532.526.2 : 533.6.011.35

境界層を考えた圧縮流体のノズル内流動

(第1報 平行ノズルの理論計算)⁽¹⁾馬 杉 尙 次⁽²⁾Compressible Gas Flow with Laminar Boundary Layer Passing
Simple Nozzle (Part 1)

by Naotsugu MASUGI

In this report, compressible gas flow passing a long and straight simple nozzle is analysed, considering the influence of the laminar boundary layer at the wall, and its theoretical calculation with air is reported.

According to its results, the state of flow is determined by the nozzle-characteristic-number shown here: and as the function of which, the distribution of the boundary layer's thickness and mainstream's pressure etc. are calculated.

Especially, this report differs from the others in the important points that, when the nozzle charact.-number is more than 0.03, the throat of mainstream is calculated to be at about 80% of the nozzle length, and behind which the main stream becomes super-sonic, inspite of parallel-nozzle or pipe.

1. 緒 言

通常の太くて短いタービルノズルと、ただの長いパイプを高圧力差で流体が流れるときとのちょうど中間に相当するような細長い小さなノズルの中の流れは、層流助走流の流れと同じように壁面の境界層の生長によってある程度説明できる。このことは筆者が先に「先細ノズルの研究」⁽⁴⁾を用いて指摘し、後同様の仮定で青木氏⁽⁵⁾が空気タービンノズルに対し、また佐々木氏⁽⁶⁾らが空気ベアリングの計算に対し行っている。

今回筆者は、平行ノズルの寸法を細長くして次第に粘性の影響を増すと、出口端附近に圧力の急降下が生じ、かつ臨界圧力比が次第に降下して通常理想ノズルで考えられている値より低くなって行く現象に着目しこのことを説明するために、このような平行ノズルにおいては流れの のど と出口端とは必ずしも一致しないという考えを導入して層流境界層を加味したノズル内流れの計算を行った。

その結果境界層が接触せぬ範囲においてノズル内流れは後記「ノズル特性数」 Ω によってきまり、流れの状態は前記の事実を定性的に説明し得るものを得た。

本第1報においては理論計算を主とし、第2報以後に実験について述べる予定である。

2. 記 号

第1図上部のようにすきまが 2η なる平行側壁には

第 1 図

さまれたノズルを考える。以下次のような記号を用いる。

l : ノズル全長 f : ノズル横幅 (平行ノズルでは f は一定)

x : 流れ方向の位置 y : 厚さ方向の位置

δ : 境界層の厚さ δ_* : 境界層排除厚

θ : 境界層運動量損失厚

T : 温度 ρ : 密度 μ : 粘性係数

ν : 動粘性係数 p : 圧力 τ_0 : 壁面摩擦応力

$\kappa = c_p/c_v$ ガス比熱比 u : 流れの速度

また次のような位置および状態に関するサフィックスを使う。

0: ノズル前状態 e : ノズル入口主流

a : ノズル出口主流 1: 任意の位置の主流

cri : 主流の のどの位置 s : 局部音速

また以上から次の無次元数をつくる。

$\beta = x/l$: 位置割合

$m = u/u_{cri}$: のどに対する速度比

$\lambda = \delta_*/\theta$: 境界層特性数

$q = \delta_*/r$: 排除厚の厚さ割合

$\omega = \theta/r$: 運動量損失厚の厚さ割合

$\alpha = \sqrt{\kappa - 1}/\kappa + 1$:

以上を式 (1) とする。

3. 理論解析

3.1 基礎仮定 (1) 流れを主流と境界層との 2 部分に分離して考える。

(2) 主流は完全ガスの一次元断熱無損失断熱流動とし従来よりよく知られている断熱式を使う。

(3) 圧力はノズル長さ方向のみ降下するが厚さおよび幅方向には変化しないとする。

(4) 境界層が互に接触しない範囲を考える。

(5) 境界層内速度分布の形はノズルの全長にわたって一定であるとする。

(6) 境界層内温度分布は流体のプラントル数を 1 に等しいと仮定してエネルギー一定の関係が成立するものとする。すなわち厚さ方向温度分布は次式に従う。

$$T_1/T = (1 - \alpha^2 m_1^2)/(1 - \alpha^2 m^2) \quad (2)$$

3.2 基礎方程式 まず運動量の考察から単位ノズル長さにつき次式ができる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ f \int_0^r \rho u^2 dy \right\} = -f r \frac{dp}{dx} - \tau_0 f \quad (3)$$

