$$x_b + y_b \cdot \tan \omega_0 = \frac{A}{P} \left[\frac{(1+n) \cdot P}{A \cos \omega_0} \{ \sin \omega_0 - \sin(\omega_0 - \varphi_a) \} + (1/\rho_a)^{\frac{1+n}{n}} \right] \frac{1}{1+n} \dots\dots\dots (32)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} x_b &= \int_0^{\varphi_a} \rho \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi + \int_{\varphi_a}^{\omega_0} \rho \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \\ y_b &= \int_0^{\varphi_a} \rho \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi + \int_{\varphi_a}^{\omega_0} \rho \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

(33)式の右辺において、それぞれ第1項の ρ には(27)式を、第2項の ρ には(31)式を代入して計算する。また中央のたわみ Y は

$$Y = y_b + (L - x_b) \cdot \tan \alpha \dots\dots\dots (34)$$

(b) 数値計算と実験結果 支点 B における傾斜角 φ_B は α に等しく一定となるから、曲げ過程を示すパラメータとしては荷重 P をとる。しかして任意の P に対応する A 点の位置が不明であるからこれを決定しなければならぬ。ここでは仮定した s_a に対する φ_a の値をきめるために(28)式を満足するように繰返し積分法によって A 点の位置をきめた。

まず OA の長さ s_a を適当に仮定し、 $\varphi_L = \alpha$ における $1/\rho \sim s$ の関係を第6図($\varphi_L = 45^\circ$ 参照)から求めれば、その s_a に対する ρ_a が求まる。次にこの ρ_a に対する φ_a' を第5図から求める。一方回転角 β を仮定して $\varphi_a = \varphi_a' + \beta$ から φ_a をきめて(28)式の左辺を計算し、これが始め仮定した s_a に一致するまで繰返せばよい。

かくして仮定せる s_a に対して、 ρ_a および β が決定すれば(27)および(31)式は計算できるから、こ

れを用いて(33)式を計算して(32)式の左辺に代入し、別に計算した右辺と比較する。もし左辺が大きければ最初に仮定した s_a を大きくして、以上の計算を繰返し、(32)式の両辺が一致するまでこれを続けられよい。

このようにして任意の P に対する Y を(34)式より求めた結果は、第4図の曲線 AB のようになり実験結果とよく一致した。なおポンチ力が極小値をとる A 点(第4図参照)は支点がダイス斜面に移り始める点で、以後ポンチ力は増加の一途をたどる。

3. 結 語

プレス工作における曲げの問題をできるだけ簡単な形で解決したいという考えから、 V 型ダイスによる薄板の曲げについて、

(i) まず板がダイス肩でささえられている間は板を二点でささえ、中央に荷重を加える場合と同じように取扱い、

(ii) 板がダイス肩を離れてからは下型のみ V 型として、荷重を中央に加える場合と同じように取扱って、

きわめてよく実験結果と一致した。これによって曲げ型設計に重要なスプリング・バックを求めるための基礎が得られたと思う。

注:—

(1) 昭和 28 年 11 月 7 日 第 575 回講演会において講演、原稿受付 昭和 28 年 11 月 9 日。

(2) 正員、東京工業大学。

(3) 正員、同上。

(4) 益田、機械学会論文集、18 巻 71 号、26 ページ (昭 27)。

621.981.214.01 : 539.384.2 : 539.374

変 位 歯 車 (仮 称) の 研 究

(1. 二 軸 平 行 の 場 合)⁽¹⁾

窪 田 雅 男⁽²⁾

Study on Gears with Variable Relative Position of the Axes

(1st Report, Case of Parallel Axes)

by Masao KUBOTA

This paper contains the theory of gears with variable relative position of the axes in the case of parallel axes, namely variable centre distance gears—angular velocity ratio, constant or variable—and applications of the theory to the methods (including new methods) for the cutting of non-circular gears.

