第 14 図

③等から空気を少し吸込ませると急速に減少して行くことを知った。したがって実物水車で吸出管内へ空気を送っているものではこの種の振動は割合弱くなっているのではないと思われる。

吸出管の振動には卓越振動以外に割合低振動数のあまり規則的でない数種の振動があることは既述の各図で見られる。その中には旋回止め、または流量の影響を受けることの少ない縦振動(管軸方向)らしきものも観察される。しかしその振動状況はあまり明らかでない。更に他の様式の振動も考えられるけれどもそれについてもよくわからないのでこれは今後研究されねばならない。

実際の水車⁽⁹⁾の振動をフラム型振動計で調べたが発電所ごとに設備の大きさ、様式等が違っているし、たいていは吸出管の中央に空気を吸込ませていて本実験とは状態が異なっている。それでその測定結果について一概にも言えないが、だいたい 30 c/s 以下の本実験によく似た不規則振動が多く、水車の負荷につれて明確に変動する卓越振動らしきものは見られなかった。なお発電所によつては 1 c/s 程度の一種の縦振動と思われる規則的振動が見られ、負荷によりその振動数はほとんど変わらなかった。

5. 結 論

吸出管の振動は一般に多くの振動が組合わさった複雑なものと考えられる。その中に水の旋回度に比例して振動数が規則的に変わる割合強い一種の旋回性卓越振動が存在する。そして、この卓越振動の強さは水の旋回度に比例するが、うず巻しん中央へ大気を送ると急激に減少し、また旋回角(θ)がある値より大きくなつても消滅するようである。しかしその振動数は吸出管の長さを本実験程度に変えてもあまり変化しない。これ以外の様式の振動は一般にこれより低周波のものが多くあまり規則性は見られないけれども流量、旋回角等により変化することが割合に少ないように思われる。いずれにしても吸出管の振動は大部分は自励振動と考えられる。しかしその振動発生条件や卓越振動が吸出管径の多少によつて変化するありさまは今後の研究にまたねばならない。最後に本研究にあつて生源寺、下山両先生に絶えず有益な御教示、御指導をいただいたことならびに本研究は文部省科学研究費によつたことを附記して謝意を表します。

注:—

- (1) 昭和 26 年 12 月 14 日 名古屋地方講演会において講演、原稿受付 昭和 27 年 5 月 10 日。
- (2) 正員、名古屋大学。
- (3) Lord Kelvin, Mathematical and Physical Papers, Vol. IV, Vibrations of a Columnar Vortex. または, Cray and Mathews, A Treatise on Bessel Functions. Chapt. XI.
- (4) S. Uchimaru and S. Kitō, On the Vibrations of Draft Tube of Water Turbine, Journal of the Faculty of Engg. Tokyo Imperial University, Vol. XVIII, No. 8, February 1930.
- (5) J. Ackeret. Über Stationäre Hohlwirbel, Ingenieur Archiv, Band 1, 1930.
- (6) N. Bernstein, Analyse aperiodischer trigonometrische Reihen, Zeitschrift für Angew. Math. und Mech., Bd. 7, Heft 6.
- (7) K. Shōgenji and Y. Simoyama, On the Flow of Water through the Draft Tube of a Water Turbine, Journal of Faculty of Engg. Kyushu Imperial University, Sept. 1933.
- (8) Kankurō Kaneshige, Flow of Water in the Casing of an Axial Flow Turbine, Journal of the Faculty of Engg. Tokyo Imperial University, Vol. XVII, No. 8, April 1928.
- (9) 御嶽, 常盤および寝覚床発電所, 長野県。

627.844 : 532.595

定常的電力動揺と水圧鉄管の水圧振動との関連性について⁽¹⁾

鬼 頭 史 城⁽²⁾

On Mutual Relation between the Power Swing and Pressure Fluctuation of Penstock

by Fumiki KITO

It is shown, by a simple calculation, that the so-called phenomenon of power swing in

hydro-electric power plant can occur only when the length of the penstock is so chosen as to make possible the resonant oscillation of water column of the penstock with the oscillation of water column of draft-tube.