ここで主流に関するエネルギー式から

$$-\frac{dp}{dx} = \rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} \quad (4)$$

であり、また δ_* および θ の次の定義

$$\delta_* = \frac{1}{u_1} \int_0^\delta \left(u_1 - \frac{\rho}{\rho_1} u \right) dy \quad (5)$$

$$\theta = \frac{1}{u_1^2} \int_0^\delta \frac{\rho}{\rho_1} u (u_1 - u) dy \quad (6)$$

を左辺に使用すると (3) 式は次のように変換される。

$$\frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ f \rho_1 u_1^2 \left(1 - \frac{\theta + \delta_*}{r} \right) \right\} = \rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} - \frac{\tau_0}{r} \quad (7)$$

また一方流量連続の関係から同様に

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(1 - \frac{\delta_*}{r} \right) \rho_1 u_1 f \right\} = 0 \quad (8)$$

(7) (8) が本理論の基礎方程式である。

3.3 基礎方程式の変形 (7) (8) 式を無次元化すると、

$$-\frac{1}{\rho_1 m_1 f} \frac{\partial}{\partial \beta} (\rho_1 m_1 f) + \left\{ \frac{q(\lambda+1)}{m_1} + q \lambda \frac{\partial}{\partial m_1} \right. \\ \left. \times \left(\frac{\lambda+1}{\lambda} \right) \right\} \frac{dm}{d\beta} = \frac{\lambda l \tau_0}{r \rho_1 m_1^2 u_{cri}^2} \quad (9)$$

ここで左辺第 1 項は次式のようにになるので

$$\frac{1}{\rho_1 m_1 f} \frac{\partial}{\partial \beta} (\rho_1 m_1 f) \\ = \frac{1}{\rho_1 m_1} \frac{\partial (\rho_1 m_1)}{\partial m_1} \frac{dm_1}{d\beta} + \frac{1}{f} \frac{df}{d\beta} \quad (10)$$

これを使用して同項を変化し、また定義により

$$\tau_0 = (du/dy)_{y=0} \mu_0 \quad (11)$$

であり、また u_{s0} をノズル入口前のガス状態における音速とすると

$$u_{s0}/u_{cri} = \sqrt{2/\kappa + 1} \quad (12)$$

なる関係があり、また密度については

$$\rho_0/\rho_1 = 1/(1 - \alpha^2 m_1^2)^{1/\kappa-1} \quad (13)$$

なる関係があるので、それらを使用すると (9) 式は結局

$$\left\{ \frac{1}{\rho_1 m_1} \frac{\partial (\rho_1 m_1)}{\partial m_1} + q(\lambda+1) \frac{1}{m_1} + q \lambda \frac{\partial}{\partial m_1} \left(\frac{\lambda+1}{\lambda} \right) \right\} \\ \times \frac{dm_1}{d\beta} + \frac{1}{f} \frac{df}{d\beta} = \frac{\lambda \delta_*}{m_1 q u_1} \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=0} \sqrt{\frac{2}{\kappa+1}} \\ \times (1 - \alpha^2 m_1^2)^{-1/\kappa-1} \times \frac{l \mu_0}{r^2 \rho_0 u_{s0}} \quad (14)$$

となる。ここで

$$\Omega = \frac{l \mu_0}{r^2 \rho_0 u_{s0}} = \frac{l}{r^2} \frac{\nu_0}{u_{s0}} \quad (15)$$

なるノズルの寸法 l , r およびノズル前のガス状態における ν_0 , u_{s0} の値によってきまる定数 Ω を導入し「ノズル特性数」と置く。これは青木氏⁽⁵⁾の「ノズル特性長」と同じ形式であるが、同氏はノズルのどにおける状態を基準としているのに対し、筆者は計算の便利であることと後記のようにのどと出口端が必ずしも一致しないことからノズル前の状態を用いることとした。