1. ま え が き

二軸の相対的位置(たとえば二軸平行の場合は二軸

間の距離、二軸が相交わる場合は二軸の成す角、二軸が食い違っている場合は二軸間の距離と二軸のはさみ角との双方もしくは一方)が変化する歯車——角速比

は一定の場合と変化する場合とがある——を仮りに変位歯車と名づけ、本報では二軸平行な場合について、その構造と機構学的性質を究明するとともに、その理論を応用して任意のピッチ曲線を有する歯車の歯切法に関する種々の問題を取扱い、新しい歯切法を提案する。

2. 運動の条件を与えてピッチ曲線を求める方法

角速度の相互関係と軸間距離の変化の状況とを与えて、従来の歯車におけるピッチ曲線に相当するものを求めておく。

(i) 双方回転の場合(第 1 図) 歯車 1 (中心 O_1)

第 1 図 a 外 接

第 1 図 b 内 接

と歯車 2 (中心 O_2) との相互運動の瞬間中心を P とすれば下記の関係がある。

$$\begin{aligned} r_1 \sin \psi_1 &= r_2 \sin \psi_2, \quad \pm r_1 \cos \psi_1 + r_2 \cos \psi_2 = A \\ r_1 d\theta_1 \cos \psi_1 &= r_2 d\theta_2 \cos \psi_2, \\ r_1 d\theta_1 \sin \psi_1 \pm r_2 d\theta_2 \sin \psi_2 &= dA \\ \varphi_1 &= \theta_1 + \psi_1, \quad \varphi_2 = \theta_2 + \psi_2 \end{aligned}$$

上号は外接, 下号は内接の場合である。これより

$$\tan \psi_1 = \frac{1}{A} \frac{dA}{d\theta_2}, \quad \tan \psi_2 = \frac{1}{A} \frac{dA}{d\theta_1} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \sqrt{A^2 + \left(\frac{dA}{d\theta_2}\right)^2} \left/ 1 \pm \frac{d\theta_1}{d\theta_2} \right., \\ \varphi_1 &= \theta_1 + \tan^{-1} \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{d\theta_2} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= \sqrt{A^2 + \left(\frac{dA}{d\theta_1}\right)^2} \left/ 1 \pm \frac{d\theta_2}{d\theta_1} \right., \\ \varphi_2 &= \theta_2 + \tan^{-1} \left(\frac{1}{A} \frac{dA}{d\theta_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

が得られる。極座標 (r_1, φ_1) および (r_2, φ_2) で表わされた曲線は、各歯車について考えた瞬間中心の軌跡で、互いにころがり接触をするから、中心距離一定の歯車におけると同様、ピッチ曲線と呼ぶことにす。

る。ただし点 P (ピッチ点と呼ぶ) は一般に中心線 O_1O_2 上にない。

ただし内接の場合

$$\left. \begin{aligned} d\theta_2/d\theta_1 < 1 \quad \text{ならば} \quad A > 0 \\ > 1 \quad \quad \quad A < 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

(ii) ラックとピニオンとの場合(第 2 図) これはラックが平行移動する場合で

第 2 図

$$\begin{aligned} r_1 \sin \psi_1 &= x - \xi, \quad r_1 \cos \psi_1 = \eta - y, \\ r_1 d\theta_1 \cos \psi_1 &= d\xi, \quad r_1 d\theta_1 \sin \psi_1 = d\eta. \end{aligned}$$

$$\text{ゆえに} \quad \tan \psi_1 = d\eta/d\xi \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ピニオン: } r_1 &= \sqrt{\left(\frac{d\xi}{d\theta_1}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{d\theta_1}\right)^2}, \\ \varphi_1 &= \theta_1 + \tan^{-1} \frac{d\eta}{d\xi} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{ラック: } x = \xi + \frac{d\eta}{d\theta_1}, \quad y = \eta - \frac{d\xi}{d\theta_1} \quad \dots\dots\dots (7)$$

が各ピッチ曲線を表わす。

3. ピッチ曲線を与えて相対運動を求める方法

(i) 双方回転の場合の一般解法 接触弧を s とすれば

$$\begin{aligned} s &= \int_0^{\varphi_1} \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2} d\varphi_1 \\ &= \int_0^{\varphi_2} \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{dr_2}{d\varphi_2}\right)^2} d\varphi_2 \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