1. 緒 言

定常的電力動揺と水車吸出管との関連性については米国で調査結果が発表せられており⁽³⁾、これに関する若干の考察を著者が行つた⁽⁴⁾。吸出管は振動発生に対し能動的な役割をするが、水圧鉄管は受動的なものであり、それ自身には発振しない。しかし水圧鉄管内の水柱が共振することが顕著な電力動揺の発生に対する一要件となつていないかとの問題が当然おこる。これに関連し簡単な計算を行つた。その結果によれば、少くとも理論上は水圧鉄管の長さがちょうど共振するようになっている場合においてのみ電力動揺が顕著に発生し得るといふ結果となつた。

2. 共振をおこすような水圧鉄管の長さの概数

いま α = 圧力波の伝わる速度 (断面が場所によつて漸変する場合は平均値をとる⁽⁵⁾) l = 水圧鉄管の全長とすれば共振のときの振動数 f は

$$f \text{ (1/s)} = (\text{整数} \cdot n) \times \{\alpha / (2l)\}$$

で与えられる。仮りに吸出管から来る電力動揺の振動数を $(N/60)/k$ とおく。ただし N は水車回転数 rpm, k は係数であり 3.6 くらいの値をもつと言われている。この場合に共振のおこりうべき管路全長 l を求めると

$$l = \frac{108}{N} \alpha n$$

となる。それゆゑ回転数 N と l との関係は第1表のごとくになる。ただしこの表の値は $n=1$ に対するものであり、これの整数倍の l の値もまた (少くとも理論上は) 共振をおこしうる。

第1表 共振をおこす管路長さ l の値

$N=$	150	200	250	300
$\alpha=1000 \text{ m/s}$ の場合	$l=720$	540	432	360
$\alpha=900 \text{ m/s}$ の場合	$l=648$	486	389	324

3. 共振時における定常的電力動揺と水圧鉄管との関連性

与えられた水圧鉄管において、その上端は開放せられ、下端是水車を経て吸出管に連なつてゐるものとする。水車の作用はごく簡単な水圧力と流速との関係式で代表せしめ、吸出管内に振動的水圧力がおこつてゐるものとする。この場合に吸出管における圧力振動を

$$p_a = P_a \sin \omega t$$

とすれば、水圧鉄管内における圧力振動は

$$p = P_1 \sin \omega t + P_2 \cos \omega t$$

によつて表わされる⁽⁵⁾。ただし

$$P_1 = \frac{(m\omega)^2 [\sin \sqrt{b} l / \cos^2 \sqrt{b} l]}{[m\omega \tan \sqrt{b} l]^2 + b} \times P_a \sin (\sqrt{b} l - x)$$

$$P_2 = \frac{m\omega \sqrt{b} / \cos \sqrt{b} l}{[m\omega \tan \sqrt{b} l]^2 + b} P_a \sin \sqrt{b} (l - x)$$

$$b = (\omega/\alpha)^2, \quad \sqrt{b} l = \omega l / \alpha$$

これに対して水圧鉄管内の流速の振動部分 v を求めると

$$v = -\frac{1}{\rho} \int \frac{\partial p}{\partial x} dt$$

$$= -\frac{\sqrt{b}}{\rho \omega} [Q_1 \cos \omega t + Q_2 \sin \omega t]$$

となる。ただし

$$Q_1 = \frac{(m\omega)^2 [\sin \sqrt{b} l / \cos^2 \sqrt{b} l]}{[m\omega \tan \sqrt{b} l]^2 + b} \times P_a \cos \sqrt{b} (l - x)$$

$$Q_2 = \frac{m\omega \sqrt{b} / \cos \sqrt{b} l}{[m\omega \tan \sqrt{b} l]^2 + b} P_a \cos \sqrt{b} (l - x)$$

第 1 図

次に水車の出力を考えよう。まず簡単のために回転部分の慣性モーメントを考えに入れないこととし、出力の式を作れば

$$W_0 + w = \left[H_0 + \frac{1}{\gamma} (\rho - p_a) \right] \times [V_0 + v] \times 9.8A \quad \text{..... (1)}$$

