めるために、翼列の直前および直後各数箇所において直径 4.5 mm の円筒型ピトー管を用いてスパン方向の総圧分布を測定した。種々の迎え角におけるスパン方向の総圧の分布は第 12 図の通りで、翼型と翼型の中間の部分はもちろん、翼型後方の Wake の領域においても、スパン方向の総圧の分布は壁の近くを除き比較的一様に近く、壁の近くの総圧の低い領域もそれほど多くない。また実験の範囲では、 $C_a=0.6$ において総圧の分布が比較的良好である。よつて、増速翼列状態において、圧力分布法により測定した本実験の結果は、少くも抵抗係数のあまり大きくない範囲においては、翼型の縦横比が小さいことによつて、ひどく影響されていることはないと考えられる。

6. 結 論

(1) 軸流水車の羽根断面に適する翼型を探索する目的で、理論的に算出した一つの翼型 (適列翼型) の増速翼列における性能を風洞実験で求めた。またこれと比較のため、クラーク Y 8% の増速翼列における性能も測定した。

(2) 上記 2 翼型の増速翼列における極曲線はともに良好であるが、規定揚力 $C_a=0.6$ の附近では適列翼型がわずかすぐれている。またクラーク Y 8% は圧力中心の迎え角による変化が著しいのに反し、適列翼型における圧力中心の移動はわずかであつて、適列翼型の算出に際して目標としたことがらは一応達成されている。

(3) 規定揚力係数 $C_a=0.6$ における適列翼型の実験の圧力分布と、翼型算出に際してあらかじめ与えた圧力分布は比較的良好に一致している。このことは好適な性能の翼型が得られたことと相まつて、第 1 報の理論的算出方法が妥当であることを裏づけている。

(4) 両翼型の翼列性能を単独翼としての性能に比較すると、同一迎え角における揚力は翼列の方が大き

く、かつ単独翼の最大揚力よりもはるかに大きな揚力が得られている。

(5) ポテンシャル理論で算出した揚力曲線と実験の揚力曲線は比較的差が少なく、減速翼列および単独翼の場合のように、粘性の影響による揚力傾斜の減少が見られない。したがつて普通行われるように、単独翼の性能に翼列干渉の理論的修正をほどこす性能推算法は増速翼列の性能を安全側に見積ることになる。

終りに、本研究は東北大学高速力学研究所沼知福三郎所長の着想にかかるもので、実験装置を貸与いただき、また終始懇切な指導を賜つた。ここに深く御礼を申し上げる。また実験装置製作には機械工学科村上忠兵衛教官および高速力学研究所酒井洪技官の援助をいただき、実験に際しては菊池寿助教授の助言をいただいた。ここにそれぞれ謝意を表する。

注:一

- (1) 昭和 27 年 4 月 2 日 第 29 期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和 27 年 6 月 30 日。
- (2) 正員、東北大学高速力学研究所。
- (3) 沼知：機械学会論文集，17 巻 60 号，p. 10~40 (昭 26)。
- (4) 安陪：機械学会論文集，18 巻 69 号，p. 10 (昭 27)。
- (5) 菊池：東北大学高速力学研究所報告，5 巻 46 号，p. 71 (昭 26)。
- (6) 沼知：東北大学高速力学研究所報告，1 巻 4 号，p. 45 (昭 24)。
- (7) 安陪：機械学会論文集，18 巻 69 号，p. 4 (昭 27)。
- (8) R. M. Pinkerton and H. Greenberg, Nat. Advis. Comm. Aeron., Techn. Rep., No. 628 (1938)。
- (9) A. Silverstein, Nat. Advis. Comm. Aeron., Tech. Rep., No. 502, p. 509 (1934)。
- (10) 安陪：機械学会論文集，18 巻 66 号，p. 1 (昭 27)。
- (11) L. Prandtl, Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchs-anstalt zu Göttingen, II Lief., S. 23.
- (12) A. Fage and J. H. Warsap, R. and M. 1283 (1929). S. Goldstein, Modern Development in Fluid Dynamics, Vol. II, p. 419 (1938)。
- (13) H. L. Dryden, G. B. Schubauer, W. C. Mock and H. K. Skramstad, Nat. Advis. Comm. Aeron., Tech. Rep., No. 581 (1937)。

621.63.01 : 533.662.3

多翼送風機の羽根車の理論 (第1報)⁽¹⁾

安 陪 俊 一⁽²⁾

Theory of the Impeller of Multiblade Centrifugal Fans (1st Report)

by Shun-ichi ABE

The Simplified calculating method of the characteristics of the impeller of multiblade centrifugal fans is given on a reasonable assumption of the blade length being much shorter compared with the outer diameter of the impeller. The surface pressure distribution calculated numerically by our method on the impeller blade of usual type is unsatisfactory near the leading edge as well as the rear part of the blade, which shows, it seems, that the hitherto used design method is not appropriate enough from the point of hydrodynamical view.

