て約 34 kg となり、本節初頭の推定といささかも矛盾しないのである。

第 4 表

条件	μ_{de}	H_x kg	P_x kg	$P_x + H_x$ kg	$F_{dx} = \mu_{de}$ ($P_x + H_x$) kg
I	0.099	300	480	780	77.2
II	0.126	300	580	880	111.0

$$F_{dxiI} - F_{dxi} = 33.8 \text{ kg}$$

注:一

- (1) 昭和 26 年 11 月 5 日 第 524 回講演会において講演, 原稿受付 昭和 27 年 4 月 1 日。
- (2) 正員, 名古屋大学工学部。
- (3) 深絞りにおける寸法効果の一般論としては福井, 吉田両氏の研究がある。福井, 竹山, 吉田, 阿部: 機械学会誌, 55 巻 405 号 640 ページ(昭 27) 参照。
- (4) Chung, S. Y., Swift, H. W.: Proceedings I. M. E., Applied Mechanics, Vol. 165, p. 199(1951)
- (5) 切欠きなき素材においては x 点は全絞り行程の約 40% の点に存する。

621.983.3

深 絞 り に 関 す る 研 究

第 3 報 加工抵抗の構成⁽¹⁾

春日保男⁽²⁾

Research on Deep Drawing

(3rd Report, Composition of the Working Resistance)

by Yasuo KASUGA

Assuming that the drawing resistance consists of a few component forces i. e. the pure drawing force, the frictional force and the bending force, amount of each component is determined for experimental works and reported in this paper.

緒 言

前報において、深絞り加工抵抗を要素抵抗に分析考察する可能性を明らかにした。本報では各要素抵抗の加工抵抗への影響程度を明らかにする。実験条件はすべて前報と同じである。

1. 曲げ抵抗

深絞りに伴う曲げ抵抗は、実験的にはやや古く、M. Sommer, C. L. Eksergian 氏等により取扱われているが、いずれも、深絞り現象の一部を説明するものとしては不十分である。一方、H. W. Swift⁽³⁾, R. Hill⁽⁴⁾ 氏等は最近、ダイの角隅部における材料のごとく張力を受けながら曲げられる場合の仕事量から張力を求める理論を発表し、曲げ抵抗が加工抵抗の一要素として改めて注目され始めた。

本研究においては、曲げ抵抗と考

うべき要素抵抗が実験的に工程を通じて抽出されたのであるが(前報第 6 節参照)、結果を再掲すれば第 1 図のごとくである。本結果は切欠き素材によって求めたものであるが、これによって実際の加工における曲げ抵抗の加工中の変化の概略を推察することができる。

加工初期において高い値をとるのは、絞り深さが浅いために、材料がダイの丸味に接する弧の中心角が小さく、したがって、曲げモーメントを与えるアームが短かく、一定の曲げ加工を行うのに比較的大きな張力を必要とすることを物語るものであろう。また、工程の半ば以後においてほとんど一定値となるのは、絞り深さが十分深くなって、曲げ加工条件がほとんど変化しなくなるためであらう。工程の終末期に急に減ずるのは、曲げ加工のために張力が不必要となるためである。

切欠き素材によって求めた近似曲げ抵抗 B_T の値は切欠きが存するために、曲げられる材料の量が実加工に比し不足すること、圧縮変形に伴う材料のひずみ硬化および厚さの変化の影響が考慮の外に置かれている。ゆえに、この近似値は実際より過小に見積られている可能性が大きい。切欠きのための材料不足の程度は切欠きの深さによって異なるが、曲げ加工がダイの丸味の入口(半径 $R_2 = R_1' + r_d$)で行われ、材料がダ

第 1 図

イ孔の内径 ($2R_1'$) をちょうど満す程度に切欠きが入れた場合には、ダイの丸味半径 r_d と、ダイ孔の半径 R_1' の比によって不足の割合が定まる。本実験では $r_d = 2 \text{ mm}$, $R_1' = 8 \text{ mm}$ であるから、切欠きのために 25% の材料が不足し、そのための修正を B_T に施すことはさきわめて容易である。

Swift 氏の理論的計算では、材料がダイの丸味に差し掛ると一旦曲げられ、続いて再び伸ばされなければならぬから、その両加工仕事に対して張力を要するものとし、二つの張力を加え合せてある。氏の計算条件における諸数値の比は本実験の場合にかなり近いので、かりにその結果をそのまま本実験に適用してみると、加工の初期には B_T は約 50 kg となり、末期では約 87 kg となる。加工末期に高まっているのは主にひずみ硬化に起因するものであるが、この計算結果の示す数値の範囲は本実験結果と著しく矛盾するものでない。