ただし

W_0 = 定常的出力 kW, w = 出力の振動的部分, H_0 = 定常的有効落差 m, V_0 = 定常的流速 m/s, v = 流速の振動的部分, A は係数であつて導羽根開度, 水車効率等の影響がここに含まれると考える。定常的電力動揺がおこつてゐるときに導羽根開度が振動的に変化してゐないことは一般に認められてゐる。著者も昨年牧発電所等において調査したところ、水車回転数

の変動も(少くとも(1)式の係数 A が変動していると考えなければならないほどの)大きいものでない。それゆえ以下の計算においては係数 A は時間 t に関係しない一定値をとっているものと仮定する。

さて共振状態においては $\sqrt{b}l = \pi$ であり、この場合に水圧鉄管の末端 $x=0$ における値を求めると

$$P_1=0, P_2=0, Q_1=0$$

$$Q_2=(m\omega l/\pi)P_a$$

となる。これらの値を上式(1)に代入すると、略近的に

$$w=9.8A\left[-\frac{V_0}{\gamma}-\frac{m}{\rho}H_0\right]P_a\sin\omega t$$

となる。しかるに前記論文⁽⁵⁾により

$$m=K/\sqrt{2gH_0}, V_0=K\sqrt{2gH_0}$$

であり、これを代入すれば

$$W=\frac{3}{2}\times 9.8A\frac{V_0P_a}{\gamma}\sin\omega t$$

となる。これは吸出管内における水圧力変動の振幅が全幅的に電力動揺となつて現われることを示すものである。

4. 非共振のときにおける定常的電力動揺と水圧鉄管との関連性

共振をはるかに離れた状態においては $[m\omega \tan \sqrt{b}l]^2$ に比し b を無視することができる。それゆえ水圧鉄管の末端 $x=0$ における P_1, P_2, Q_1, Q_2 の値はそれぞれ略近的に

$$P_1=P_a, P_2=\frac{\sqrt{b}}{m\omega \tan \sqrt{b}l}$$

$$Q_1=\frac{1}{\tan \sqrt{b}l}P_a, Q_2=\frac{\sqrt{b}}{m\omega \tan \sqrt{b}l}P_a$$

となる。ただし

$$\sqrt{b}l=\omega l/\alpha, \frac{\sqrt{b}}{m\omega}=\frac{1}{K}\frac{\sqrt{2gH_0}}{\alpha}$$

これらの値を(1)に代入すれば

$$W=9.8A\left[\frac{V_0}{\gamma}-\frac{1}{m\omega \tan \sqrt{b}l}\cos\omega t\right.$$

$$\left.-H_0\frac{\sqrt{b}}{\rho\omega}\left\{\frac{1}{\tan \sqrt{b}l}\cos\omega t+\frac{\sqrt{b}}{m\omega \tan \sqrt{b}l}\sin\omega t\right\}\right]P_a$$

$$=-9.8A\frac{V_0}{\gamma}\left[\frac{\sqrt{b}}{m\omega \tan \sqrt{b}l}\right]^2P_a\sin\omega t$$

となる。ゆえに非共振のときには共振のときに比し出力変動の振幅が λ 倍となる。ただし

$$\lambda=2\left[\frac{\sqrt{b}}{m\omega \tan \sqrt{b}l}\right]^2$$

$$=2\left[\frac{\sqrt{2gH_0}}{K\alpha \tan \sqrt{b}l}\right]^2$$

たとえばここに $H_0=100$ m なる水力発電所があるとき、圧力波の伝わり速度は $\alpha=1000$ m/s であり、水圧鉄管の全長が $l=300$ m であり、吸出

管側に 2 サイクル/s の圧力変動が発生しているものとすれば $\omega=4\pi$ である。この場合には

$$\sqrt{b}l=\omega l/\alpha=4\pi\times 300\div 1000=3.77$$

$$\tan \sqrt{b}l=0.727$$

であるから、 $K=0.8$ と仮定して

$$\lambda=2\left[\frac{\sqrt{2\times 9.8\times 100}}{0.8\times 1000}\times \frac{1}{0.727}\right]^2=0.0114$$