1. 結 言

多翼送風機は低圧の送風機として現在広く用いられる形式のものであるが、在来あまり信頼できる設計理論がなく⁽³⁾、だいたい経験に依存していて、その効率も比較的低い値に甘んじているようである。多翼送風機は2枚の平行な側板の間に鋼板を曲げて作った薄い短い羽根を多数とりつけたもので、羽根車の入口出口間の密度変化はごくわずかであるから、任意羽根型のうず巻ポンプの理論⁽⁴⁾または遠心送風機の理論⁽⁵⁾が一応適用できるわけである。しかしこれら既発表の理論の計算式はかなり厄介であつて、そのまま多翼送風機に適用することは適切でないように思う。

多翼送風機はうず巻ポンプと違って、短い羽根が多数円形軸上に取りつけられているから、羽根の長さ l と羽根車の半径の比は第1次の微小量として取り扱うことができそうである。また羽根の厚さは羽根の長さに比べてはなはだ薄いから、無視できると考えられる。本論文ではこれらの点に着目して、円形軸翼列の2次元ポテンシャル流れの理論を簡易化することにより、*

* 数値計算が簡易で、特性を比較的容易に見通すことのできる一近似解を求めた。

数値計算により、従来普通に用いられている形式の二つの羽根車の羽根表面速度分布を求めて見たが、いずれもあまり良好でなく、流体力学的な考慮にもとづいた設計法が必要であるように思われる。

2. 羽根車の等角写像

羽根車のまわりの流れを2次元ポテンシャル、かつ非圧縮性と仮定し、また羽根は十分に薄くて、しかもその形が羽根の出口端および入口端を通る対数らせんと著しくははずれていないものとする。このような羽根より成る羽根車のまわりの流れは、よく知られた等角写像の關係を用いて、そりが小さい厚みのない直線翼列のまわりの流れに写し、さらにこれを円のまわりの流れにうつすことができる⁽⁶⁾。

(1) ζ -面より Z -面への写像 第1図に示すように、 ζ -面($\zeta = re^{-i\theta}$)に z 枚の羽根を持つた外半径 $r_T = 1$ の羽根車を考え、これを(1)式の写像かん数により Z -面($Z = x + iy$)の直線翼列にうつす。

第1図 羽 根 車 の 等 角 写 像

$$\log \zeta = \frac{Z - l/2}{z} e^{i\gamma} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに γ は羽根出入口を結ぶ対数らせんの角で、この対数らせんは周知の通り、 Z -面のくい違い角 γ 、弦長 l 、ピッチ 2π の平板直線軸翼列に写される。ここに弦長 l は、羽根の内外径比 r_L を用いて、

$$r_L = e^{-(l \cos \gamma)/z} \quad \dots\dots\dots (2)$$

により決定される。 ζ -面の図形と Z -面の図形の対応は

$$\left. \begin{aligned} x &= z(\log r \cdot \cos \gamma + \theta \sin \gamma) + \frac{1}{2}l \\ y &= -z(\log r \cdot \sin \gamma - \theta \cos \gamma) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3)$$

$$\text{または } z \log r = \left(x - \frac{1}{2}l \right) \cos \gamma - y \sin \gamma$$

$$\left. \begin{aligned} z \theta &= \left(x - \frac{1}{2}l \right) \sin \gamma + y \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3')$$

であるから、 ζ -面の対数らせんと Z -面の平板との対

応は、(3)または(3')式より直ちに計算できる。

(2) ζ -面の羽根より Z -面の翼型の簡易計算

さて第1図において、羽根 $L_\zeta P_\zeta T_\zeta$ と、羽根出入口端 L_ζ, T_ζ を通る対数らせんとの差がわずかであることに着目して、羽根上の任意の一点 P_ζ と、 P_ζ に対応する対数らせん上の一点 P_ζ' との關係を求めると、第1図において $(\Delta r)^2$ 以上を省略して、

$$\overline{P_\zeta P_\zeta'} \approx r \Delta \theta / \cos \gamma \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\Delta r \approx r \Delta \theta \tan \gamma \quad \dots\dots\dots (5)$$

P_ζ および P_ζ' が Z -面の P_z および P_z' に写るものとする、(4)および(5)式を(3)式に代入して、

$$\overline{P_z P_z'} = (z/r) \overline{P_\zeta P_\zeta'} \quad \dots\dots\dots (6)$$