より φ_1 と φ_2 との対応関係が得られ、歯車 1 に固定

第 3 図

した直交座標 (x, y) による O_2 の座標を (x_2, y_2) とすれば, 第3図のごとく外接の場合は

$$x_2 = r_1 \cos \varphi_1 - r_2 \cos(\varphi_1 + \tau_1 + \tau_2), \quad y_2 = r_1 \sin \varphi_1 - r_2 \sin(\varphi_1 + \tau_1 + \tau_2). \quad (9)$$

$$\text{ゆえに } A = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\tau_1 + \tau_2)},$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{y_2}{x_2} = \tan^{-1} \frac{r_1 \sin \varphi_1 - r_2 \sin(\varphi_1 + \tau_1 + \tau_2)}{r_1 \cos \varphi_1 - r_2 \cos(\varphi_1 + \tau_1 + \tau_2)},$$

$$\theta_2 = \varphi_1 + \varphi_2 + \tau_1 + \tau_2 - \theta_1 - \pi,$$

$$\tau_1 = \tan^{-1} \frac{r_1 d\varphi_1}{dr_1}, \quad \tau_2 = \tan^{-1} \frac{r_2 d\varphi_2}{dr_2}$$

により相対運動が表わされる。内接歯車の場合は単に符号の差にすぎない。

(ii) ラックとピニオンの場合の一般解法(第4図)

ラックに固定した直交座標 (x, y) によるピニオンの中心 O_1 の座標を (ξ, η) とすれば

$$s = \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_0^{\varphi_1} \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1}\right)^2} d\varphi_1 \quad (11)$$

より得られる x と φ_1 との対応関係を用い,

$$\xi = x - r_1 \cos(\tau_1 - \tau),$$

$$\eta = y + r_1 \sin(\tau_1 - \tau),$$

$$\theta_1 = \varphi_1 + \tau_1 - \tau - \frac{\pi}{2},$$

$$\tau = \tan^{-1} \frac{dy}{dx}, \quad \tau_1 = \tan^{-1} \frac{r_1 d\varphi_1}{dr_1}$$

により相対運動が表わされる。

(iv) 特殊の解法

ピッチ曲線的一方もしくは双方が性質のよく分った簡単な曲線である場合は, その性質を利用して取扱いを簡単にし得ることが多い。一例として, 2 個の偏心円をピッチ曲線として用いた場合を記す(第5図)。両円の半径をそれぞれ a_1, a_2 ; 偏心量をそれぞれ δ_1, δ_2 とし, その他記号を図のごとくとれば

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= (a_1 + a_2) \cos \frac{s}{a_1} - \delta_2 \cos \left(\frac{s}{a_1} + \frac{s}{a_2} + \beta_2 \right) + \delta_1, \\ y_2 &= (a_1 + a_2) \sin \frac{s}{a_1} - \delta_2 \sin \left(\frac{s}{a_1} + \frac{s}{a_2} + \beta_2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\text{ゆえに } A = \sqrt{x_2^2 + y_2^2},$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \tan^{-1} \frac{y_2}{x_2}, \quad \theta_2 = \frac{s}{a_1} + \frac{s}{a_2} + \beta_2 - \theta_1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

第 4 図

第 5 図

によって相対運動が表わされる。

4. 歯形と歯切法

(i) ころがり曲線と歯形 両歯車のかみ合によって得られる相対運動はピッチ曲線のころがり接触によって得られる相対運動と同じであるから, 自在歯車の歯形および歯切法に関する事項は特別の場合として中心距離一定の不等速歯車にもそのまま適用し得る。

