621.22.015:532.582.4

翼面圧力分布を与えて円形翼型を求める計算法⁽¹⁾神 元 五 郎⁽²⁾

Simple Method of Calculating the Aerofoil Section of Circular Wing Lattice with Given Pressure Distribution

by Gorō KAMIMOTO

This paper deals with a simple method of calculating aerofoil section of circular wing lattice which has given pressure distribution.

As shown in the "Theory of Circular Wing Lattice composed of Thin Aerofoils", the coefficients of Fourier's series, which express the camber and thickness of each aerofoil, can be determined by comparing the given pressure distribution i. e. velocity distribution around the unit circle, which is conformally transformed from the circular lattice, with the theoretical velocity distribution around it.

A numerical example shows that the profile calculated by the theory coincides well with the original profile.

さきに著者の発表した円形翼列薄翼理論⁽³⁾を用いて逆に圧力分布を与えて円形翼列翼型を計算する方法について述べている。

1. 円形翼列翼型の表示とその翼面圧力分布

与えられた翼型よりなる円形翼列は θ をパラメータとして次のごとく表わされる。第1図に示すように円形翼列の中心を座標の原点とし翼型の上の点を極座標 r, φ とすると、

$$\log r = \frac{2\nu}{N(\tau^2 + \nu^2)} \left[\nu \tanh^{-1} \frac{2x \cos \theta}{1+x^2} + \tau \tan^{-1} \frac{2x \sin \theta}{1-x^2} \right] + \frac{\nu}{2} + a_0 + \sum a_n \cos n\theta' + \sum b_n \sin n\theta' \dots (1)$$

$$\varphi = \frac{2\tau}{N(\tau^2 + \nu^2)} \left[\nu \tanh^{-1} \frac{2x \cos \theta}{1+x^2} + \tau \tan^{-1} \frac{2x \sin \theta}{1-x^2} \right] + \frac{\tau}{2} + m \frac{2\pi}{N} + a_0' + \sum a_n' \cos n\theta' + \sum b_n' \sin n\theta' \dots (2)$$

ここに N は翼数, τ は第1図に示すごとく翼の前後縁の中心に対して張る角, ν は翼の前後縁を通る円の半径の比の対数とし, $m=0, 1, 2, \dots, N-1$ で, かつ x は N, τ, ν によつて次の関係から決まる定数である。すなわち

$$\frac{N}{4} = \frac{\nu}{\tau^2 + \nu^2} \tanh^{-1} \frac{2x\nu}{\sqrt{K}} + \frac{\tau}{\tau^2 + \nu^2} \tan^{-1} \frac{2x\tau}{\sqrt{K}} \dots (3) *$$

第 1 図

* かつ $K = (1+x^2)^2 \nu^2 + (1-x^2)^2 \tau^2$

また $\theta' = \theta - \theta_L$ で, $\theta_L = \tan^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} \frac{\tau}{\nu}$ である。

この円形翼列の各翼型はそのそりが前後縁を通る対数うず線と大差なくかつ厚みも少いとし, この円形翼列は次の写像かん数によつて z 面上の単位円に写像されるものとする。

$$\log z = \frac{e^{i \tan^{-1} \frac{\tau}{\nu}}}{N} \left[e^{-i \tan^{-1} \frac{\tau}{\nu}} \log \frac{x \zeta + 1}{x \zeta - 1} + e^{i \tan^{-1} \frac{\tau}{\nu}} \log \frac{\zeta + x}{\zeta - x} - \frac{N}{2} \sqrt{\tau^2 + \nu^2} \right] \dots (4)$$

いま、面上の円周上の速度のうち法線分速度を打消すように円の中心に高次の二重吹出しの分布を決めると、流れは翼面に沿うて流れることになる。さらに円

周上の後縁の対応点で速度が 0 となるように循環を決めると、計算の結果円周上の速度分布は次のごとくなる。

$$\begin{aligned}
 v(\theta) = & -\frac{\nu Q + \tau \Gamma_1}{2\pi N(\tau^2 + \nu^2)} \frac{4x\sqrt{K} \sin \theta'}{1 - 2x^2 \cos 2\theta + x^4} - \frac{2x(\tau Q - \nu \Gamma_1)(1 - x^4)(\tau^2 + \nu^2) \cos \theta' + 4x^2 \tau \nu \sin \theta'}{\pi N(\tau^2 + \nu^2) (1 - 2x^2 \cos 2\theta + x^4)} \\
 & - \frac{\nu Q + \tau \Gamma_1}{2\pi \nu} \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left\{ \frac{\tau}{\nu} \sum n (a_n \cos n \theta' + b_n \sin n \theta') - \sum n (a_n' \cos n \theta' + b_n' \sin n \theta') \right\} \\
 & + \frac{\tau Q - \nu \Gamma_1}{2\pi \nu} \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left\{ \frac{\tau}{\nu} \sum n (a_n \sin n \theta' - b_n \cos n \theta') - \sum n (a_n' \sin n \theta' - b_n' \cos n \theta') \right\} \\
 & + \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1 - x^2}{1 + 2x \cos \theta + x^2} \dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