(3) または (3') 式により P_ζ' と P_z' の關係が求められているから、 Z 面の翼型は(6)式を用いて

容易に計算できる。

さらに第1図の $\Delta\gamma$ は

$$\Delta\gamma = \frac{\Delta(P_\zeta P_\zeta')}{r \Delta\theta} = \left(\frac{dy}{dx}\right)_P \quad \dots\dots\dots (7)$$

また後の計算に必要な対数らせん上の ζ -面と Z -面の
 波面比は *

$$\left. \begin{aligned} x &= 2 \left(\cos \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \cos \varphi}{1+m^2} + \sin \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \sin \varphi}{1-m^2} \right) + 2n' \pi \sin \gamma \\ y &= \frac{4mK}{F} \left(\sum_0^\infty \bar{A}_n' \cos n\bar{\varphi} + \sum_1^\infty \bar{B}_n' \sin n\bar{\varphi} \right) + 2n' \pi \cos \gamma \\ n' &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

で表示する。ここに

$$K = \sqrt{1+2m^2 \cos 2\gamma + m^4} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$F = 1 - 2m^2 \cos 2\varphi + m^4 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\bar{\varphi} = \varphi - \varphi_T \quad \dots\dots\dots (13)$$

で, φ_T と m は与えられた翼列配置において

$$\varphi_T = \tan^{-1} \{ (1-m^2) \tan \gamma / (1+m^2) \} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{l}{4} &= \cos \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \cos \varphi_T}{1+m^2} \\ &+ \sin \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \sin \varphi_T}{1-m^2} \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned} \right\}$$

の両式により決定される。

さてこの Z -面の翼列を (9) 式の写像かん数によ
 り S -面に写像すると, $\bar{A}_n'^2, \bar{B}_n'^2$ 以上を省略して

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{F}{4mK \sin \varphi} \left(\sum_1^\infty n b_n \cos n\bar{\varphi} - \sum_1^\infty n a_n \sin n\bar{\varphi} \right) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに a_n, b_n は Z -面における直線翼列の与えられた翼型を (10) 式のかわりに

$$\left. \begin{aligned} x &= 2 \left(\cos \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \cos \varphi}{1+m^2} + \sin \gamma \tanh^{-1} \frac{2m \sin \varphi}{1-m^2} \right) + 2n' \pi \sin \gamma \\ y &= \sum_0^\infty a_n \cos n\bar{\varphi} + \sum_1^\infty b_n \sin n\bar{\varphi} + 2n' \pi \cos \gamma \\ n' &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10')$$

で表示したときのフーリエ級数の係数として直接求めることができるけれども, a_n, b_n を直接フーリエ解析に
 よつて求めるよりは, (10)式のフーリエ係数 $\bar{A}_n', \bar{B}_n'$ を用いて, 次式により換算した方が一般により結果が
 得られる⁽⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \sum_{n'=0}^\infty m^{2n'} \cos 2n' \varphi_T \bar{A}_{2n'}' + \sum_{n'=1}^\infty m^{2n'} \sin 2n' \varphi_T \bar{B}_{2n'}' \\ a_{2n} &= \sum_{n'=0}^\infty m^{2n+2n'} \cos (2n+2n') \varphi_T \bar{A}_{2n'}' + \sum_{n'=n}^\infty m^{2n'-2n} \cos (2n'-2n) \varphi_T \bar{A}_{2n'}' \\ &+ \sum_{n'=0}^{n-1} m^{2n-2n'} \cos (2n-2n') \varphi_T \bar{A}_{2n'}' + \sum_{n'=1}^\infty m^{2n+2n'} \sin (2n+2n') \varphi_T \bar{B}_{2n'}' \\ &+ \sum_{n'=n+1}^\infty m^{2n'-2n} \sin (2n'-2n) \varphi_T \bar{B}_{2n'}' - \sum_{n'=1}^{n-1} m^{2n-2n'} \sin (2n-2n') \varphi_T \bar{B}_{2n'}' \\ a_{2n+1} &= \sum_{n'=0}^\infty m^{2n+2n'+2} \cos (2n+2n'+2) \varphi_T \bar{A}_{2n+1}' + \sum_{n'=n}^\infty m^{2n'-2n} \\ &\times \cos (2n'-2n) \varphi_T \bar{A}_{2n+1}' + \sum_{n'=0}^{n-1} m^{2n-2n'} \cos (2n-2n') \varphi_T \bar{A}_{2n+1}' \\ &+ \sum_{n'=0}^\infty m^{2n+2n'+2} \sin (2n+2n'+2) \varphi_T \bar{B}_{2n+1}' + \sum_{n'=n}^\infty m^{2n'-2n} \\ &\times \sin (2n'-2n) \varphi_T \bar{B}_{2n+1}' - \sum_{n'=0}^{n-1} m^{2n-2n'} \sin (2n-2n') \varphi_T \bar{B}_{2n+1}' \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned} \right\}$$

$$* |d\zeta/dz| = r/z \quad \dots\dots\dots (8)$$

(3) Z -面より S -面への写像 Z -面の翼列を

S -面の閉曲線にうつすには, 周知の写像かん数

$$Z = e^{i\gamma} \log \frac{S+m}{S-m} + e^{-i\gamma} \log \frac{Sm+1}{Sm-1} \quad \dots\dots\dots (9)$$

