/2$ の場合

せん断応力の合成値の極大極小は、この場合にも、 $\theta=0$ と $\theta=\pi$ とにある。

歯車端面 ($z=\delta$) における値

$\tau_{r\delta}$ = (正回転の場合に同じ)

$$\tau_{\theta\delta} = -\frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1) \times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta + 2\lambda R}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

胴体壁面 ($z=0$) における値

τ_{r0} = (正回転の場合に同じ)

$$\tau_{\theta 0} = -\frac{\mu}{\delta} \omega r - \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1) \times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

$\theta_M' > \pi/2$ の場合

歯車端面 ($z=\delta$) における値

$\tau_{r\delta}$ = (正回転の場合に同じ)

$$\tau_{\theta\delta} = -\frac{\mu}{\delta} \omega r - \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1) \times \frac{(\lambda^2 + R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

胴体壁面 ($z=0$) における値

τ_{r0} = (正回転の場合に同じ)

$$\tau_{\theta 0} = -\frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) (\lambda^2 - 1) \times \frac{(\lambda^2 - R^2) \cos \theta - 2\lambda R}{(\lambda^2 - 2\lambda R \cos \theta + R^2)^2}$$

最大せん断応力

$\theta_M' < \pi/2$ の場合

歯車端面のせん断応力の極大値は $\theta=\pi$ にあつて

$$|\tau| = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda^2 - 1}{(\lambda + R)^2}$$

胴体壁面のせん断応力の極大値は $\theta=0$ にあつて

$$|\tau| = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda^2 - 1}{(\lambda - R)^2}$$

したがってせん断応力の極大値を最小とする値は、正回転の場合と一致する。

$\theta_M' > \pi/2$ の場合

歯車端面のせん断応力の極大値は $\theta=0$ におけるもので

$$|\tau| = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda^2 - 1}{(\lambda - R)^2}$$

胴体壁面のせん断応力の極大値は $\theta=\pi$ におけるもので

$$|\tau| = \frac{\mu}{\delta} \omega r + \frac{1}{4} \gamma h \left(\frac{\delta}{b} \right) \frac{\lambda^2 - 1}{(\lambda + R)^2}$$

この二つの関係も $\theta_M' < \pi/2$ の場合と一致するから、求めるすきまの値は前の結果と同じになる。

結局逆回転の場合にも、最大せん断応力を最小とするすきまの値は正回転の場合と変わらない。

5. 結 論

歯車端面ではその同一箇所に作用するせん断応力は変動するが、それと対向する胴体表面においては変動しない。そして胴体表面の一つの円周に沿う応力の変化は、歯車端面での1回転中の変動を代表している。

固定する胴体壁面では、せん断応力最大の位置には常に最大応力が作用し、回転する歯車端面では、最大せん断応力は周期的にしか作用しない。面の摩擦にせん断応力の大きさが利くか否か、あるいはその変動の大きさが利くか否か、これらは今のところはつきりしない。しかし、もし前者で利くとすれば、固定面（胴体端面）が早く摩擦し、後者で利くとすれば、回転面（歯車端面）が早く摩擦することとなる。

本文は歯車端面および胴体端面に関する摩擦考察の資料として、それらの間に生ずるせん断応力の最大値

を最小とすべき すきま の算式を求めたものである。
 まとむれば次のようになる。

(1) 軸の大きさは すきま の決定に著しい影響は示さない。

(2) 吸込み, 吐出しの位置がかみ合い点に近いほど最適の すきま は小さくなる。

(3) 最適の すきま は (3) 式と第 6 図とによつて与えられ, 軸にたいする補正例は第 3 図に示されている。

(4) 歯車が逆転する場合 (吸込み側の圧力が吐出し側の圧力より高い場合) でも最適すきまを与える式は変わらない。

本文は文部省科学研究費の補助による研究の一部である。計算と図の作製は小西雅和, 柴田佳子氏の助力による。

注: —

(1) 昭和 26 年 4 月 5 日 第 28 期定時総会講演会において講演

原稿受付 昭和 26 年 8 月 26 日。

(2) 正員, 東京大学生産技術研究所。

(3) 前論文 (第 1 報) 中の注 (4) のもの。

621.664—251

インボリュート歯車ポンプの逃げみぞに関する研究⁽¹⁾

中 石 実⁽²⁾, 小山 重 太 郎⁽³⁾

Research for the Relief Groove of the Involute Gear Pump

by Minoru NAKAISHI and Jūtārō KOYAMA

Involute gear pumps are apt to suffer ill effects by the difference of closed volume of gear teeth under operating condition. In order to avoid the appearance of the phenomena of closing, five kinds of relief grooves were considered.

Several efficiency tests of such kinds of relief grooves were performed taking into consideration of the back-rush, and a desirable relief groove were determined. The results of tests are shown on the stand point of the pressure variation and etc.

1. 緒 論

インボリュート歯車ポンプにおいて, もし背隙がない時には第 1 図における①および②の閉込みを生じ背隙を多少与えて①と②とを流通させても①+②の閉込み容積は閉込みの前

半においては減少し, 閉込みの中央では最小となり, 後半は増大する⁽⁴⁾. 閉込み容積の変動に伴う

第 1 図 歯車の閉込み

圧力変化は吐出し流体の脈動, ポンプの振動, 軸受圧の増加, 流量の減少, 機械効率水力効率の低下による損失馬力の増加等種々の悪影響を及ぼす⁽⁵⁾.

これがために逃げみぞを歯車自体に, あるいは歯車室側壁に設けて閉込みの高圧流体を逃がしてこの悪影響を除去する。著者等はアンダーカットのないインボリュート歯車において, 背隙がなくとも①と②とは相通ずるものとし, 閉込みの始め, 中央および終りの位置を計算して, 更に背隙による接触点の前進量を加味して後記する 5 種類の逃がし方法につき比較研究した。

2. 逃げみぞの考察と接触位置

閉込みの現象を防止する逃げみぞについて次の 5 種

類の方法が考えられる。

- a: 閉込みの始めより中央まで吐出し側に連絡して圧力上昇を防ぎ, それ以後は逃がさない。閉込み容積の膨脹により閉込み圧力が降下する。
- b: 閉込みの始めより終りまで全期間吐出し側に連絡する。
- c: 閉込みの始めより中央までは吐出し側に連絡して圧力上昇を防ぎ, 一方閉込みの中央より終りまで吸込み側に連絡する。
- d: 閉込みの始めより終りまで全期間吸込み側に連絡する。
- e: 閉込みの始めより中央前まで吐出し側に連絡してそれから若干閉込み現象を起さして, 中央よりは閉込み容積の膨脹により閉込み圧力が降下する。

第 2 図は閉込みと部分の圧力変化の概要を各方法ごとに示したものである。

この 5 種類の方法を試みる目的で逃げみぞの寸法を定めるにはまず閉込みの始め, 中央および終りの歯形接触位置を計算する必要がある。

高橋安人氏論文⁽⁶⁾を参照して同氏とほぼ同じく次のごとく記号する。

r 歯車ピッチ円の半径

ar 歯末の高さ