断面積が1箇所て不連続的に変化する管路内気柱の自由振動数 に関する実験的研究⁽¹⁾

伊 藤 忠 哉⁽²⁾

Experiment on Natural Frequencies of Air Columns in the Pipe with a Discontinuous Cross Section

by Tadayo Ito

Accuracy of the theoretical formulas, which furnish the natural frequencies of air columns in the pipes having a discontinuous cross section, is tested by the experiment.

A pressure-sensitive diaphragm having a high natural frequency was used to receive the pressure variation of air columns. And a record was obtained on a bromide paper by an optical method. For the periodic analysis, the N. Bernstein's method was used. And the experimental values of natural frequencies were in good agreement with the theoretical ones.

1. 序 言

送風機のサージングなど空気機械の動作を研究する場合に、それらの機械が結ばれている管路内の気柱の自由振動数を知りたいことがある。そのような管路の形はいろいろであるが、断面積が途中で不連続的に変化する管路として取り扱うのが適当である場合もしばしばある。不連続断面が1箇所である場合には、気柱の自由振動数を与える式は、管路の一端のみが閉じている場合、両端ともに開いている場合、および両端ともに閉じている場合に対して、それぞれ(1)、(2)、(3)式で示される。

$$f = \gamma \cdot c / 4l \dots\dots\dots (1)$$

$$\alpha = \tan \gamma \pi \theta / 2 \cdot \tan \gamma \pi (1 - \theta) / 2 \dots\dots\dots (1)'$$

$$f = \beta \cdot c / 2l \dots\dots\dots (2)$$

$$\alpha = -\cot \beta \pi \theta \cdot \tan \beta \pi (1 - \theta) \dots\dots\dots (2)'$$

$$f = \beta \cdot c / 2l \dots\dots\dots (3)$$

$$\alpha = -\tan \beta \pi \theta \cdot \cot \beta \pi (1 - \theta) \dots\dots\dots (3)'$$

ここで γ , β はそれぞれの超越方程式の根であり、 f は振動数、 l は管長、 c は音速、また θ は不連続断面の位置を示す値、 α は断面比である。しかし上式は不連続断面での粒子速度の不連続を仮定して得られたもので、その精度は一応実験によって確かめておくのが望ましい。この報告は、このような管路について管路内気柱の自由振動の模様を記録し、その波形分析結果と(1)~(3)式からの計算値とを比較検討したものである。その結果、これらの式は少くとも断面比があまり大きくない場合には、普通の工学上の目的には十分の精度をもつことが確かめられた。なお θ および

α のいろいろな値に対する γ , β の値を(1)', (2)'式から計算して附記した。

2. 実験装置および実験方法

直径 5 in と 3 in の引抜鋼管をフランジで結合して第1図のような管路をつくり、一端が閉じた場合、両端がともに開いた場合の両者につき、不連続断面の

第 1 図

位置および管路の全長をいろいろ変えて測定した。また管路内の気柱の自由振動は、管路の開端を厚紙で一度強くあおいで起こさせ、水柱約 20 mm の圧力振幅を得た。振幅小さくかつ高い振動数(約 100 c/s)をもつこの圧力変動を忠実に記録するために、第2図に示す受圧器をもちいた。図で A は強く張られた受圧膜(ゴム膜)で、輪形のゴムパッキング B を介して受圧器本体 C との間に空室を形づくる。D は膜 A の押えである。M, M' は

第2図 受 圧 器

位置および管路の全長をいろいろ変えて測定した。また管路内の気柱の自由振動は、管路の開端を厚紙で一度強くあおいで起こさせ、水柱約 20 mm の圧力振幅を得た。振幅小さくかつ高い振動数(約 100 c/s)をもつこの圧力変動を忠実に記録するために、第2図に示す受圧器をもちいた。図で A は強く張られた受圧膜(ゴム膜)で、輪形のゴムパッキング B を介して受圧器本体 C との間に空室を形づくる。D は膜 A の押えである。M, M' は