による⁽⁶⁾。すなわちまず Z -面の翼列を

$$\left. \begin{aligned} S &= \left\{ 1 + \left(\sum_0^\infty \bar{A}_n' \cos n\bar{\varphi} \right. \right. \\ &\left. \left. + \sum_1^\infty \bar{B}_n' \sin n\bar{\varphi} \right) \right\} \sin \bar{\varphi} \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned} \right\}$$

なる閉曲線が得られる。すなわち翼型の後縁 T_s は S -
 面で $S_T = e^{i\varphi_T}$ なる単位円上の点に, また前縁 T_L
 は同じく $S_L = e^{i(\varphi_T+\pi)}$ なる単位円上の点にうつる。
 しかして翼型前面 $L\zeta, P\zeta, T\zeta$ は単位円からわずかは
 ずれた閉曲線上の $LP_T T$ に対応し, 翼型後面 $L\zeta, P\zeta',$
 $T\zeta$ は同じく閉曲線上の $LP_b T$ に対応する。後の計
 算に必要な単位円上の波面比は

$$|dS/dZ| = |F/(4mK \sin \bar{\varphi})| \quad \dots\dots\dots (17)$$

また (10) 式より

よつて (25) 式の右辺を級数に展開し (26) 式と比較すれば

$$\left. \begin{aligned} D_{\omega n} &= \frac{4mK\omega}{z} \cdot \frac{d_{\omega n} + d_{\omega n}' + d_{\omega n}''}{n} \\ E_{\omega n} &= \frac{4mK\omega}{z} \cdot \frac{e_{\omega n} + e_{\omega n}' + e_{\omega n}''}{n} \end{aligned} \right\} \dots\dots (33)$$

ここに $d_{\omega n}$, $e_{\omega n}$ は平板よりなる直線軸翼列の押しのけ流れに対応するもので*

$$\left. \begin{aligned} d_{\omega 2n+1}' &= -\frac{l \cos \gamma}{z} d_{\omega 2n+1}, \quad e_{\omega 2n+1}' = -\frac{l \cos \gamma}{z} e_{\omega 2n+1} \\ d_{\omega 2n}' &= \frac{4 \cos^2 \gamma}{mKz} \left[m^{2n} \sin(2n\varphi_T - 2\gamma) \sum_{n'=0}^{n-1} \frac{1}{2n'+1} + \sin 2n\varphi_T \left\{ m^{2n} M - \frac{1}{m^{2n}} \left(M - \sum_{n'=0}^{n-1} \frac{m^{4n'+2}}{2n'+1} \right) \right\} \right] \\ e_{\omega 2n}' &= \frac{4 \cos^2 \gamma}{mKz} \left[m^{2n} \cos(2n\varphi_T - 2\gamma) \sum_{n'=0}^{n-1} \frac{1}{2n'+1} + \cos 2n\varphi_T \left\{ m^{2n} M - \frac{1}{m^{2n}} \left(M - \sum_{n'=0}^{n-1} \frac{m^{4n'+2}}{2n'+1} \right) \right\} \right] \\ M &= \tanh^{-1} m^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (35)$$

さらに $d_{\omega n}''$, $e_{\omega n}''$ は羽根が対数らせんと違うための影響を表わす項で

$$d_{\omega n}'' = \frac{\sin \gamma}{4mK} nb_n, \quad e_{\omega n}'' = -\frac{\sin \gamma}{4mK} na_n \dots\dots (36)$$

したがつて (24) および (27) 式より単位円上での速度は

$$\begin{aligned} v_{\omega\varphi} + v_{\omega\varphi}' &= -\frac{\omega r^2}{z} \left\{ \frac{4mK \sin \varphi}{F} \sin \gamma - \left(\sum_1 nb_n \cos n\bar{\varphi} - \sum_1 na_n \sin n\bar{\varphi} \right) \cos \gamma \right\} \\ &+ \frac{4mK\omega}{z} \left\{ \sum_1 (e_{\omega n} + e_{\omega n}' + e_{\omega n}'') \cos n\bar{\varphi} - \sum_1 (d_{\omega n} + d_{\omega n}' + d_{\omega n}'') \sin n\bar{\varphi} \right\} \dots\dots (37) \end{aligned}$$