第 6 図

第6図に示すごとく, ピッチ曲線 C_1 と C_2 の切点 P (切線は PT) において両曲線ところがり接触する曲線 C_3 をピッチ曲線としてもつ歯形曲線 F_3 を考え, F_3 上の点 Q における F_3 の法線が点 P を過ぎるものとし, $PQ=r$, $\angle QPT=\theta$ とする。いま点 Q を原点とし, r を動径, θ を切線角とする曲線 K を考えると, C_3-F_3 曲線が与えられると一般に K の形状は定まる。曲線 K —これをころがり曲線と呼ぶ—を曲線 C_i ($i=1, 2, 3$) に接せしめつつすべることなくころがせば, 点 P は瞬間中心となるから点 Q は直線 PQ に直角に動き, 曲線 C_i に固定した平面上に描く点 Q の軌跡を F_i とすれば, 曲線 F_i は点 Q において法線 QP を共有しているから互いに相接し, したがって曲線 F_i は曲線 C_i をピッチ曲線とする歯車の歯形として適合する。ゆえに曲線 F_3 を刃形としてピッチ曲線 C_3 と C_j ($j=1, 2$) とのころがり相当する相対運動を与えて歯切りを行えば, 歯車 j の歯形 F_j を創成し得る。 C_3-F_3 歯形に正しくかみ合う更に他の歯形 $C_3'-F_3'$ を工具に用いてもよい。

C_3 および F_3 がともに直線の場合は C_3-F_3 工具は普通のインボリュート歯車切削用のラック型カッタもしくはホブにほかならない。

C_3-F_3 が直線で構成され C_3' が円の場合は F_3' はインボリュートであるから、普通のインボリュート歯車切削用のピニオン型カッタを用い得る。

インボリュート系の工具を用いる場合は、 θ は一定であるから、ころがり曲線は対数らせ線で、描点はその極である。

ころがり曲線を円とし、描点をその周上の一点とすれば、サイクロイド系の歯形が得られる。

歯形が交換性を有するための条件は、1 車の上歯面と 2 車の下歯面とのかみ合に対するころがり曲線 (描点を含めて) と、2 車の上歯面と 1 車の下歯面とのかみ合に対するころがり曲線とが同等であること、いいかえるとピッチ曲線 C_3 が直線の場合のその歯形 F_3 が、 F_3 と C_3 との交点に関して点対称であることである。

インボリュート系工具を用いて転位歯切りをする場合は、両歯車に対する転位係数の和 (外接歯車) もしくは差 (内接歯車) が 0 となるようにする。

(ii) 成形歯切法 歯切成形フライスを用いて近似歯切りを行う場合は、歯みその各位置に対するピッチ曲線の曲率半径 ρ に相応するカッタを用いる。歯車の歯数を z 、ピッチ曲線の全長を L とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \text{円周ピッチ } p &= L/z \\ \text{歯形歯数 } z_f &= 2\pi\rho/p = (2\pi\rho/L)z \end{aligned} \right\} \dots\dots(15)$$

のカッタを用いればよい。

(iii) 創成歯切法の原理 創成歯切法を行うには被切削歯車のピッチ曲線と工具のピッチ曲線とのころがりに相当する相対運動を与えなければならない。たとえばピッチ曲線の輪郭をもった曲線板を作り、これにテープを巻きつけてころがり運動を行わせる方法も行われているが、著者の提案する方法は、普通の歯切盤に簡単な改造を施し、工具の運動とテーブルの回転とは円形歯車の場合と同様とするが、被切削歯車の中心は適当に平行移動せしめることにより、正確に創成歯切りを行うことを建前とするものである。この場合被切削歯車の切削時の回転中心は、使用時における回転中心に必ずしも一致させなくてもよい。たとえば焦点を回転中心として使用するだ円歯車を切削する場合は、だ円の中心を切削時の回転中心として切削する方が中心の移動範囲を小さくし得るので都合がよい。

著者の歯切法にも下記のごとく種々の場合が考えられる。

(iv) 工具ピッチ曲線 C_3 が平行移動を行う場合 この場合は第 6 図において下記の関係が成立つ。

$$\left. \begin{aligned} dx_1 + r_1 d\theta_1 \cos \psi_1 &= dx_3, \\ dy_1 + r_1 d\theta_1 \sin \psi_1 &= dy_3, \quad \psi_1 = \varphi_1 - \theta_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