2. ダイ角隅部の丸味が加工抵抗に およぼす影響

本題については既に H. Draeger, G. Sachs および L. Herrmann, 福井, S. Y. Chung および H. W. Swift 諸氏⁽⁶⁾ によって検討されているが、Swift 氏の理論的取扱いを除けば、加工抵抗を単に全体的に論ずる段階を脱していない。

本研究においては、ダイ面における摩擦抵抗 F_d と曲げ抵抗 B_T の近似値が別々にはあくされているから、ダイ角隅部の丸味半径 r_d がこれらの各にどの程度影響を与えるかを比較的容易に確かめうる。まず、標準素材を r_d の異なるダイで絞った場合に、絞り力 P の工程中の最大値 P_x がいかに変化するかを示せば第 2 図のごとくである。条件 I はごく粘潤なモビールグリースを与えた場合、II は無潤滑の場合である。

第 2 図

図によれば、 r_d がある程度以上大きければ、 r_d の P_x に及ぼす影響はさほど著しくなく、また、 r_d が比較的小さい場合に P_x のこうむる影響の程度は潤滑された場合の方がしからざる場合より著しいことが明らかである。

いま、 P が最大値となる時期 x におけるダイ面の摩擦係数および曲げ抵抗が r_d によりいかに影響されるかを推定するために、切欠き素材における相当摩擦係

第 3 図 ダイ丸味半径の影響

数 μ_{dex} (前報第 6 節参照) および B_{Tx} を異なる r_d に対して求めると第 3 図のごとくなる。図は前報における同様の操作により $F_{dx} + B_{Tx}$ と $P_x + H_x$ の関係を示す一例で、切欠き素材における x 相当点をパンチの全行程の 40% における一点と見なした⁽⁶⁾。

本図の結果を r_d に対して整理すれば第 4 図のごとくなる。この切欠き素材の実験結果から実加工における μ_{dex} および B_{Tx} が r_d によりこうむる影響を推測することは困難ではない。

第 4 図

条件 I における μ_{dex} が $r_d = 2 \text{ mm}$ 以下において特に増して条件 II に近附いていることは顕著である。 r_d が一定限度以下に減少すると、ダイの丸味部における材料のなじみが悪くなり、潤滑効果が得られ難くなるからである。 r_d が 2 mm 以上では μ_{dex} , B_{Tx} 共に r_d により著しい影響をこうむらないものようである。

以上の事実を総合するに、工具設計においてダイの角隅の丸味半径を許される範囲で大にすべきはもちろんであるが、丸味半径と素材厚さの比を一定 (本実験では約 6/7) 以上に大ならしめても加工抵抗の軽減にはさほど役立たず、半径を大ならしめることに伴う他の危険 (たとえば、body wrinkle の発生) を冒してまで丸味を大にするより、むしろ有効な潤滑剤を適用することの方がはるかに有利なるものと結論される。

3. 純絞り抵抗

既に、深絞り加工抵抗を構成する要素附加抵抗が次々に分離抽出されたので、残る要素抵抗は材料を圧縮変形するための純絞り抵抗 S となる。いま、絞りけ

ん引力 $T=P/\sin \alpha$, (α は形成された容器側壁がダイ上面に対してなす傾き角) から摩擦抵抗 F と曲げ抵抗 B_T を差引いたものが S なりと考え, 第 1 報第 4 節で触れた条件 I および II に対する実験系列から各 10 例を選んで S を全く実験的に抽出してみると第 5 図のごとくなる。ただし, 値は加工中最も重要と考えられる最大絞り力点 x に対して求め, x 点における絞

第 5 図

り深さは十分深いので $\sin \alpha \approx 1$, $T_x \approx P_x$ と見なし, 曲げ抵抗は前報第 15 図 a より切欠き素材に対し $B_{Tx}' = 42 \text{ kg}$ を縦座標軸上に求め, 切欠きによる材料不足の補正としてこれに 25% を加え, $B_{Tx} = 53 \text{ kg}$ を採用した。また, μ_{dex} の値は同図 b のこう配より, 条件 I に対し $\mu_{dex} = 0.0986$, II に対し, 0.1256 を用いた。

図は S_x をおさえ力 H_x に対してプロットしたもので○印の点は条件 I, △印の点は条件 II に対応する。実験された範囲では S_x は潤滑条件にもおさえ力にもほとんど無関係な一定値となる。

