拡がり流れにおける境界層の速度分布 (第1報)⁽¹⁾

古 屋 善 正⁽²⁾

The Velocity Distribution in Turbulent Boundary Layer in Diverging Flow (1st Report)

by Yoshimasa FURUYA

In order to study the effect of the thickness of the layer and the pressure gradient on the velocity distribution curve, the experiments are carried out in the boundary layer along the smooth wall in a diverging channel of rectangular section.

In order to make the layer thicker, for example, a corrugated plate is laid on the wall up-stream the measuring wall.

These experiments cover a range of Reynolds number $U\delta/\nu$ from $2 \times 10^4 \sim 1.3 \times 10^5$ and a range of thickness of layer δ from 6 mm to 60 mm.

The effect of the non-dimensional pressure gradient Γ on the velocity curve appears a little later, but if the pressure gradient $\frac{dp}{dx} / \frac{\rho}{2} U^2 < 2 \text{ m}^{-1}$, the shape of the non-dimensional velocity distribution has a single family of curves within the discrepancy not exceeding 2~3%.

When the pressure gradient becomes greater, the velocity curve near the wall varies and cannot be fixed by one form parameter.

結 言

流路の性能に大きな影響をもつ拡がり管の効率はその管内の速度分布やよく離によって定まる。この乱流境界層の速度分布は理論的に求めにくいので実験によって求めるほかない。従来 Nikuradse や Gruschwitz などの著名な実験結果があるが速度分布の形についても、またそれと圧力上昇との関係についても、まだ明らかでない。また翼表面の境界層の速度分布についての実験の多くは、実験のレイノルズ数が概して小さく、層の厚さも薄い、拡がり管では初めから境界層が乱流で、そのレイノルズ数も概して大なる場合が多く、また層が厚くなって管の中心に達している場合もあるので、前者の結果をそのまま拡がり管にあてはめることにも疑問がある。

この報告は二次元的な拡がり流れにおいて、初めから乱流の状態にある境界層内の速度分布について、特に境界層の厚さを変えた実験を行い、その結果を検討したもので、実験は I) 主として圧力分布を変えたときの実験と II) 境界層の厚さを増した実験とから

なる。

記 号

x : 拡がり管入口から後流への距離 mm

y : 壁からの距離 mm

δ : 境界層の厚さ mm

$\delta^* = \int_0^\delta 1 - (u/U) dy$: 排除厚さ mm

$\vartheta = \int_0^\delta (u/U) \{1 - (u/U)\} dy$: 運動量厚さ mm

u : 境界層内の速度 m/s

U : 境界層の外側のポテンシャル流とみられる部分の速度 m/s

$R_\vartheta = U \vartheta / \nu$

$R_{\delta^*} = U \delta^* / \nu$

$\Gamma_1 = \frac{-\vartheta}{\rho U^2} \frac{dp}{dx} R_\vartheta^{1/4}$ $\Gamma_{\delta^*} = \frac{-\delta^*}{\rho U^2} \frac{dp}{dx} R_{\delta^*}^{1/4}$

I. 実験その 1

1.1 実験装置と方法 第1図に実験装置の略図を示す。直流電動機で駆動する送風機の出口側を長方形 (360×440) 風路に接続し整流後高さ 100 mm 幅

200 mm に絞る。これを幅が一定で上側の面だけが変化する長方形の拡がり管に接続し、その後平行または絞り管で大気へ開放する。

第1図 測定部略図

拡がり管は内面はなめらかな黄銅板で作り、速度と圧力の測定は下側の平面の中心線で行う。測定した境界層の厚さはだいたい 8 mm~50 mm であるから下面中心線の流れはほぼ二次元と考えられる。速度の測定は入口から約 122 mm から 803 mm の間で行った。ピトー管は外径 1φ の管の先端を 0.6 mm につぶしてかぎ型に曲げたもので他端はマイクロメータに取り付けた保持具にさし込む。ピトー管の先端と壁との接触は電池を入れた回路の電流計の振れで知る。その誤差は 2/100mm であった。ピトー管が壁に接したときも測定した速度の位置は補正せずにピトー管先端の中心の位置にとった。測定中風速を一定に保つ規準として標準のピトー管を下流に入れると上流の静圧が変わるのでその代りに絞り前の圧力を標準にして速度を調節した。したがって流れ（境界層の外のポテンシャル流）の全圧を一定に保ったことになる。その圧力はほぼ風速 36 m/s の動圧に相当した。