これには実用上下記の二つの場合が重要である。

(iv-a) C_3 が x 軸に平行な直線で、 x 軸の方向に

第 7 図

$$r_1 d\theta_1 \cos \psi_1 = p_1 d\sigma_1 = ds$$

ただし s は原線 $O_1 X_1$ との交点からピッチ点までの曲線 C_1 の長さである。ゆえに式 (16) の第 1 式から

$$dx_1 = dx_3 - ds$$

を得る。いま $dx_3/d\theta_1 = R_1 = \text{const.}$ とし、被切削歯車が 1 回転すると中心 O_1 が元の位置にもどるものとするれば

$$\oint dx_1 = \int_0^{2\pi} R_1 d\theta_1 - \oint ds, \quad \text{すなわち } 0 = 2\pi R_1 - L_1,$$

ゆえに $R_1 = L_1/2\pi$, (L_1 は C_1 の全長)

また $x_1 = R_1\theta_1 - s + x_{10}$, (x_{10} は定数)

一方 $dy_3 = 0$,

$$r_1 d\theta_1 \sin \psi_1 = q_1 d\sigma_1 = dp_1, \quad (q_1 = PH)$$

ゆえに式 (16) の第 2 式より $dy_1 = -dp_1$

ゆえに $y_1 = A - p_1$, A は x 軸と C_3 間の距離。

以上をまとめて記すと

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= R_1\theta_1 - s + x_{10}, \quad y_1 = A - p_1, \\ R_1 &= \frac{dx_3}{d\theta_1} = \frac{L_1}{2\pi} \end{aligned} \right\} \dots\dots(17)$$

s および p_1 は θ_1 のかん数であるから、被切削歯車の創成回転中心 $O_1(x_1, y_1)$ は被切削歯車の回転角 θ_1 のかん数として表わし得る。したがって被切削歯車の回転をテーブルの回転と同じに保ちつつ、その回転中心 O_1 を式 (17) に従って移動せしめる機構を用いれば、本歯切法を実施し得る。これに適する機構としては

① 軸方向にすべり得るウォームを用いた機構

② 軸間距離を変化し得る構造のオールダム継手

③ 角速比一定の変位歯車

などがある。たとえばラック型カッタを用いる歯切盤もしくはホブ盤において、テーブル全体をベッド上に y 軸の方向に移動し、テーブル上にオールダム継手 (軸間距離のいかんにかかわらず 1:1 の角速比に伝動する性質がある) を介して被切削歯車をのせ、これを x 軸の方向に移動させる。これらの移動は原則としてカムによって行うものとするが、特別の場合はリンク

装置を用いても行い得る。第10図において、ピニオン型カッタの代りにラック型カッタもしくはホブをおきかえたとき構造となる。

(iv-b) 工具のピッチ曲線 C_3 と被切削歯車の創成回転中

心 O_1 とをいずれも x 方向のみに移動する場合 (第8図) これは特殊のピッチ曲線を有するラック型カッタを用いて歯切りする場合に相当する。

仮定により $dy_3=0, dy_1=0$ 。したがって $\psi_1=0$ ゆえに $dx_1+r_1 d\theta_1=dx_3$

いま $dx_3/d\theta_1=R_2=\text{const.}$ とし、被切削歯車が1回転すると中心 O_1 が元の位置にもどるものとすれば

$$dx_1=(R_2-r_1)d\theta_1, \quad \oint dx_1=0$$

$$\text{ゆえに} \quad R_2=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} r_1 d\theta_1$$

したがって被切削歯車の創成回転中心 $O_1(x_1, y_1)$ は

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= R_2 \theta_1 - \int_0^{\theta_1} r_1 d\theta_1 + x_{10}, \quad (x_{10} \text{ は定数}) \\ y_1 &= A_1, \quad (A_1 \text{ は定数}) \\ R_2 &= \frac{dx_3}{d\theta_1} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r_1 d\theta_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

で示される。

ラック型カッタのピッチ曲線 C_3 を $O_3(x_3, y_3)$ を原点とする動直交座標 $\bar{x}, \bar{y}$ で表わせば、

$$\bar{x}=x_3-x_1, \quad x_3=R_2 \theta_1+x_{30},$$

$$\bar{y}=y_3-y_1-r_1, \quad y_3=A_3, \quad (x_{30}, A_3 \text{ は定数})$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \int_0^{\theta_1} r_1 d\theta_1 + x_{30} - x_{10} \\ \bar{y} &= A_3 - A_1 - r_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