第 2 図

さて第 2 図に示すように円形翼列の外径 $r_A = 1$ における翼のない場合の流れの速度を v_r とし、その点の圧力を p_r とする。そして翼面圧力分布 $(p - p_r)/\frac{1}{2} \times \rho v_r^2 = 1 - \left(\frac{v}{v_r}\right)^2$ が与えられていると、翼面の速度分布 (v/v_r) は既知である。したがって、面上の単位円周上の速度 $v(\theta)$ は次のごとく表わすことができる。*

$$\begin{aligned}
 * \frac{v(\theta)}{v_r} &= \frac{v}{v_r} \left| \frac{dz}{d\zeta} \right| \\
 &= \frac{v}{v_r} \frac{r}{N} \frac{4x\sqrt{K} \sin \theta'}{\sqrt{\tau^2 + \nu^2} (1 - 2x^2 \cos 2\theta + x^4)} \dots\dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

これも既知となるから、これを次のごとく Fourier 級数にて表わす。

$$v(\theta)/v_r = A_0 + \sum A_n \cos n \theta' + \sum B_n \sin n \theta' \dots (7)$$

$$\text{ここに } v_r = \frac{Q}{2\pi} \sqrt{1 + \left(\frac{\Gamma_1}{Q}\right)^2} \dots\dots\dots (8)$$

であり、 Q および Γ_1 はそれぞれ円形翼列を流れる流体の流量および円形翼列の外の流れのもつ循環を表わす。

2. 翼型の決定

(5)式で与えられた円周上の速度分布 $v(\theta)$ を Fourier 級数で表わすと次のごとくなる。

$$\begin{aligned}
 \frac{v(\theta)}{v_r} = & \frac{4\{\nu + \tau(\Gamma_1/Q)\}}{N(\tau^2 + \nu^2)\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} \left[\sum x^{2n+1} \{\nu \sin(2n+1)\theta_L - \tau \cos(2n+1)\theta_L\} \cos(2n+1)\theta' \right. \\
 & + \left. \sum x^{2n+1} \{\nu \cos(2n+1)\theta_L + \tau \sin(2n+1)\theta_L\} \sin(2n+1)\theta' \right] \\
 & + \frac{4\{\tau - \nu(\Gamma_1/Q)\}}{N(\tau^2 + \nu^2)\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} \left[\sum x^{2n+1} \{\tau \sin(2n+1)\theta_L + \nu \cos(2n+1)\theta_L\} \cos(2n+1)\theta' \right. \\
 & + \left. \sum x^{2n+1} \{\tau \cos(2n+1)\theta_L - \nu \sin(2n+1)\theta_L\} \sin(2n+1)\theta' \right] \\
 & - \frac{\nu + \tau(\Gamma_1/Q)}{\nu\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left\{ \frac{\tau}{\nu} \sum n (a_n \cos n \theta' + b_n \sin n \theta') - \sum n (a_n' \cos n \theta' + b_n' \sin n \theta') \right\} \\
 & + \frac{\tau - \nu(\Gamma_1/Q)}{\nu\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left\{ \frac{\tau}{\nu} \sum n (a_n \sin n \theta' - b_n \cos n \theta') - \sum n (a_n' \sin n \theta' - b_n' \cos n \theta') \right\} \\
 & + \left(\frac{\Gamma}{Q} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} [1 + 2 \sum (-1)^n x^n \cos n \theta_L \cos n \theta' - 2 \sum (-1)^n x^n \sin n \theta_L \sin n \theta'] \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