第2図 拡がり管上板の形と実験番号

圧力上昇は上板の形を変えることでえた。第2図にその拡がり管の形と実験番号を示す。ほとんど全部の実験で層外にポテンシャル流れに相当する部分が存在するから、測定面（下面）に対する上板の影響はその形でなくて圧力変化だけと考えてよい。また静圧は測定面に垂直な断面内では等しいとした。

実験7までは、圧力上昇が大になると上板から先にはく離を起し、そこから後流は圧力があまり上昇しないから、実験8では図のように上板にすきまを作り、そこから境界層を吸出してはく離を防ぎ高い圧力上昇をえた。

なお本実験のレイノルズ数の範囲は $U\delta/\nu = 2 \times 10^4 \sim 1.3 \times 10^5$ である。

第3図 圧力分布

1・2 実験結果 実験 1~8 についての圧力分布を第3図に示す。拡がり管入口 ($x=10$ mm) からの静圧の上昇すなわち層外の動圧 $\frac{\rho}{2} U^2$ の減少を入口の動圧 $\frac{\rho}{2} U_1^2$ で除した値 U^2/U_1^2 を示す。

実験4は実験3と同じ上板の拡がり角であるが拡がり管の前に 250 mm の平行管をおいて層の厚さを増したもので、圧力上昇量は3にくらべて小であるが境界層厚さあたりの圧力傾斜の値や $\Gamma_1 = \frac{\partial}{\partial x} \frac{dp}{\rho U^2}$ の値はより大である。

$$\Gamma_1 = \frac{\partial}{\partial x} \frac{dp}{\rho U^2}$$

$R_\delta^{1/4}$ の値はより大である。

実験 1~4 および 8 の圧力上昇のようす(左図)はきわめてなめらかであるが、実験 5~7 (右図)の圧力分布はそれほどでない。これは多くは上板側に はく離が起っているためである。

以上の場合の速度分布を第4~5図に示す。これは速度比 u/U を壁からの距離の対数目盛で示したもので、平行管ではこれはほぼ

$$u/U = a + b \log y \text{ なる直線で表わされるはずである。}$$

以上の速度分布の形を比較するために y の代わりに y/δ を用いて無次元で表わすと、

実験 1~4 および 8 では第6図に示すように、

第 4 図 速度分布

第 5 図 速度分布

第 6 図

第 7 図

だいたい Γ_1 の順に、一定の形できれいに配列する。しかし実験 5~7 ではたとえば第 7 図に示すようにそれほどきれいに配列せず交差する。これは速度分布の形が上流の圧力傾斜の影響を受けることを示す。また下流の速度分布の方が上流のそれに比べて壁にごく近い速度比がやや大である。下流は層が厚く圧力傾斜が小であるから、壁に近い速度分布の方が圧力傾斜の影響を比較的早く受けると見られる。

しかしこの形の不規則さも速度比にして 2~3% でそれほど大きくなく全体として見れば一定の形で配列しているとしてよい。なお実験 8 ははく離の状態に達するがそのときの $\Gamma_1 = -0.035$, $H = 1.85$ であった。

II. 実験その 2

2.1 人工境界層の実験 前回では境界層の厚さが薄いので、ここでは厚い場合について実験を行った。実験装置や方法は前と余り変りがないが境界層の厚さを増すために別の工夫を用いた。

前のような方法で、長い平行管によって層の厚さを増すと測定面以外の壁の厚さも同時に増すので流れが二次元でなくなる。そこでここでは測定面だけ層の厚さを増すためその上流 ($x = -155 \text{ mm}$) の下面だけにたとえば第 8 図に示すようなくし型や波型の断面の抵