羽根出口 $\bar{\varphi}=0$ が岐点となるために、さらに羽根まわりの循環による流れを附加する。循環の大きさを Γ_{ω} (時計まわりを正にとる) とすると、この流れの複素ポテンシャルは

$$W_{\omega} = \frac{i\Gamma_{\omega}}{2\pi} \log \frac{S-m}{S-1/m} \dots\dots (38)$$

これによる単位円上での速度は

$$v_{\omega T} = -\frac{\Gamma_{\omega}}{2\pi} \frac{1-m^2}{F'}, \quad F' = 1 - 2m \cos \varphi + m^2 \dots\dots (39)**$$

の影響を表わしている。さらに閉曲線上の速度は $v_{\omega\varphi} + v_{\omega\varphi}' + v_{\omega T}$ で与えられるから、これを z -面の羽根にうつすと、羽根に沿う速度 v_{ω} は

$$\begin{aligned} v_{\omega} &= r\omega \left\{ \sin \gamma - \frac{F \cos \gamma}{4mK \sin \varphi} \left(\sum_1 nb_n \cos n\bar{\varphi} - \sum_1 na_n \sin n\bar{\varphi} \right) \right\} \\ &- \frac{\omega F}{r \sin \varphi} \left\{ \sum_1 (e_{\omega n} + e_{\omega n}' + e_{\omega n}'') \cos n\bar{\varphi} - \sum_1 (d_{\omega n} + d_{\omega n}' + d_{\omega n}'') \sin n\bar{\varphi} \right\} + \frac{Fz(1-m^2)}{8\pi mKF'r \sin \varphi} \Gamma_{\omega} \dots (41) \end{aligned}$$

あるいは $v_{\omega} = v_{\omega s} + v_{\omega c} + v_{\omega p}$

$$\left. \begin{aligned} v_{\omega s} &= \omega \sin \gamma + \frac{\omega K' F \cos \gamma}{(1-m^4)F' \sin \varphi} - \omega \cos \gamma \left(\frac{1-m^4}{K^2} \cot \bar{\varphi} + \frac{2m^2 \sin 2\gamma}{K^2} \right) \\ v_{\omega c} &= \left(\frac{l}{2} - x \right) \frac{\omega}{z} \cos \gamma \left\{ -\sin \gamma + \frac{K' F \cos \gamma}{(1-m^4)F' \sin \varphi} \right\} + \left(\frac{l}{2} + x \right) \frac{\omega}{z} \cos^2 \gamma \left(\frac{1-m^4}{K^2} \cot \bar{\varphi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2m^2 \sin 2\gamma}{K^2} \right) - \frac{\omega F}{\sin \varphi} \left[\left(\sum_1 e_{\omega 2n}' \cos 2n\bar{\varphi} - \sum_1 d_{\omega 2n}' \sin 2n\bar{\varphi} \right) + \frac{K'}{F'} \left\{ \frac{l \cos^2 \gamma}{(1-m^4)z} - \sum_1 e_{\omega 2n}' \right\} \right] \\ v_{\omega p} &= \frac{\omega F}{4mK \sin \varphi} \left\{ \left(\sum_1 na_n \cos n\bar{\varphi} + \sum_1 nb_n \sin n\bar{\varphi} \right) \sin \gamma - \left(\sum_1 nb_n \cos n\bar{\varphi} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_1 na_n \sin n\bar{\varphi} \right) \cos \gamma - \frac{K'}{F'} \left(-\sin \gamma \sum_1 na_n - \cos \gamma \sum_1 nb_n \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots (41')$$

$$\left. \begin{aligned} *d_{\omega 2n+1} &= \frac{\cos \gamma}{mK} m^{2n+1} \sin \{(2n+1)\varphi_T - \gamma\} \\ e_{\omega 2n+1} &= \frac{\cos \gamma}{mK} m^{2n+1} \cos \{(2n+1)\varphi_T - \gamma\} \dots (34) \\ d_{\omega 2n} &= e_{\omega 2n} = 0 \end{aligned} \right\}$$

$d_{\omega n}'$, $e_{\omega n}'$ は円形軸翼列と直線軸翼列の差を表わすもので

$$\begin{aligned} **\bar{\varphi}=0 \text{ において } v_{\omega\varphi} + v_{\omega\varphi}' + v_{\omega T} &= 0 \text{ の条件から} \\ \Gamma_{\omega} &= \frac{8\pi mKK'\omega}{(1-m^2)z} \left[\frac{\cos \gamma}{1-m^4} - \left\{ \frac{l \cos^2 \gamma}{(1-m^4)z} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_1 e_{\omega 2n}' \right\} - \left(\frac{\sin \gamma}{4mK} \sum_1 na_n - \frac{\cos \gamma}{4mK} \sum_1 nb_n \right) \right] \\ K' &= 1 - 2m \cos \varphi_T + m^2 \dots\dots (40) \end{aligned}$$