S_x に類する力は従来からしばしば理論的に計算されたが, S_x そのものを実験的に確かめた例は無く, したがって, 計算の妥当性について確信が得られない場合が多かった。本研究では, S_x が全く実験的に求められたのであるから, 次に一二の簡単な近似計算を試みてその方法の実用性を確かめて見る。

4. 純絞り抵抗の計算

円柱座標 r, θ, z を慣用される方向に取り, z を加工軸に一致させ, 主応力を $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$, 主自然ひずみを e_r, e_θ, e_z とし, 簡単のために, ダイ角隅の丸味の影響 z 方向の応力の影響を無視して, 結局応力は近似的に次の平面応力平衡式を満足しているものとする。

$$\frac{d\sigma_r}{d\rho} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\rho} = 0 \quad (1)$$

ただし, $\rho = r/R_0$ で, r は変形する材料上の半径, R_0 は素材の外半径とする。

せん断ひずみエネルギー説による塑性条件は

$$\sqrt{\sigma_r^2 - \sigma_\theta \sigma_r + \sigma_\theta^2} = \sigma \quad (2)$$

で, 左辺は比較応力, σ は単純引張りにおける降伏応力とする。

(1) に対する境界条件は,

$$\left. \begin{aligned} \rho = R/R_0 = v \text{ において } \sigma_r &= 0 \\ \rho = R_1/R_0 = \rho_1 \text{ において } \sigma_r &= \sigma_{r1} = S/2\pi R_1 t_1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

で, R は変形中の材料外半径, R_1 は加工けん引力を負担する代表半径 (計算においては, ダイクリヤランスの中央における半径とす.), t_1 はその材料厚さとする。 v はしたがって加工の進捗を表わす比の値となる。

ひずみは

$$e_r = \ln \frac{dr}{dr_0}, \quad e_z = \ln \frac{t}{t_0}, \quad e_\theta = \ln \frac{r}{r_0}$$

で, t は変形中の材料の厚さ, r_0 および t_0 は素材において r および t にそれぞれ対応する半径および板厚さとする。

容積不変の条件は

$$e_r + e_z + e_\theta = 0 \quad (4)$$

で, 円形絞りの場合には

$$\int_\rho^v \rho e^{e_z} d\rho = \frac{1}{2} (1 - \rho^2 e^{-2e_\theta}) \quad (5)$$

が成立すべきである。ただし, e は自然対数の底とする。

応力およびひずみの関係は Nadai 氏外が微小ひずみに対して仮定している関係を近似的に大なるひずみにまで拡張して,

$$\frac{e_r - e_z}{\sigma_r - \sigma_z} = \frac{e_z - e_\theta}{\sigma_z - \sigma_\theta} = \frac{e_\theta - e_r}{\sigma_\theta - \sigma_r} = \frac{3}{2} \frac{e}{\sigma} \quad (6)$$

を用いる。ただし, e は比較ひずみである。

さて, 材料の変形部全域を平均比較応力 $\bar{\sigma}$ が支配するものと仮定すれば, (1), (2) および (3) の第 1 条件のみから主応力の補助変数の解が次のごとく得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) \bar{\sigma}, \quad \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right) \bar{\sigma}, \\ (\rho/v)^2 &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{e v^{\sqrt{3}(\varphi - 7/18\pi)}}{\cos \varphi}, \quad \frac{5}{6} \pi \leq \varphi \leq \frac{7}{6} \pi \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ただし, φ は補助変数である。

次に, (4), (6), (7) より容易に

$$\frac{e_z}{e_\theta} = \frac{\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) - 2 \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right)} \quad (8)$$

を得る。(8) と (7) の第 3 式より, e_z/e_θ と ρ/v の関係が補助変数的に表示されているから, これらと (5) によって, たとえば e_θ を図的に解くことが可能である。すなわち, 加工進捗 v が一定なる場合には, (5) の両辺を ρ で偏微分し,

$$\rho \frac{de_\theta}{d\rho} = 1 - e^{(e_z/e_\theta + 2)e_\theta} \quad (9)$$

を導き, 境界条件

$$\rho = v \text{ において } e_\theta = \ln v \quad (10)$$

によってこれを解けばよい。

e_z/e_θ と ρ/v の関係は第 6 図のごとく, これと (10) を用いて, (9) を Massau Runge の図解法により解き e_θ を求め, したがって e_z, e_r を求めることが

第 6 図

できる。

得られたひずみの分布および比較ひずみの分布を第 7 図に示す。

一方、実験に用いたすず引鋼板の応力ひずみ曲線は第 8 図の σ - e 曲線のごとく、これによって、各加工段階における比較ひずみおよび比較応力の分布を求めれば第 1 表