第 8 図 人工境界層と自然の境界層

抗物を置いた。これで作った人工の境界層の速度分布が自然の速度分布とくらべて、圧力上昇のないときに相似であれば圧力上昇のあるときも自然の場合と同じ状態がえられると考え圧力上昇のほとんどないときについて、くし型の数種と波型について実験を行った。その結果の一例を第 8 図に示すように波型のものは比較的早く自然の場合の形と相似になったのでこの後は波型を用いた。

実験は上板を直線状に 4° , 8° , 10° に開いた場合について行った。これを順に実験 9, 10, 11 とする (第 2 図)。本実験のレイノルズ数の範囲は $U \delta^*/\nu = 0.6 \sim 1.2 \times 10^5$, $\delta = 20 \text{ mm} \sim 60 \text{ mm}$ であった。なおこの場合は測定面だけ層の厚さが厚いから はく離 は常に測定面だけに生じた。

2.2 実験結果 静圧の上昇すなわち層外の動圧の減少を第 9 図に示す。前回に比して圧力上昇量は少ないが Γ_1 の値はより大きい。この場合の無次元で表わ

第 9 図 圧 力 分 布

した速度分布を第 10 図に示す。前回同様速度分布の形はだいたいきれいに配列するがここでも前と同様に個々の実験では $-\Gamma$ の値が減じて速度分布の形はもとにもどらず、また、同じ Γ でも上流すなわち圧力傾斜の大なる方が壁に近い速度比がやや減じている。

第 10 図 速 度 分 布

実験 11 ではく離 を起したがそのときの $H = \delta^*/\delta = 2.4$, $\Gamma_1 = -0.04$ で前回の はく離点 $H = 1.8$ と比較して層の厚さが厚い方が はく離点 の H は増すと考えられる。

III. 実験結果の検討

3.1 速度分布の形と圧力上昇 速度分布はだいたい一定の形で配列するからその形を定める一つの量として $H = \delta^*/\delta$ を用いる。 H が同一のとき同じ速度分布の形を示すかどうかを検討するため $y = \delta$ における u/U の値をとってこれを H と比較すると実験点の間にレイノルズ数の違いはあってもだいたい一つ

の線上にならび、本実験の速度分布の形は一つのパラメータで定めることができることを示す(第11図)。

第11図

Nikuradse の結果⁽³⁾(図中黒丸)もだいたい本実験と一致するが、Gruschwitz の結果⁽⁴⁾(点線)はややはずれる。したがって本実験の速度分布の形がすべての実験にあてはまるとはいえない。

これらの速度分布の形を比較すると、第12図に一例を示すように、Nikuradse の場合は管の中心近く

第12図

をのぞいては本実験とだいたい同じ形であるのに対して Gruschwitz の場合(図中点線)の壁に近い所の速度比がやや急に減っている。これは後者の場合圧力の傾斜 $\frac{dp}{dx} / \frac{\rho}{2} U^2$ が 5 m^{-1} 程度で本実験などより大きく、またそのレイノルズ数 $U\delta/\nu$ が 10^3 の程度で本実験などより小さいことの影響と考えられる。

したがってレイノルズ数がある程度大きく ($U\delta/\nu$

$> 1.6 \times 10^3$) 圧力傾斜があまり大きくないとき ($\frac{dp}{dx} / \frac{\rho}{2} U^2 < 2 \text{ m}^{-1}$) は無次元の速度分布はだいたい一定の形をもつといえる。

ここで無次元表示には y/δ の代りに y/δ^* を用いてもさしつかえないことは $H = \delta^*/\delta$ が形状のパラメータであることから当然であるが y/δ は用いられない。これは Nikuradse の場合のように境界層が管の中央にまで発達すると δ/δ^* が小さくなることと、 δ の不確かさによる。