(40)式の第1項は直線軸平板翼列の押しのけ流れに対応し、第2項は円形軸翼列と直線軸翼列との差を表わし、また第3項は羽根形状が対数らせんと異なるため

ここに v_{ws} は直線軸平板翼列の押しのけ流れの速度分布を, v_{wc} は円形軸翼列と直線軸翼列との差異による速度分布を, また v_{wp} は羽根形状の影響による速度分布を表わしている。

(2) 羽根車中心の吹き出しによる流れ ファンの単位羽根幅を通る流量を Q とし, z -面の原点に Q の強さの吹き出しをおく。 Q の吹き出しによる流れは第 3 図のように $Q/(2\pi r)$ となり, 羽根に対する接線および法線分速度はそれぞれ

第 3 図 羽根面上の繰り出し流れ

$$v_{qt} = \frac{Q}{2\pi r} \left(\cos \gamma - \frac{dy}{dx} \sin \gamma \right) \quad (42)$$

$$v_{qn} = \frac{Q}{2\pi r} \left(\sin \gamma + \frac{dy}{dx} \cos \gamma \right) \quad (43)$$

これを S -面の単位円にうつすと

$$v_{q\varphi} = -\frac{Q}{2\pi z} \frac{4mK \sin \varphi}{F} \left(\cos \gamma - \frac{dy}{dx} \sin \gamma \right) \quad (44)$$

$$\Gamma_Q = -\frac{4mKK'Q}{(1-m^2)z} \left(\frac{\sin \gamma}{1-m^2} + \frac{\cos \gamma}{4mK} \sum_1^\infty na_n + \frac{\sin \gamma}{4mK} \sum_1^\infty nb_n \right) \quad (50)$$

(50) 式の第 1 項は直線軸平板翼列の循環, 第 2 項は翼型の影響による循環である。また羽根面上の速度は

$$v_Q = \frac{Q}{2\pi r} \left\{ \cos \gamma + \frac{F \sin \gamma}{4mK \sin \varphi} \left(\sum_1^\infty nb_n \cos n\varphi - \sum_1^\infty na_n \sin n\varphi \right) \right. \\ \left. + \frac{QF}{2\pi r \sin \varphi} \left\{ \sum_1^\infty (e_{qn} + e_{qn}'') \cos n\varphi - \sum_1^\infty (d_{qn} + d_{qn}'') \sin n\varphi \right\} + \frac{Fz(1-m^2)}{8\pi mKF'r \sin \varphi} \Gamma_Q \right\} \quad (51)$$

または $v_Q = v_{qs} + v_{qc} + v_{qp}$

$$\left. \begin{aligned} v_{qs} &= \frac{Q}{2\pi} \left\{ \cos \gamma - \frac{K'F \sin \gamma}{(1-m^4)F' \sin \varphi} + \sin \gamma \left(\frac{1-m^4}{K^2} \cot \varphi + \frac{2m^2 \sin 2\gamma}{K^2} \right) \right\} \\ v_{qc} &= \frac{v_{qs}}{z} \left(\frac{l}{2} - x \right) \cos \gamma \\ v_{qp} &= \frac{Q}{2\pi} \cdot \frac{F}{4mK \sin \varphi} \left\{ \left(\sum_1^\infty nb_n \cos n\varphi - \sum_1^\infty na_n \sin n\varphi \right) \sin \gamma \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_1^\infty na_n \cos n\varphi + \sum_1^\infty nb_n \sin n\varphi \right) \cos \gamma \right. \\ &\quad \left. - \frac{K'}{F'} \left(\cos \gamma \sum_1^\infty na_n + \sin \gamma \sum_1^\infty nb_n \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (51')$$

ここに v_{qs} は平板直線翼列により生ずる速度を表わし, v_{qc} は円形軸翼列と, 直線軸翼列との速度の差を表わし, v_{qp} は羽根型の影響を表わしている。よつて羽根のまわりの全循環 Γ は, Γ_ω , Γ_Q を重ね合わせ

$$\Gamma = \Gamma_\omega + \Gamma_Q \quad (52)$$

また速度分布は $v = v_\omega + v_Q$ (53)

$$H_{th} = \frac{2mKK'\omega}{\pi g(1-m^2)} \left[\frac{2\pi\omega \cos \gamma - Q \sin \gamma}{1-m^4} - 2\pi\omega \left\{ \frac{l \cos^2 \gamma}{(1-m^4)z} - \sum_1^\infty e_{\omega 2n} \right\} \right]$$

$$v_{qr} = -\frac{Q}{2\pi z} \frac{4mK \sin \varphi}{F} \left(\sin \gamma + \frac{dy}{dx} \cos \gamma \right) \quad (45)$$

v_{qr} を打ち消すように, 前と同様

$$W_Q = \sum_1^\infty (D_{qn} + iE_{qn})/S^n, \quad \bar{S} = e^{i\varphi} \quad (46)$$