のごとく、比較応力の分布およびその平均値 $\bar{\sigma}$ を図示すれば第 8 図のごとくなる。 σ と (3) の第 2 条件および (7) 式から S を求める計算経過を第 2 表に示し、 σ_{r1} の加工中の変化を第 8 図の下に示す。

第 1 表 比較ひずみ および ひずみ比較応力
(材質 0.13C すず引鋼板)

ρ	v		0.95	0.85	0.75	0.65	0.55
0.95	e		0.0514				
		σ kg/mm ²	32.8				
0.85	e		0.0601	0.163			
		σ "	34.2	42.2			
0.75	e		0.0734	0.193	0.288		
		σ "	35.9	43.5	49.5		
0.65	e		0.0958	0.240	0.348	0.432	
		σ "	37.9	46.8	52.6	57.0	
0.55	e		0.140	0.322	0.446	0.525	0.599
		σ "	40.8	51.2	57.6	61.3	64.8
0.45	e		0.253	0.505	0.635	0.687	0.736
		σ "	47.5	60.4	66.5	69.0	71.3

第 7 図

第 2 表 純 絞 り 力 の 算 出

$$2R_1 = 15.5 \text{ mm}, 2R_0 = 29.0 \text{ mm}, t_0 = 0.29 \text{ mm}$$

$$m = \rho_1 = 2R_1/2R_0 = 0.535$$

v	0.95	0.85	0.75	0.65	0.55
σ kg/mm ²	36.3	46.0	53.5	59.5	65.3
m/v	0.5625	0.6285	0.7125	0.8220	0.9710
φ°	176.4	183.9	191.8	199.8	208.5
$(\varphi - 30)^\circ$	146.4	153.9	161.8	169.8	178.5
$\sin(\varphi - 30)^\circ$	0.5534	0.4400	0.3289	0.1771	0.0262
σ_{r1} kg/mm ²	23.2	23.4	20.3	12.2	1.98
e_{z1}	-0.002	0.024	0.094	0.181	0.295
t_1/t_0	0.998	1.024	1.098	1.1980	1.3430
$2\pi R_1 t_1$ mm ²	14.10	14.49	15.52	16.92	19.00
S kg	327	339	315	206.5	37.6

第 8 図

S の工程中の最大値は約 344 kg で、前節で実験的に求めた S_x の値にきわめて近いことがわかる。

S_x の近似値を迅速に知るため、著者はかつて平面応力、平面ひずみを同時に仮定し、Sachs の塑性条件 $\sigma_r - \sigma_\theta = 1.10 \sigma^{(8)}$ と σ が最大慣用分ひずみの絶対値 $|\epsilon_\theta|$ により定まることを更に仮定した。この場合には σ_{r1} が最大となる加工段階 v_x が、 $\sigma(|\epsilon_{\theta v}|) = v^2 \sigma(|\epsilon_{\theta 1}|)$ を満足すべき v の値となる⁽⁹⁾。ただし、 $\epsilon_{\theta v}$ および $\epsilon_{\theta 1}$ はそれぞれ半径 R および R_1 における θ 方向の慣用ひずみとし、応力ひずみ曲線上でこれらのひずみに対応する応力をそれぞれ $\sigma(|\epsilon_{\theta v}|)$, $\sigma(|\epsilon_{\theta 1}|)$ とする。

以上の仮定および境界条件 (3) により (1) を解けば、 $v_x = 0.906$, $\sigma_{r1x} = 24.3 \text{ kg/mm}^2$, $\epsilon_{z1x} = 0$, $S_x = 343 \text{ kg}$ を得る。この結果は前記のものとはほとんど変わらない。

以上により、これらの近似計算法が比較的正しく純絞り抵抗の値を与え、仮定が多少変わっても少くも S_x の値には余り大きな影響は現われないことがわかる。

次に、Sommer 氏の式を仮定し、Sachs 氏の方法をこれに適用して、最大絞り抵抗 P_x から S_x を抽出してみる。Sommer 氏の式は $P_x = e^{\frac{\pi}{2} \mu_x} (S_x + 2 \mu_x H_x) + B_x^{(10)}$ の形を取っている。前報第 3 節の P_x と

第 3 表

条件	P_x kg	$\frac{\partial P_x}{\partial H_x}$	$e^{\frac{\pi}{2}\mu_x}$	$\bar{\mu}_x$	$S_x(B_x=0)$ kg	$S_x(B_x=53 \text{ kg})$ kg
I	$454+0.119 H_x$	0.119	1.087	0.055	418	369
II	$465+0.321 H_x$	0.321	1.225	0.131	380	336