また計算の便宜上 (14) 式の右辺にて

$$\lambda \delta_* \frac{1}{u_1} \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=0} \times \sqrt{2/\kappa+1} \times (1 - \alpha^2 m_1^2)^{-1/\kappa-1} = V \quad (16)$$

とおく。 V は境界層の速度分布と m_1 , κ によってきまる無名数である。

(15) (16) 式によって (14) 式を変形すると、

$$\left\{ \frac{q}{\rho_1} \frac{d(\rho_1 m_1)}{dm_1} + q^2 \left[(\lambda+1) + m_1 \lambda \frac{d}{dm_1} \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{\lambda+1}{\lambda} \right) \right] \right\} \frac{dm_1}{d\beta} + \frac{m_1 q}{f} \frac{df}{d\beta} = V \Omega \quad (17)$$

となる。本式が計算上の運動量基礎式である。

3.4 平行ノズルに対する基礎方程式 特に平行ノズルでは f が一定であるから (17) 式は V を左辺に移して

$$\left[q \frac{m_1}{V} \frac{1}{\rho_1 m_1} \frac{d(\rho_1 m_1)}{dm_1} + q^2 \left\{ \frac{\lambda+1}{V} + \lambda \frac{d}{dm_1} \left(\frac{\lambda+1}{\lambda} \right) \frac{m_1}{V} \right\} \right] \frac{dm_1}{d\beta} = \Omega \quad (18)$$

となる。一方において連続の関係から

$$q = 1 - (\rho_e m_e / \rho_1 m_1) \quad (19)$$

であるので q は入口ガス速度比 m_e がきまれば m_1 のみの かん数 となる。ゆえに (18) 式の左辺大括弧の中は λ , m_e および境界層内速度分布形がきまって*

$$\frac{\delta_{*II}}{\delta} = \left\{ 1 - \frac{(1-\alpha^2 m_1^2)}{2\alpha^2 m_1^2} \left[\sqrt{\frac{\alpha m_1}{1-\alpha m_1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha m_1}{1-\alpha m_1}} - \sqrt{\frac{1+\alpha m_1}{\alpha m_1}} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{\alpha m_1}{1+\alpha m_1}} \right] \right\} \dots (20)$$

$$\frac{\theta_{II}}{\delta} = \frac{1-\alpha^2 m_1^2}{2\alpha^2 m_1^2} \left\{ 2 - \sqrt{\frac{1-\alpha m_1}{\alpha m_1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha m_1}{1-\alpha m_1}} - \sqrt{\frac{1+\alpha m_1}{\alpha m_1}} \tanh^{-1} \sqrt{\frac{\alpha m_1}{1+\alpha m_1}} \right\} \dots (21)$$