の複素ポテンシャルを持つ高次の二重吹出し群を分布させると, 羽根上の境界条件が満足されるためには,

$$\left. \begin{aligned} D_{qn} &= -\frac{2mKQ}{\pi z} \cdot \frac{d_{qn} + d_{qn}''}{n} \\ E_{qn} &= -\frac{2mKQ}{\pi z} \cdot \frac{e_{qn} + e_{qn}''}{n} \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

ここに d_{qn} , e_{qn} は平板よりなる直線軸翼列に対応するもので

$$\left. \begin{aligned} d_{Q2n+1} &= \frac{\sin \gamma}{mK} m^{2n+1} \sin \{(2n+1)\varphi_T - \gamma\} \\ e_{Q2n+1} &= \frac{\sin \gamma}{mK} m^{2n+1} \cos \{(2n+1)\varphi_T - \gamma\} \\ d_{Q2n} &= e_{Q2n} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

また d_{qn}'' , e_{qn}'' は羽根の形状に関する項で

$$d_{qn}'' = -\frac{\cos \gamma}{4mK} nb_n, \quad e_{qn}'' = \frac{\cos \gamma}{4mK} na_n \quad (49)$$

羽根出口が岐点となる条件から羽根のまわりの循環 Γ_Q は

4. 多翼送風機羽根車の理論特性

(1) 理論揚程 羽根車の与える理論揚程 (空気柱) は g を重力の加速度として

$$H_{th} = \frac{\omega z \Gamma}{2\pi g} \quad (54)$$

(40), (50) および (52) 式より

$$-\frac{1}{4mK}\left\{2\pi\omega\left(\sin\gamma\sum_1^{\infty}na_n-\cos\gamma\sum_1^{\infty}nb_n\right)+Q\left(\cos\gamma\sum_1^{\infty}na_n+\sin\gamma\sum_1^{\infty}nb_n\right)\right\}\dots\dots\dots(54')$$

(54')式の第1項は直線軸平板翼列, 第2項は円形軸翼列と直線軸翼列の差の影響, 第3項は羽根形状の影響に対応するものである。(54')式により流量, 回転数, 羽根車の形状と揚程の関係を知らることができる。

(2) 無衝突流入の条件 無衝突流入の条件は, 羽根入口で流速が有限になる条件から求められる。(41), (51)および(53)式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{2\pi\omega} &= \left[\left(1 + \frac{K'}{K''}\right) \cos\gamma - (1-m^4) \sum_1^{\infty} e_{\omega 2n} \left(1 - \frac{K'}{K''}\right) - \frac{1-m^4}{4mK} \left\{ \left(\frac{K'}{K''}\right) \sum_1^{\infty} na_n \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_1^{\infty} (-1)^n na_n \right\} \sin\gamma - \left(\frac{K'}{K''}\right) \sum_1^{\infty} nb_n - \sum_1^{\infty} (-1)^n nb_n \right] \cos\gamma \left. \vphantom{\frac{Q}{2\pi\omega}} \right\} \dots\dots\dots(55) \\ &\quad \left[\left(1 + \frac{K'}{K''}\right) \left(1 + \frac{l \cos\gamma}{z}\right) \sin\gamma + \frac{1-m^4}{4mK} \left\{ \left(\frac{K'}{K''}\right) \sum_1^{\infty} na_n \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_1^{\infty} (-1)^n na_n \right\} \cos\gamma + \left(\frac{K'}{K''}\right) \sum_1^{\infty} nb_n - \sum_1^{\infty} (-1)^n nb_n \right] \sin\gamma \left. \vphantom{\frac{Q}{2\pi\omega}} \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$K'' = 1 + 2m \cos\varphi_T + m^2$$

(55)式により, 与えられた回転数で入口損失を生起しないような流量がきまる。

(3) 角度超過 羽根車を通つて流出する流れは, 羽根車からある程度離れたとほぼ一様になり, その流線は対数らせんになる。羽根車に入る前の流れは半径方向であるから, この対数らせんの角 β は羽根車により曲げられた流れの角に相当するわけである。以上の ζ -面の速度の関係を Z -面にうつして考えると, ζ -面の対数らせんは Z -面の直線に対応し, ζ -面の羽根のまわりの循環 Γ は, Z -面の翼型のまわりの等しい大きさの循環 Γ に対応するから, $2V_t$ を循環 Γ

$$\begin{aligned} \text{による } Z\text{-面の翼列軸方向の誘起速度とすると,} \\ \tan\beta = 2V_t / \{Q/(2\pi)\} \dots\dots\dots(56) \\ 2V_t = \Gamma/(2\pi) \end{aligned}$$