H_x の関係から, $\frac{\partial P_x}{\partial H_x} = 2\bar{\mu}_x e^{\frac{\pi}{2}\mu_x}$ を求め, これより, 総平均摩擦係数 $\bar{\mu}_x$ を逆算して摩擦抵抗を求め, S_x を算出してみると第3表のごとくなる。

表によれば, S_x の値は潤滑条件によりほとんど 10% 異なり, B_x を適当に指定しない限り実験値に近づかない。このような誤差の生ずる根源は, $\frac{\partial P_x}{\partial H_x}$ から $\bar{\mu}_x$ を求める操作にある模様で, 殊に $\frac{\partial P_x}{\partial H_x}$ の決定に慎重を要するもののようである。また B_x の影響も決して軽視すべからざるものなることは本例によっても明らかである。

5. 加工抵抗の構成および加工効率

既に実験された多くの例から, 加工条件により加工抵抗並びにそれを構成する諸抵抗がいかに変ずるかを総括すれば第9図 a, b のごとくである。a は $r_d = 2 \text{ mm}$ のダイで, おさえ力を変更した場合, b はおさえ力を 300 kg に一定して r_d を変更した場合を示す。

第 9 図 (a)

第 9 図 (b)

S_x は理想絞り抵抗と考えられ, 少くもこの抵抗に材料の強さが耐えなければ加工の望みはない。 S_x より抵抗が大となればなるほど材料に要求されるけん引力の負担が大となるから, 実加工抵抗 T_x が S_x より高まっただけ, 材料のけん引強度は無駄に費されるもの

とも考えられる。この見地によれば, S_x と T_x の比をもって強度の損失率を現わす一種の効率相当値のごとく取扱うのが便利である⁽¹¹⁾。本作業においては純絞り仕事量と実加工仕事量の比⁽¹²⁾よりもむしろ, 最大加工抵抗の現われる段階における抵抗比 S_x/T_x の方がはるかに重要性を

もつもののようである。図の η_x はこのような意味の加工効率を示すものであって, 本実験条件で得られたその最高値は約 73.5% である。

6. 結 論

これまでの研究成果を要約すれば次のようである。

中西博士の光学インジケータの原理により, 深絞りにおいて板おさえ面に生ずる摩擦抵抗を加工抵抗および板おさえ力と共に工程を通じて直接測定することにより, 深絞りに伴う外部摩擦の機構を新たに闡明できた。これに従い加工抵抗を構成すると仮定される要素抵抗の分析的考察が可能となり, 各要素抵抗の性質, 量並びに加工条件によるその変化が判明し, これによって始めて, 理論的計算の可能性を裏づけると共に, 本加工工程全域に対し従来になく実状に即した新しい見地を開拓することができた。

本報告は更に継続されるが, ここに本研究に対し重要な御教示を賜った名古屋大学土井静雄教授, 九州大学和栗明, 石橋正両教授に対し厚く御礼申し上げたい。また実験遂行に努力された鈴木道興君, 実験および資料整理を担当された河合望助手, および大なる協力を得た実験室技術員諸氏に深謝する次第である。

なお, 本研究は多年に亘り文部省自然科学研究費の援助の下に行われたことを附記して御礼に代えたい。

注:—

- (1) 昭和 26 年 4 月 5 日 第 28 期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 27 年 4 月 1 日。
- (2) 正員, 名古屋大学工学部。
- (3) 前報注 (4) に同じ。
- (4) Hill, R.: Mathematical Theory of Plasticity, (1950) p. 292.
- (5) Draege, H.: Ber. Betriebswiss. Arb. 2, (1929). Sachs, G.: Sheet-Metal Fabricating (1951) p. 181, 第 1 報注 (4), (6)。
- (6) この理由は前報注 に同じ。
- (7) Nadai, A.: Theory of Flow and Fracture of Solids, p. 472., 斎藤, 機械学会論文集, 16 巻 53 号, 150 ページ (昭 25)。
- (8) Sachs, G.: Handbuch der Metallphysik, Spanlose Formung, S. 134.
- (9) 著者: 機械学会論文集, 14 巻 47 号, I—60 ページ (昭 23)
- (10) Sommer, M.: Forsch. — Arb. V. d. I., H. 286 (1926)。
- (11) Oehler, G.: Werkst. Maschinenbau, Bd. 40, H. 6, S. 225 (1950) 参照。
- (12) Siebel および Pomp はこの比の値を計算仕事量と実験仕事量の比として与えている。 Siebel, E., Pomp, A., Mitt. K — W. — Inst. Eisenforschg., S. 139, 11 (1929)。