この (9) 式と (7) 式とを比較すると

$$A_0 = \left(\frac{\Gamma}{Q} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned}
 A_{2n+1} = & \frac{4\{\nu + \tau(\Gamma_1/Q)\}}{N(\tau^2 + \nu^2)\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} x^{2n+1} \{\nu \sin(2n+1)\theta_L - \tau \cos(2n+1)\theta_L\} \\
 & + \frac{4\{\tau - \nu(\Gamma_1/Q)\}}{N(\tau^2 + \nu^2)\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} x^{2n+1} \{\tau \sin(2n+1)\theta_L + \nu \cos(2n+1)\theta_L\} \\
 & - (2n+1) \frac{\nu + \tau(\Gamma_1/Q)}{\nu\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left(\frac{\tau}{\nu} a_{2n+1} - a'_{2n+1} \right) \\
 & - (2n+1) \frac{\tau - \nu(\Gamma_1/Q)}{\nu\sqrt{1 + (\Gamma_1/Q)^2}} \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left(\frac{\tau}{\nu} b_{2n+1} - b'_{2n+1} \right)
 \end{aligned}$$

$$+ 2\left(\frac{\Gamma}{Q}\right) \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \cos \alpha_1 \cos \{(2n+1)\theta_L - (\gamma - \alpha_1)\} \dots\dots\dots (21)$$

$$b_{2n+1} = -\sin \gamma \left[\frac{A_{2n+1}}{2n+1} \sin(\gamma - \alpha_1) + \frac{B_{2n+1}}{2n+1} \cos(\gamma - \alpha_1) - \frac{4}{N} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \cos \{(2n+1)\theta_L - \gamma\} \right. \\ \left. - 2\left(\frac{\Gamma}{Q}\right) \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \cos \alpha_1 \sin \{(2n+1)\theta_L - (\gamma - \alpha_1)\} \right] \dots\dots\dots (22)$$

$$a_{2n} = -\sin \gamma \left[\frac{A_{2n}}{2n} \cos(\gamma - \alpha_1) - \frac{B_{2n}}{2n} \sin(\gamma - \alpha_1) - 2\left(\frac{\Gamma}{Q}\right) \frac{x^{2n}}{2n} \cos \alpha_1 \cos \{2n\theta_L - (\gamma - \alpha_1)\} \right] \dots\dots\dots (23)$$

$$b_{2n} = -\sin \gamma \left[\frac{A_{2n}}{2n} \sin(\gamma - \alpha_1) + \frac{B_{2n}}{2n} \cos(\gamma - \alpha_1) + 2\left(\frac{\Gamma}{Q}\right) \frac{x^{2n}}{2n} \cos \alpha_1 \sin \{2n\theta_L - (\gamma - \alpha_1)\} \right] \dots\dots (24)$$

$$\text{かつ } a_n = -\cot \gamma \cdot a_n, \quad b_n' = -\cot \gamma \cdot b_n \dots\dots\dots (25)$$

である。

さらに α_1 と a_0 とを決めるためには、

前縁 $\theta=0$ にて $r=1, \varphi=0$

後縁 $\theta'=\pi$ にて $r=e^v, \varphi=\tau$ *

* なる条件を用いて

$$a_0 + \sum a_n = 0, \quad a_0 + \sum (-1)^n a_n = 0$$

$$\text{これより } \sum a_{2n+1} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

$$a_0 = -\sum a_{2n} \dots\dots\dots (27)$$

(26)式に a_{2n+1} の値を代入すると

$$\cos(\gamma - \alpha_1) \left\{ \sum \frac{A_{2n+1}}{2n+1} + 2A_0 \sum \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \cos(2n+1)\theta_L \right\} \\ - \sin(\gamma - \alpha_1) \left\{ \sum \frac{B_{2n+1}}{2n+1} - 2A_0 \sum \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \sin(2n+1)\theta_L \right\} \\ - \frac{4}{N} \sum \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \sin \{(2n+1)\theta_L - \gamma\} = 0 \dots\dots\dots (28)$$

これより α_1 が決定される。したがって翼型を決定する係数 a_n, b_n, a_n', b_n' がすべて決定できる。

3. 数値計算例

著者が円形翼列薄翼理論⁽³⁾で行った数値計算例を用いて計算を行つた。すなわち円形翼列の翼列条件は次のようである。

$$N=8, \quad \tau=0.1134, \quad \nu=-0.6361$$

であつて翼面圧力分布は第4図のごとく与えた。この場合計算に必要な諸元は次のようである。

$$x=0.5714, \quad \theta_L=-5^\circ 10', \quad \gamma=-10^\circ 7', \quad \alpha_1=-46'$$

計算の結果求められた円形翼列翼型を表わす係数 a_n, b_n, a_n', b_n' は第1表のごとくなる。括弧の中は先の薄翼理論で翼型を与えて決定した係数であつて比較のために掲げておいた。したがって求められた翼型は