すなわちわずか 1% しか電力動揺の振幅が現われないことになる。

以上の計算によつて定常的電力動揺に対する水圧鉄管の関連性は明らかであると思われる。

5. 水車発電機との関連性

上では水車の作用だけを、しかもごく簡単な仮定の下に、取り入れて計算してある。今日最も多く定常的電力動揺の顕著に現われるのは堅軸水車発電機を有するところの水車発電機に関してである。この場合には水車発電機の回転部分の慣性モーメントの影響と、発電機のトルクの影響とが現われるから、それについて簡単に附言する。

まず(1)式により変動の水車出力 w を表わそう。 $p-p_a$ と v とは(水圧鉄管の末端 $x=0$ のみに限定すれば)

$$K\sqrt{2g[H_0+(p-p_a)/\gamma]}=V_0+v$$

なる関係によつて結ばれている。それゆえ第 1 近似として(1)式の値は

$$W_0+w=\left[H_0+\frac{1}{\gamma}(p-p_a)\right]^{3/2}\times 9.8AK\sqrt{2g}$$

$$=9.8AK\sqrt{2gH_0}\left[H_0+\frac{3}{2\gamma}(p-p_a)\right]$$

ととつてよい。それゆえ略近的に

$$w=\frac{3W_0}{2\gamma H_0}(p-p_a)$$

と書き表わすことができる。このことは上記の第 3 節の結果から直接導びくこともできる。あるいはこれを

$$w=\frac{3W_0}{2\gamma H_0}[(P_1-P_a)\sin\omega t+P_2\cos\omega t]$$

と書くこともできる。さて回転体の慣性モーメントと発電機トルクとを考えに入れると、単独運転のときの水車発電機の運動の方程式は

$$W_0+w=W_0+\left[I\frac{d^2\theta}{dt^2}+k\theta n\right]\frac{2\pi N_0}{60}$$

となる。ただし I = 水車発電機の回転体の慣性モーメント、 θ = 同上回転体の角位置、 n = 発電機磁極の組数、(したがつて $n\theta$ が電気角 θ_e となる。) k は電気角 1 rad の変化によるトルク変化の割合であつていわゆる同期力、 t = 時間 s、 N_0 = 規定回転数 rpm。もし発電機に制動線輪が取り付けられてあれば上式の右辺に更に減衰項が現われるが、ここでは簡単な比較をするのが目的であるからこれを省略した。以上のごとき考えにより

$$\frac{3W_0}{2\gamma H_0}[(P-P_a)\sin\omega t + P_2\cos\omega t] \\ = \frac{2\pi N_0}{60} \left[I \frac{d^2\theta}{dt^2} + kn\theta \right] \dots\dots\dots (2)$$

なる強制振動の方程式が得られる。定常的振動に対するその解は

$$k\theta_e = kn\theta = R_1 \sin\omega t + R_2 \cos\omega t$$

の形になる。ただし

$$R_1 = \frac{60}{2\pi N_0} \frac{3W_0}{2\gamma H_0} \frac{kn}{kn - I\omega^2} (P_1 - P_a)$$

$$R_2 = \frac{60}{2\pi N_0} \frac{3W_0}{2\gamma H_0} \frac{kn}{kn - I\omega^2} P_2$$

それゆえ発電機出力の振幅は、回転体の慣性のために μ 倍される。ただし

$$\mu = \frac{nk}{nk - \omega^2 I} \dots\dots\dots (3)$$

またもし $\omega = \sqrt{nk/I}$ であれば回転体との共振がおこる(Rheingans⁽³⁾)。

同期力 k の値は発電機出力の公式から導びかれる。それに関しては発電機が凸極であること等にも関係するのであるが、これは電気機械に関することであるし⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾、著者もかつてこれを論じたこともあるから、⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾ここには触れないで簡単な計算式で代用する。すなわち