$$\lambda_{II} = \delta_{*II} / \theta_{II} \quad (21)'$$

なる特性値式を得る。

上の二乗分布および同様な直線分布、三乗分布の特性値 λ , δ 等を $\alpha=1.40$ のガスに対して計算した結果を第1表に示す。

第 1 表

		I. 直線分布			II. 二乗分布			III. 三乗分布			二乗分布に対する値		
αm_1	m_1	δ_{*I}/δ	θ_I/δ	λ_I	δ_{*II}/δ	θ_{II}/δ	λ_{II}	δ_{*III}/δ	θ_{III}/δ	λ_{III}	V	$S_I(m_1)$	$S_2(m_1)$
0	0	0.5000	0.1667	3.0000	0.3333	0.1333	2.5000	0.2500	0.1071	2.3333	1.522	2.3000	0.657
0.1	0.245	0.5025	0.1655	3.0369	0.3360	0.1320	2.5470	0.2517	0.1064	2.3651	1.604	2.1956	0.590
0.2	0.490	0.5101	0.1620	3.1499	0.3417	0.1312	2.6045	0.2572	0.1047	2.4570	1.797	1.9865	0.441
0.3	0.734	0.5232	0.1559	3.3553	0.3527	0.1255	2.8097	0.2665	0.1019	2.6157	2.291	1.6250	0.220
0.4	0.979	0.5423	0.1467	3.6967	0.3694	0.1195	3.0898	0.2798	0.0971	2.8814	3.181	1.2476	0.015
0.5	1.225	0.5685	0.1357	4.1897	0.3921	0.1111	3.5290	0.2987	0.0901	3.3142	5.092	0.8468	-0.131
0.6	1.470	0.6033	0.1208	4.9924	0.4234	0.1002	4.2259	0.3262	0.0812	4.0169	9.966	0.4950	-0.182
0.7	1.715	0.6496	0.1017	6.3899	0.4663	0.0859	5.4266	0.3619	0.0705	5.1336	24.86	0.2431	-0.155
0.75	1.837	—	—	—	0.4938	0.0781	6.3264	—	—	—	45.02	0.1531	-0.121
0.80	1.960	0.7125	0.0774	9.2101	0.5281	0.0673	7.8451	0.4160	0.0559	7.4423	103.80	0.0810	-0.0762
0.85	2.082	—	—	—	0.5711	0.0557	10.253	—	—	—	263.4	0.0407	-0.0456
0.90	2.202	0.8052	0.0456	17.643	0.6288	0.0417	15.084	0.5077	0.0360	12.940	110.0	—	-0.0186
0.95	2.327	—	—	—	0.7158	0.0246	29.12	—	—	—	128.2	—	-0.0355
1.00	2.449	1.0000	0.0000	∞	1.0000	0.0000	∞	1.0000	0.0000	∞	∞	0.0000	0.0000

5. 平行ノズル、二乗分布境界層、かつ $k=1.40$ のときの解

平行ノズルに対して $\alpha=1.40$ なる完全ガスが二乗分布の境界層内速度分布をとって流れるときの解を行った。その方法としては (18) 式の左辺括弧内の各項の幾つかの厳密値を骨格として m_1 の多項式で表現して解いた。

まず 4.2 節の結果によって計算した V の値と断熱式とから $(1/\rho_1 m_1) \times \partial(\rho_1 m_1) / \partial m_1$ と $(\lambda m_1 / V) \times$

いるときは m_1 のみの かん数 となり Ω はそれらに無関係の定数であるから変数分離法で解けることとなる。

4. 境界層内速度分布形についての仮定

いま境界層内の速度分布の形を直線、二乗および三乗曲線の三つの場合を考え、おのおのの分布についての表示としてサフィックス I, II, III を付ける。

しかしそのうち二乗分布を主として計算する。

二乗分布はいわゆる放物線境界層であって、 $0 \leq y \leq \delta$ の範囲で $u = u_1(2y/\delta - y^2/\delta^2)$ なる速度分布をとり、(2)(5)(6) 式よりマッハ数全域について

$$\partial(\lambda+1/\lambda)/\partial m_1 \text{ の値を計算し、また便宜上次の項は } \frac{\lambda+1}{V} + \frac{\lambda m_1}{V} \frac{\partial}{\partial m_1} \left(\frac{\lambda+1}{\lambda} \right) \equiv S_1(m_1) \dots (22)$$

$$\frac{m_1}{V} \frac{1}{\rho_1 m_1} \frac{\partial}{\partial m_1} (\rho_1 m_1) \equiv S_2(m_1) \dots (23)$$

とおいてそれぞれを計算し、第1表後方に示すような数値による骨格をつくった。

次にそれらの多項式表示を行った。

まず $S_1(m_1)$, $S_2(m_1)$ に対しては $0.25 < m_1 < 1.75$ の範囲で $\pm 1\%$ の精度を与えるごとく $m_1=1$ を中心

として $(1-m_1)$ の 5 次式による Stirling 展開を行った。その形は式を簡単にするため

$$1-m_1 \equiv n \quad \dots\dots\dots (24)$$

とおいたとき

$$S_1(n) = 1.210 - 1.692n + 0.853n^2 - 0.341n^5 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$S_2(n) = -0.733n + 0.580n^2 + 0.533n^3 - 0.320n^4 - 0.171n^5 \quad \dots\dots\dots (26)$$