第13図

速度分布の形 H と Γ_1 すなわち圧力傾斜と壁のせん断応力との比と見られる $(\partial/\partial y) (dp/dx) R_0^{1/4}$ の値との関係を示すと第13図のようにならばかなりの散らばりがある。従来の他の実験のこの関係も藤本博士の指摘されたように⁽⁵⁾これよりもさらに散らばりをもっていて、一定の関係を望むのは困難であるが、図中の実線のように層の厚さや圧力分布がだいたい同じ程度であればそれだけについては一定の関係があるとしてよい。

Γ_1 における δ の代りに δ^* を入れた Γ_1^* を用いると、それと H との関係における散らばりは少なくなるからこれを用いる方がよい。

はく離点の Γ_1^* の値は本実験では境界層の厚い場合 -0.11 ぐらいで境界層が薄いとき -0.075 ぐらいであった。

3・2 せん断応力および混合距離 運動量輸送理論における混合距離 l が簡単な形であればせん断応力や速度分布を定めるに都合がよいが、本実験から求めた l は圧力上昇のようすによって違ってくことを示した。

すなわち実験 1, 3, および 4 から求めたせん断応力 $\tau/\rho U^2$ の分布を第14図に、その l の分布を第15図に示す。 τ を求めるには一つの実験で流線に沿って全圧の傾斜を求めるので、このときの図法にかなりの

第 14 図 せん断応力分布

誤差が含まれるので、図の l はその傾向を知る程度しか役立たないであろうが、 Γ が大きくなるほど l は次第に一定になる傾向をもっている。

またせん断応力係数 $\tau/\rho U^2$ と速度こう配 $(\partial U/\partial y)$ の比、すなわち渦動粘性係数

$$\epsilon = U \partial \cdot \left(\frac{\tau}{\rho U^2} \right) / \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)$$

も壁からやや離れたところではほぼ一定になる傾向がある。

IV. 結 論

1. 拡がり流れにおいて、なめらかな面上の乱流境界層の速度分布について、層の厚さと圧力分布をかえて実験を行った。
2. 同じ形の拡がり管では入口の境界層が厚い方が全体の圧力上昇量は減ずるが、 Γ の値はかえて大ではく離にも早く達する。
3. はく離点の速度分布、たとえばその H の値は一定でなく 1.8~2.5 の程度で、この大きい方の値は層の厚い場合に小さい値は層の薄い場合に対応する。
4. 速度分布の形はそのときの断面の Γ だけでなく、上流に強い圧力傾斜があるとその影響をうける。また圧力上昇 ($-\Gamma$) が減じても速度分布の形はすぐにもとえもどらない。

第 15 図 l の 分 布

5. 圧力分布の形がだいたい同じような実験の間だけでは、 Γ の値だけで速度分布の形を区別してよい。

6. 同程度の Γ の値、あるいは同程度の速度分布の形で、圧力傾斜がやや大きく層の厚さやレイノルズ数が少であると、壁に近い速度分布の形が変わってくる。

7. したがって圧力傾斜があまり大きくなく、レイノルズ数があまり少でなければ、速度分布の形は数%の差で一連の一定した形をもつ。

8. 境界層が管の中心に達した場合も上の速度分布の形と同様になる。

9. 混合距離 l は圧力上昇が大になると次第に一定になる傾向をもつ。

終りにのぞみ本研究に終始懇切な御指導を賜った本学、生源寺教授、下山教授に対して厚く感謝の意を表する。なお本研究は文部省科学研究費の援助によるものであることを附記する。

注：—

- (1) 一部(実験 I) は昭和 24 年 4 月 1 日 定時総会講演会、他(実験 II) は昭和 25 年 10 月 25 日 名古屋地方講演会において講演、原稿受付 昭和 27 年 8 月 18 日。
- (2) 正員、名古屋大学工学部。
- (3) Nikuradse, V. D. I. Z., Bd. 73, Nr. 40, 1929.
- (4) Gruschwitz, Ing-Archiv, Bd. 2, Heft. 3, 1931.
- (5) 藤本武助, 機械学会論文集 (3 部), 7 巻 29 號(昭 16-11)。