約 2 mm 平方、重さ約 10 mg の鏡で、互にはほぼ直角をなすように、アルミニウムの薄片でつくった支持片を介して膜 A に張り付けてある。この受圧器自身の自由振動数は測定すべき気柱のそれより十分に高く（管路に取り付けた状態で 530 c/s）、膜 A のたわみによる M, M' の交角の変化は A に受けた圧力に正しく比例することを確認してある。第 3 図は記録装置を

第 3 図 記 録 装 置

めす。光源 B、集光レンズ C、レンズ E、円筒レンズ F および受圧器の受圧膜に張られた 2 枚の鏡 M, M' により、線状スリット D の像を回転するドラム G 上に巻いた臭素紙上に結ぶ。管路内気柱の圧力変動は M, M' の交角を変化させ、光でこの理によって臭素紙上に拡大して記録される。また A は受圧器を管路壁から出した圧力測定タップにつなぐゴム管で受圧器自身の自由振動数を低下させぬために、なるべく太く短くした（内径 10 mm、長さ 30 mm）。なお記録には電磁音叉による 1/100 秒の刻時を入れた。

3. 実験結果

記録された波形はすべて多くの成分波の合成された減衰波形であり、また各成分波の振動数は(1)~(3)式からもわかるように一般には整数比の関係にないので、N. Bernstein の方法⁽³⁾によって波形分析を行い各成分波の振動数を出した。第 4 図はその一例で、 F は記録された原波形、 F_2 は原波形から他の成分波を抜き去ったもので、第 1 高次波を示し、同様に F_1 は基本波、 F_3 は第 2 高次波を示すが F_3 の振幅はよほど小さいことがわかる（ただし図の縦座標の尺度は一定でない）。このようにして各振動数を決定した。第 1

第 4 図 N. Bernstein 法による波形分析

表は一端閉じた管路に対する分析結果を基本振動数についてまとめ、(1)式からの計算値と比較したもので振動数は 15°C の値に換算してある。表中の ϵ は次式で示す値である。 $\epsilon = (\text{計算値} - \text{実測値}) / (\text{計算値}) \times 100\%$ 。また (1) 式を用いる際には管長 l に開口端の補正⁽⁴⁾を加え、 θ の値もこれを考慮して決めた。右方の均一管と書いた欄は、同一長さの均一断面管に対する計算値と比較のために附記した。第 2 表は両端共に開いた場合に対する結果である。第 3 表、第 4 表は高次振動を含めた分析結果の 2 例で、それぞれ第 1 表の IV-2、第 2 表の II-0 の管路に対するものである。

第 1 表

実験 番号	管 路 図	管 長		断面比 $\alpha = S_2/S_1$	θ	基本振動数 c/s		誤 差 $\epsilon \%$	均一管 計算値	誤 差 $\epsilon \%$
		閉管 cm	開管 cm			決定値	計算値			
I-1		25.95	184.3	0.4031	0.7218	33.82	34.25	1.25	39.98	15.4
I-2		184.3	25.95	2.481	0.8584	42.65	43.23	1.34	39.67	7.5
II-1		185.9	184.3	0.3975	0.4980	16.11	16.33	1.34	22.82	29.4
II-2		184.3	185.9	2.516	0.4915	28.82	29.16	1.16	22.71	26.9
III-1		336.0	184.3	0.4025	0.6420	11.85	11.96	0.91	16.27	27.2
III-2		186.6	336.0	2.484	0.3538	19.80	19.93	0.65	16.15	22.6
IV-1		185.9	268.2	0.3918	0.4067	13.24	13.40	1.19	18.63	28.9
IV-2		268.2	185.9	2.552	0.5844	23.33	23.58	1.06	18.56	25.7
V-1		185.9	82.6	0.3859	0.6847	22.78	23.07	1.25	31.37	27.3
V-2		82.6	185.9	2.591	0.3022	37.47	37.70	0.61	31.16	20.3