なる形である。

次に q の表示は、いま断熱式から $\rho_{cri} m_{cri}/\rho_1 m_1 \equiv \chi_1$ とおきマクローラン展開を行い 5 次項を (25)、(26) と同じ精度を与えるよう補正項として附加すると*

$$\begin{aligned} N(n, R) &= S_2(n)q + S_1(n)q^2 \\ &= 1.21(1-R)^2 + (1-R)(-2.425 + 1.692R)n + (1-R)(0.580 - 2.904R)n^2 + (1.387 + 2.700R \\ &\quad - 3.208R^2)n^3 + (-0.320 - 4.006R + 5.372R^2)n^4 + (-0.512 + 5.913R - 7.378R^2)n^5 \\ &\quad + (-3.162R + 6.556R^2)n^6 + (-2.369R - 5.009R^2)n^7 + (1.936R + 4.253R^2)n^8 \\ &\quad + (1.072R - 4.610R^2)n^9 + (-0.555R + 2.923R^2)n^{10} - 0.024R^2n^{11} - 1.132R^2n^{12} - 0.407R^2n^{13} \\ &\quad + 0.667R^2n^{14} - 0.144R^2n^{15} \quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

なる n に関する 15 次式である。これより (30) は R がきまれば変数分離で解ける。その解は次のごとくなる。

$$\int_{n_e}^n N(n, R)dn = \Omega\beta + \text{const} \quad \dots\dots\dots (32)$$

(32) の左辺は (31) を n について積分すればすぐ出てくる式であるからここに書くのは省く。

6. 解

6.1 計算の実行法 いま入口速度 n_e を -0.05 および -0.1 から -0.8 まで 9 個を採り、それぞれに対する R を (29) より計算し、その R から (32) の各項の係数を定めると、それぞれの入口速度に対する解の多項式表示が 9 個できる。それを計算すると求める条件に応ずるノズル内速度 $m_1 \sim \Omega\beta$ 曲線が 9 本描ける。その曲線の全部については図示しないが $m_e = 0.5$ の前後の解の模様は第 1 図下方に示す。

6.2 解の考察 第 1 図 b に示すように $m_1 \sim \Omega\beta$ の解は S 字状となって途中でマッハ数 1 の のどの線を上から下に通過する。そして $\Omega\beta$ に関する極大値が $m_1 > 1$ の超音速域に存在する。

いま代表曲線として $m_e = 0.5$ のときの解の $ABCDEF$ 曲線に注目する。E 点は $\Omega\beta$ に関する極大値を示す点であって、その $\Omega\beta$ の値を $\Omega_{0.5}$ とする (このときは $\Omega_{0.5} = 6.87 \times 10^{-2}$)。

一方において Ω は (15) で与えられるようにノズル寸法とノズル入口前の流体性状だけからきまる値であるから、ちやうど $\Omega = \Omega_{0.5}$ であるノズルを考えると、その出口の位置を示す線は直線 HE である。そして原線 $\Omega\beta = 0$ と HE との間を横切る解はすべてこのノズルの種々の圧力比における速度分布を示す。たとえば曲線 FGH は入口速度 $m_e = 0.4$ のときの速度分布である。しかしここで注目すべきことは曲線 A

$$* \quad \chi_1 = 1 + 1.2n^2 + 1.5n^4 - 0.650n^5 \dots\dots\dots (27)$$

なる形で表わせるから、これと (19) 式とから

$$q = 1 - (\rho_e m_e / \rho_1 m_1) = 1 - \chi_1 \chi_e^{-1} = 1 - R - 1.2Rn^2 - 1.5Rn^4 - 0.650Rn^5 \dots\dots\dots (28)$$

ここで $\chi_e = \rho_{cri} m_{cri} / \rho_e m_e$ であって、 R は

$$R = \chi_e^{-1} = 1 / (1 + 1.2n_e^2 + 1.5n_e^4 - 0.650n_e^5) \quad \dots\dots\dots (29)$$

のごとく入口速度 $n_e = 1 - m_e$ のみによってきまる。

(24) 式ないし (28) 式を (18) 式に代入すると

$$N(n, R) \frac{dn}{d\beta} = \Omega \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで $N(n, R)$ は