$$\text{同期力 } W_s = W_m \cos\theta_{e0}$$

ただし θ_{e0} は定常運転時の電気角、 W_m は $\theta_e = 90^\circ$ のときの出力、である。これにより

$$\frac{2\pi N_0}{60} kn\theta \doteq 102 W_m \cos\theta_{e0} \cdot (n\theta)$$

であり、 kn は

$$kn = n \frac{60 \times 102}{2\pi N_0} W_m \cos\theta_{e0}$$

なる値をもつことになる。一方において普通の水車発電機の GD^2 の公式から

$$\omega^2 I = \left(\frac{2\pi N_0}{60 \times 3.6} \right)^2 \times 9 \times 10^6 \times \frac{W(t_d + \frac{1}{2}t_c)}{N_0^2(100 \Delta N)} \\ = 763 \frac{t_d + \frac{1}{2}t_c}{(100 \Delta N)} W$$

それゆえ

$$J = \frac{763}{(100 \Delta N)} (t_d + \frac{1}{2}t_c)$$

$$M = \frac{W_m}{W} \frac{60 \times 16.3 n}{N_0} = 16.3 f \left(\frac{60}{N_0} \right)^2$$

(ただし $f =$ 周波数/s) なる記号を用いれば

$$\mu = \frac{M \cos\theta_{e0}}{M \cos\theta_{e0} - J} \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここに M は発電機側に、 J は水車側によって定まるところの係数である。今一つの数値例として

第 2 図

$$J = \frac{763}{25} (0.5 + 1.5) = 61$$

である。また $f = 60/s$ とすれば $N_0 = 300 \text{ rpm}$ に対しては $M = 117$ となり、 $\theta_{e0} = \cos^{-1}[61/117] = 59^\circ$ で共振状態となる。また $N_0 = 360^\circ$ では $M = 81.5$ となり、 $\theta_{e0} = \cos^{-1}[61/81.5] = 41^\circ$ が共振状態である。振幅増大率 μ と電気角 θ_e (したがって負荷) との関係を図示すれば第 2 図のごとくである。前述のごとくここでは制動線輪の作用を考えなかった。また吸出管における振動的水圧力の角周波数 ω は回転数 N_0 のみによるとしたが、これまた簡単のためにそうしたのであり、実際には負荷率によってもいくらか変わるものであること、周知の通りである。それゆえごく概略ではあるが、通常回転慣性モーメントをもつた水車発電機において、振幅増大率 μ がほほどの程度の値をもっているかは、これによつて推測することができるものと考えられる。

注:—

- (1) 昭和 26 年 12 月 2 日 水力学及水力機械講演会において講演、原稿受付 昭和 27 年 5 月 13 日。
- (2) 正員、慶応義塾大学工学部。
- (3) Rheingans, Power Swings in Hydroelectric Power Plants, A. S. M. E. Trans., 1940—4.
- (4) 鬼頭, 水力発電所における電力動揺について, 機械学会誌, 51 巻 356 号, 190 ページ, (昭 23—5)。
- (5) 鬼頭, 水圧鉄管の水圧上昇に關する二, 三の事項, 機械学会論文集, 18 巻 66 号, 179 ページ, および 18 巻 69 号, 104 ページ。
- (6) 黒岩, 鬼頭, 同期電動機並行運転安定論, 「オーム」, (昭 3—1—4)。
- (7) 黒岩, 鬼頭, 同期発電機並行運転安定論, 「オーム」, (昭 3—7—11)。
- (8) 黒岩, 鬼頭, 長距離送電安定論, 「オーム」(昭 4—3—12)。
- (9) Cray, Power System Stability, Vol. I., Steady State Stability, 1950.
- (10) Kimbark, Power System Stability, 1950.

出力 $W = 10\,000 \text{ kW}$, $\theta_{e0} = 20^\circ$ なる発電機があるとするば、略率的に $W_m = W/\sin 20^\circ = 30\,000 \text{ kW}$ と見られる。また水車側に対しては $t_d = 0.5$, $t_c = 3.0$, $(100 \Delta N) = 25$ とすれば