$$\text{すなわち } \beta = \tan^{-1}(\Gamma/Q) \dots\dots\dots(56')$$

(56')式により流体の羽根出口の流出方向がわかり, したがつて1次元理論による流出方向との相違も計算できる。

5. 通常の羽根車の速度分布

普通型多翼送風機の一つの例として, 第4図のよう

第4図 12%円弧羽根の羽根車の表面速度分布

第5図 対数らせん羽根の羽根車の速度分布

な羽根車について、その速度分布を計算して見た。12%円弧羽根の相当ピッチ羽根長さ比 $2\pi r_T/zl_0=0.8$ というのは、本計算式の適用できるぎりぎりの要目で量的には若干の誤差があるかも知れないが、少くも速度分布の概略は第4図により知ることができる。第4図では羽根車外周における回転速度 $r_T\omega$ と羽根車外周における線出し速度 $Q/(2\pi r_T)$ の比 ν を副変数とし、羽根の弦長を横軸にとつて速度分布が表示してあるが、無衝突流入すなわち $\nu=0.5$ の附近では、揚程が小さすぎるので、在来設計では $\nu=1\sim2$ のあたりを設計点に選んでいるようである。しかし $\nu=1$ では前縁附近の流れが悪く、さらに $\nu=2$ では前縁附近および後縁の近くに逆流領域があつて、速度分布は非常に悪くなる。

第5図は60°の角をなす対数らせん羽根の羽根車で、これの羽根数が少くて羽根の長いものは遠心送風機に通見られる型である。この場合も無衝突流入 $\nu=2$ では揚程が出ないので、 $\nu=3\sim4$ が採用されるようであるが、この速度分布もやはり前縁附近が尖つてあまりよくない。この二つの数値計算の結果は、羽根の設計に流体力学的な考慮が必要なことを示しているものとする。

6. 結 論

(1) 任意羽根型よりなる多翼送風機の羽根車のまわりの流れを非圧縮性の2次元ポテンシャル流れと仮定して、計算が簡単で結果の見通しが利く一近似解を求めた。

(2) 上記にもとずき、羽根の理論揚程、無衝突流入の条件、羽根に沿う速度分布および角度超過の計算式を求めた。

(3) 本計算式を用い、現在用いられる普通の型式の2種類の羽根車について、羽根に沿う速度分布を求めて見た。いずれの場合の速度分布も良好でなく、流体力学的な設計の必要が認められる。

終りに懇篤な指導をいただいた東北大学高速力学研究所沼知福三郎所長に厚く謝意を表す。

注:—

- (1) 昭和27年4月3日 第29期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和27年6月30日。
- (2) 正員、東北大学高速力学研究所。
- (3) 原田、茨城大学工学部研究彙報、4巻1号、p.119(昭26)。
- (4) 藤本、機械学会論文集、15巻50号、Ⅲ—39ページ(昭24)。
- (5) 重見、運輸技術研究所報告、1巻5~6号、1ページ(昭26)。
- (6) 注(4)、または沼知、岡田、機械学会論文集、17巻60号、81ページ(昭26)。
- (7) 安陪、機械学会論文集、18巻66号、1ページ(昭27)。

621.63.01:533.662.3

多翼送風機の羽根車の理論(第2報)⁽¹⁾

安 陪 俊 一⁽²⁾

Theory of the Impeller of Multiblade Centrifugal Fans (2nd Report)

by Shun-ichi ABE

The concrete consideration of the hydrodynamical design method of multiblade centrifugal fans is stated on the basis of the theoretical results described in the 1st Report, with special reference to the suitable blade arrangement and blade section for the fan. We see from the numerical results that the higher peripheral speed and accordingly the back-inclined blade would give higher efficiency. Two blade sections with given surface pressure distributions in the above suitable blade arrangement are calculated.

1. 緒 言

第1報⁽³⁾の結果によると、効率のよい多翼送風機を得るためには、流体力学的な根拠に基づく設計法を採用することが必要と認められる。このことは (i) 流体力学的に好適な羽根配置を選ぶことと (ii) その羽根配置において好適な羽根型を選ぶことに帰着するように思う。

本報では第1報の理論に基づき、上記の二つの点につ

いて、具体的な考察をすすめている。

2. 羽根に働く力と、羽根車のまわりの流れとの関係

まず羽根車の性能と個々の羽根の揚抗力との関係について考えることにする。第1図において、流れが羽根に入る前の一様な半径方向速度 v_{1r} を持っている任意の半径を r_1 とし、羽根を出て、一様な半径方向分速度 v_{2r} ならびに円周方向分速度 $v_{2\theta}$ をもっている任