$BCDEF$ から上方では解は HE と交わるが、それから下方ではもはや交わっていないことである。すなわち $m_e > 0.5$ に対する解は存在せず $m_e = 0.5$ のときがこのノズルに対する限界線である。

これを物理的に考えると、このノズルの背圧を E 点に相当する値よりも低くしたときの解が存在しないということになるが、実際上はそれは不合理であって、普通の de Laval ノズルにおける臨界状態の考え方と同様にこのノズルに対しては $m_e = 0.5$ の解が臨界状態であってそれ以下に背圧が低下してももはや流れの状態は変化せず、その臨界状態をそのまま維持すると考えるのが最も妥当である。

この限界状態の解 $ABCDE$ を観察すると ABC 区間では $m_1 < 1.0$ であって音速以下であるが、 CDE 区間では $m_1 > 1.0$ となって超音速となる。そしてその附近で分布圧力比の急降下が起る。そして E 点の圧力はすなわち限界圧力であって通常理想ノズルの臨界圧力より明らかに低い。

7. 計算結果

前章の 9 本の解から逆にノズル特性数 Ω を与えたときの流れの諸特性が求められる。

(a) 限界状態におけるノズル長さ方向の δ_* (境界層排除厚) の生長増減を第 2 図に示す。

(b) 限界状態におけるノズル長さ方向の圧力比分布を第 3 図に示す。出口端附近に圧力の急降下が存在し Ω が大となるに従って増す。

(c) 第 2 表に Ω の種々の値に対して、入口圧力比 $\tilde{p}_e$, 出口圧力比 $\tilde{p}_a$ (限界圧力比), ノズル内平均圧力比 $\tilde{p}_m$, 入口速度比 m_e , 出口速度比 m_a , 主流のどの位置 β_{cri} , および流量効率 $\eta = 1 - q_{cri}$ を示す。

第 2 図 ノズル長さ方向における境界層排除厚の増減

第 3 図

第 2 表

ノズル特性数 (二乗分布) Ω	入 口 速度比 m_e	出 口 速度比 m_a	入 口 圧力比 p_e	出口圧力比 (限界圧力比) p_a	平均圧力 p_{mean}	のどの 位 置 β_{throat}	流 量 効 率 $\eta \%$	相当ノズル 特性数直線 分布 Ω_I	相当ノズル 特性数三乗 分布 Ω_{III}
0	1.00	1.000	0.528 3	0.528 3	0.528 3	1.00	100.0	0	0
1.76×10^{-6}	0.95	1.005	0.565 2	0.525 0	0.546 5	0.985	99.67	2.13×10^{-6}	1.63×10^{-6}
3.52×10^{-5}	0.90	1.018 4	0.601 9	0.516 0	0.562 0	0.946	98.79	4.35×10^{-5}	3.22×10^{-5}
8.17×10^{-4}	0.80	1.065	0.674 0	0.481 0	0.583 5	0.885	95.19	10.60×10^{-4}	7.35×10^{-4}
5.71×10^{-3}	0.70	1.138	0.742 1	0.427 0	0.603 5	0.835	89.24	7.53×10^{-3}	5.10×10^{-3}
2.86×10^{-2}	0.60	1.213	0.805 3	0.374 0	0.622 2	0.805	81.08	3.70×10^{-2}	2.57×10^{-2}
6.87×10^{-2}	0.50	1.295	0.861 6	0.318 0	0.633 5	0.788	70.91	9.20×10^{-2}	6.10×10^{-2}
1.59×10^{-1}	0.40	1.380	0.909 7	0.263 3	0.650 7	0.786	58.98	2.15×10^{-1}	1.41×10^{-1}
3.10×10^{-1}	0.30	1.464	0.948 0	0.214 0	0.668 4	0.793	41.16	4.21×10^{-1}	2.73×10^{-1}
5.11×10^{-1}	0.20	1.543	0.976 9	0.170 8	0.684 4	0.796	31.03	7.12×10^{-1}	4.45×10^{-1}