第 2 表

実験 番号	管路 図	管 長		断面比 $\alpha = S_2/S_1$	θ	基本振動数 C/S		誤差 $\epsilon \%$	均一管 計算値	誤差 $\epsilon \%$
		5m管cm	3m管cm			測定値	計算値			
I—0		25'95"	184'3"	0'4031	0'1392	83'98	85'15	1'38	78'41	3'67
II—0		185'9"	184'3"	0'3975	0'5042	44'69	45'05	0'80	45'15	1'02
III—0		336'0"	186'6"	0'4025	0'6425	28'55	28'99	1'54	32'16	12'4
IV—0		185'9"	268'2"	0'3918	0'4125	39'23	39'93	1'73	36'94	4'58
V—0		185'9"	82'6"	0'3859	0'6904	53'60	54'73	0'98	61'83	15'5

第 3 表

	測定値 cycle/s	計算値 cycle/s	誤差 $\epsilon \%$
基本振動数	23'33	23'58	1'06
第1高次振動数	51'81	51'78	0'06
第2高次振動数	93'37	93'97	0'63

附表 1. 一端閉じた管路の基本振動数に対応する γ の計算値 (α は断面比, θ は不連続断面の位置をしめす値: (1), (1)' 式および第1図参照)

$\theta \backslash \alpha$	0'1, 0'9	0'2, 0'8	0'3, 0'7	0'4, 0'6	0'5
0'05	0'441 4	0'343 8	0'303 7	0'285 5	0'280 1
0'1	0'585	0'470 3	0'420 4	0'397 0	0'390 0
0'2	0'738	0'626	0'571	0'544	0'535
0'3	0'822	0'726	0'673	0'646	0'638
0'4	0'876	0'797	0'751	0'726	0'718
0'6	0'939	0'894	0'863	0'845	0'839
0'8	0'976	0'956	0'941	0'932	0'929
1'0	1	1	1	1	1
1'5	1'034	1'068	1'099	1'120	1'128
2'0	1'052	1'107	1'160	1'201	1'216
3'0	1'071	1'150	1'233	1'303	1'333
4'0	1'081	1'173	1'274	1'367	1'410
5'0	1'087	1'188	1'301	1'411	1'465
7'0	1'094	1'205	1'335	1'469	1'540
10'0	1'099	1'218	1'361	1'518	1'610
20'0	1'105	1'234	1'394	1'585	1'720

第 4 表

	測定値 cycle/s	計算値 cycle/s	誤差 $\epsilon \%$
基本振動数	44'69	45'05	0'80
第1高次振動数	89'38	89'49	0'12

附表 2. 一端閉じた管路の第1高次振動数に対応する γ の計算値 (α は断面比, θ は不連続断面の位置をしめす値: (1), (1)' 式および第1図参照)

$\theta \backslash \alpha$	0'1, 0'9	0'2, 0'8	0'3, 0'7	0'4, 0'6	0'5
0'05	2'314	2'539	2'867	3'304	3'720
0'1	2'397	2'576	2'877	3'277	3'610
0'2	2'536	2'644	2'895	3'229	3'464
0'3	2'645	2'705	2'912	3'188	3'362
0'4	2'731	2'760	2'927	3'151	3'282
0'6	2'855	2'856	2'955	3'090	3'161
0'8	2'940	2'934	2'979	3'041	3'071
1'0	3	3	3	3	3
1'5	3'094	3'125	3'043	2'922	2'872
2'0	3'147	3'215	3'075	2'867	2'784
3'0	3'205	3'333	3'122	2'794	2'667
4'0	3'235	3'408	3'154	2'745	2'590
5'0	3'255	3'460	3'178	2'710	2'535
7'0	3'276	3'528	3'210	2'665	2'460
10'0	3'293	3'585	3'239	2'625	2'390
20'0	3'313	3'661	3'280	2'570	2'280

附表 3. 両端ともに開いた管路の基本振動数に対応する β の計算値 (α は断面比, θ は不連続断面の位置をしめす値: (2) (2)' 式参照)