第 4 図

第 1 表

$\Delta \log r = a_0 + \sum a_n \cos n\theta + \sum b_n' \sin n\theta'$				$\Delta \varphi = a_0' + \sum a_n' \cos n\theta' + \sum b_n' \sin n\theta'$			
a_0	0.0047(0.0045)			a_0'	-0.0263(-0.0236)		
a_1	0.0002(0.0001)	b_1	0.0070(0.0069)	a_1'	-0.0013(-0.0015)	b_1'	0.0039(0.00392)
a_2	0.0032(0.0029)	b_2	0.0013(0.0011)	a_2'	0.0178(0.0170)	b_2'	0.0074(0.0070)
a_3	0.0003(0.0000)	b_3	0.0008(0.0007)	a_3'	0.0018(0.0011)	b_3'	0.0044(0.0039)
a_4	0.0009(0.0010)	b_4	0.0004(0.0003)	a_4'	0.0051(0.0044)	b_4'	0.0021(0.0022)
a_5	0.0000(0.0000)	b_5	0.0000(0.0000)	a_5'	0.0000(0.0006)	b_5'	0.0000(0.0003)
a_6	0.0003(0.0004)	b_6	0.0002(0.0003)	a_6'	0.0018(0.0013)	b_6'	0.0010(0.0010)
a_7	0.0000(0.0001)	b_7	0.0000(0.0000)	a_7'	0.0000(0.0002)	b_7'	0.0000(0.0002)
a_8	0.0002(0.0001)	b_8	0.0001(0.0000)	a_8'	0.0010(0.0006)	b_8'	0.0004(0.0003)
a_9	0.0002(0.0001)	b_9	0.0000(0.0000)	a_9'	0.0002(0.0003)	b_9'	0.0000(0.0002)
a_{10}	0.0001(0.0000)	b_{10}	0.0000(0.0000)	a_{10}'	0.0003(0.0001)	b_{10}'	0.0002(0.0003)
a_{11}	0.0000(0.0000)			a_{11}'	0.0000(-0.0002)		

第4図に示すように元の翼型とよく一致する。

4. 結 論

以上円形翼列について翼面圧力分布を与えて翼型を求める方法について述べた。反動型水車の案内羽根の設計の際に翼型は十分薄く そりも対数うず線と大差がないような場合には比較的簡単な計算によつて設計

目的に一致する翼型を得ることができる。

終りに本研究は文部省科学研究費による研究の一部であることを附記してここに謝意を表する次第である。

注:—

- (1) 昭和 27 年 3 月 29 日 関西支部総会講演会において講演。
原稿受付 昭和 27 年 5 月 27 日。
- (2) 正員, 京都大学。
- (3) 神元: 本論文集 1 ページ。

621.22.015 : 532.582.4

円形翼列の実験結果について⁽¹⁾

神 元 五 郎⁽²⁾

On the Experimental Results of Circular Wing Lattice

by Gorō KAMIMOTO

This paper contains the experimental results of a model of circular wing lattice, the construction of which is similar that of to the guide vanes of the reaction type water turbine.

The measurement of the pressure distribution along the guide vanes surface and of the flow inside of the lattice was performed under the various setting angles 0° , 10° , 20° , 30° , 40° , 50° , 60° , 70° and number of vanes 12, 6, 3.

The results are compared with the theoretical ones calculated by "Theory of Circular Wing Lattice composed of Thin Aerofoil with Arbitrary Shape".

摘 要

円形翼列の実験については二三の実験⁽³⁾⁽⁴⁾が行われているが、ここでは風洞実験によつて反動型水車の案内羽根の模型内の流れを測定した。模型は厚比 16 % の対称翼よりなる円形翼列であつて、流れの状態を 2 次元流れに近くするようにした。翼の取付角を変化させて種々の翼列条件の下に翼面圧力分布を測定し、ことに円形翼列内部に生じた循環の大きさを測定した。かくして求められた実験結果と理論計算⁽⁵⁾⁽⁶⁾による結果とを比較した。

1. 実験装置

実験装置全体は第1図に示し、模型測定部の詳細は第2図に示される。第1図において電動機 M に直結された軸流送風機 F (毎分 600~2 340 回転, 風量毎

第 1 図

第 2 図

分 120 m^3 , 圧力 $80 \text{ mm H}_2\text{O}$, 5 HP)によつて測定部 A より空気は吸込まれ、拡がり管 D を通つて管 C_1 , C_2 によつて流量測定ノズル N から再び大気に放出される。送風機 F の後方には整流格子 S があつて、ノズル N への流れの旋回分速度をなくするようになっている。第2図の円形翼列測定部には弦長 150 mm の翼型 B および B' が円形の側板 F , F の間に適当なピッチでとりつけられている。各翼は軸 C の周りに回転し、その取付角を変えることができる。その中翼 B' はその翼幅が大きく、円板 E をつらぬいてその一方の翼端から翼面圧力分布を測定する細管が出ている。円形翼列の翼列条件は翼の取付角と翼の数と