8. 境界層内速度分布形の変化による影響

前二章の計算では境界層内速度分布形が二乗分布形であると仮定して計算して来たが、いまその仮定が直線分布、または三乗分布に変更されたときの影響を近似的に計算した。

その方法の詳細は紙面の都合で略すが、大要は基礎方程式 (18) の各項において、 λ と V とが分布形によって二次的に影響をうけるものとし、速度分布は二乗分布のときの値を近似的にそのまま使用して Ω の変化を見た。

その結果二乗分布仮定においてノズル特性数が Ω_{II} なるノズルと近似的に等しい流れの状態を示す直線分布および三乗分布仮定のノズル特性数 Ω_I と Ω_{III} が求められた。それぞれの値は第 2 表に示す。 Ω_{II}/Ω_I と Ω_{II}/Ω_{III} の値は計算範囲ではほぼ 0.8 および 1.10 に等しく、三乗分布側の方が影響は大きい、その大きさは大局的には小さいものであることがわかった。

9. 結 論

平行ノズルにおいて層流境界層の影響を加味して計算を行った。主要な点をあげれば、

(1) 基礎仮定は第 3 章に示す。

(2) ノズル内の流れは (15) 式で定義するノズル特性数 Ω の かん数 となる。

(3) 境界層内速度分布が二乗分布のとき $\alpha=1.40$ なるガスに対して第 7 章に示す諸結果を得た。

(4) $\Omega=0$ すなわち理想ノズルのときは主流のどは出口に一致するが Ω が大となるにつれて前進し、極限において 20% ぐらい進む。その どの 後の主流には超音速を生じ圧力の急降下が起る。出口端の圧力比(限界圧力比)は Ω の増大とともに降下する。また流量効率も低下する。

(5) 境界層内速度分布形式を二乗分布から直線分布または三乗分布に変更してもあまり大きな影響はない。

(6) 本理論計算の適用範囲は境界層のぶつかり合

わない範囲であって、直線、二乗、三乗分布に対して Ω がそれぞれ 0.420, 0.126, 0.0565 以下の範囲である。

(7) 以上の計算は通常の大形タービンノズルの範囲では境界層の影響がきわめて小さいのであまり重要ではないが、小形タービンノズルや遊動パッキン⁽⁷⁾のノズルなどに対して有効であると思う。

(8) 実験については第 2 報以後に述べたい。

〔補 足〕 本報告において最も問題となるのは平行ノズルの出口端に超音速を生ずるという点であるからそれについて補足説明をする。

(1) 普通の大形ノズルでは $\Omega=0$ であってほとんど生じないが、問題となるのは直径 3 mm 以下、もしくは長さ 10 cm 以上ぐらいの細長いノズルやパイプのように粘性の影響が大きくなってからであることを強調したい。

(2) そのような細長いノズルでも必ず背圧に絶対影響されぬ限界状態が実験的に存在することは少なくとも音速もしくはそれ以上の主流の存在を証明する。

(3) さらに限界状態の細長いノズルの出口端には圧力の急降下が生じている (たとえば L. Santon の実験⁽⁸⁾参照)。そのような所では層流境界層は必ず縮小する方向となるので、主流は増速しつつしかもその有効断面を増加し、当然超音速が考えられる。そして実験については第 2 報に述べる予定であるが、出口端の圧力降下は理論と実験とよく合うことを述べておきたい。

(4) 決定的には写真判定によらなければならないがそれも第 2 報に述べる。

注:—

(1) 昭和 27 年 4 月 2 日 第 29 期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和 27 年 4 月 23 日。

(2) 正員、運輸技術研究所。

(3) 馬杉、機械学会論文集、16 巻 54 号、94 ページ (昭 25)。

(4) 谷、航研報告、No. 251, Jan. (1943)。

(5) 青木、機械学会論文集、17 巻 62 号、57 ページ (昭 26)。

(6) 佐々木、森、昭和 26 年 4 月 4 日 第 28 期定時総会講演会において講演。

(7) 馬杉、昭和 25 年 9 月 23 日 機械学会講演会において講演。

(8) L. Santon, 圧縮流体 II, 昭 18, 文精社。