$\theta \backslash \alpha$	0'1	0'2	0'3	0'4	0'5	0'6	0'7	0'8	0'9
0'05	1'105	1'231	1'354	1'215	1	0'848	0'741	0'669	0'641
0'1	1'098	1'212	1'304	1'187	1	0'861	0'766	0'708	0'704
0'2	1'089	1'178	1'232	1'145	1	0'885	0'808	0'770	0'792
0'3	1'074	1'148	1'180	1'113	1	0'906	0'844	0'819	0'850
0'4	1'062	1'120	1'139	1'087	1	0'924	0'875	0'859	0'891
0'6	1'040	1'072	1'078	1'049	1	0'955	0'926	0'921	0'944
0'8	1'019	1'033	1'034	1'021	1	0'980	0'967	0'966	0'978
1'0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

附表 4. 両端ともに開いた管路の第1高次振動数に対応する β の計算値 (α は断面比, θ は不連続断面の位置をしめす値: (2) (2)' 式参照)

$\alpha \backslash \theta$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.05	3.303	2.672	2.868	3.292	3	2.643	3.267	3.117	2.793
0.1	3.275	2.735	2.878	3.259	3	2.698	3.223	3.109	2.807
0.2	3.224	2.813	2.897	3.206	3	2.770	3.164	3.094	2.835
0.3	3.179	2.863	2.914	3.164	3	2.823	3.124	3.080	2.861
0.4	3.141	2.899	2.929	3.129	3	2.863	3.094	3.066	2.885
0.6	3.080	2.947	2.960	3.075	3	2.922	3.051	3.042	2.929
0.8	3.035	2.978	2.980	3.033	3	2.966	3.022	3.019	2.967
1.0	3	3	3	3	3	3	3	3	3

4. 結 語

以上の結果から, (1)~(3)式は良好な近似を与えること, また第1表, 第2表にみるように, このような形の管路に対して均一断面管の式を適用すれば大きな誤差を伴うこと等が知れた. 実験にもちいた管路の断面比は 2.5:1 の程度であったが更に大きな断面比の場合にも (1)~(3) 式をもちいて大過はないと思われる. また不連続断面の位置で圧力変動を記録してみたが, やはり規則的な減衰波形をしめし, この位置においても圧力変動の様子はあまり乱れないようであった. なお (1)', (2)' 式から不連続断面の位置 θ および断面比 α のいろいろな値に対する γ および β の値を計算して附表1ないし附表4にしめた. 振動数はこれらの値をもちいて (1), (2) からただちに得られる. 附表1, 附表2は (1)' 式に対するもので

それぞれ基本振動数および第1高次振動数に対応し, 同様に附表3, 附表4は (2)' 式に対するもので, それぞれ基本振動数および第1高次振動数に対応する. (3)' に対する β の値は式の形から明らかなように, (2)' 式に対する諸表から直ちに得られるので別に示さない ((3)' 式に対応する管路で不連続断面の位置が θ である場合に対する β の値は (2)' 式に対応する管路で不連続断面の位置が $(1-\theta)$ である場合の β の値に全く等しい).

終りに御指導をいただいた下山教授ならびに波形分析に協力された浅井, 後藤両氏に感謝の意を表する.

注:一

- (1) 昭和 26 年 12 月 14 日 名古屋地方講演会において講演, 原稿受付 昭和 27 年 6 月 2 日.
- (2) 正員, 名古屋大学機械工学科.
- (3) Z. f. Angew Math. u. Mech., Bd. 7, 1927.
- (4) Lord Rayleigh, Theory of Sound, Vol. II, 2nd. ed., p. 202.

「日本機械学会論文集」第 19 卷 第 81 号

昭和 28 年 5 月 25 日印刷 昭和 28 年 5 月 30 日発行 [定価 160 円]

編集兼発行人 等々力徳重 印刷人 片岡義郎

印刷所 東京都中央区銀座東2丁目1番地 共立印刷株式会社

発行所 東京中央局区内 千代田区丸ノ内2の2 丸ノ内ビルディング 563 区

社団法人 日本機械学会 振替貯金口座東京19018番
電話和田倉(20)3979, 3980