この場合は被切削歯車の創成回転中心 O_1 の移動は x 方向のみに行えばよいから簡単であるが、ラック型カッタのピッチ曲線 C_3 は一般に複雑な形状となり、この曲線に沿って刃を設けるとすれば、特別のカッタが必要である。カッタが一体のものは特別に製作しなければならぬが、既製のカッタを適当に組立てて構成し得る場合もある。

ただし工具のピッチ曲線 C_3 が直線からのかたよりの小さい曲線である場合、すなわち被切削歯車のピッチ曲線 C_1 が円からのかたよりの小さい曲線である場合は、普通のラック型カッタもしくはホブを用いてさしつかえない。この場合は歯車の外径と歯底径は円になる。

第 8 図

第 9 図

(v) 工具ピッチ曲線 C_3' として円を用いた場合

これはピニオン型カッタを用いて歯切りを行う場合に相当し、ピニオン型カッタに偏心を与える場合と与えない場合とが考えられる。

(v-a) カッタに偏心を与えない場合 (第9図)

C_3' は定点 O_3' を中心とし

て回転する円であるとすれば、被切削歯車の創成回転中心 $O_1(\xi, \eta)$ は

$$\left. \begin{aligned} \xi &= a \sin\left(\frac{s}{a} - \lambda\theta_1\right) - r_1 \sin(\varphi_1 - \theta_1), \\ \eta &= a \cos\left(\frac{s}{a} - \lambda\theta_1\right) - r_1 \cos(\varphi_1 - \theta_1), \\ \theta_1 &= \left(\varphi_1 + \tau_1 + \frac{s}{a} - \frac{\pi}{2}\right) / (1 + \lambda) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

で示される。ここに λ はカッタとテーブルとの角速度の比で、被切削歯車が1回転したとき、その中心 O_1 が元の位置にもどるためには λ を被切削歯車とカッタとの歯数の比に等しくとればよい。 a はカッタのピッチ円の半径で、 C_1 の全長を L_1 とすれば $a=L_1/2\pi\lambda$ である。

ウォーム・ホイール (14) を取付けてある。このウォーム・ホイールを駆動するウォーム (15) は軸方向 (紙面に垂直) にすべり得ようになっている。テーブル (11) 上にはカム (16) をとりつけ、このカムはベッド (12) 上にのせた柱上のローラ (図には示していない) に接触して一種の反対カムとして働き、テーブルの回転と共に被切削歯車の中心 O_1 に紙面に垂直な方向、すなわち η の方向の変位を生ぜしめる。

カム (16) の上にはオールダム継手 (17) を介してカム (18) を載せ、カム (18) は台 (13) に固定した腕 (19), (20) にとりつけられたローラ (21), (22) と接触して確動カムとして働き、テーブルの回転と共に被切削歯車の創成回転中心 O_1 に左右方向、すなわち ξ 方向の変位を生ぜしめる。ただし左右方向の移動を案内するため、被切削歯車取付軸 (23) は、腕 (19), (20) に設けた左右方向の軸受穴にはまる案内棒 (24) に抱かれている。

このほか、 O_1 の移動は相対的に考えればよいからカッタを η 方向に、被切削歯車を ξ 方向に移動するような機構も考えられる。

(v-b) カッタに偏心を与える場合 (第 11 図)

第 11 図

カッタの回転中心 O_3' を、そのピッチ円 C_3' の中心 O_{30} から $\delta = (r_1 \max - r_1 \min)/2$ だけ偏心せしめ、 $r_1 \max$ と $r_3' \min$, $r_1 \min$ と $r_3' \max$ がそれぞれ対応するようにすれば、 O_1 の相対的移動量を小さくし得る。この場合は $O_1(\xi, \eta)$ は

$$\left. \begin{aligned} \xi &= -\delta \sin \lambda \theta_1 + a \sin \left(\frac{s}{a} - \lambda \theta_1 \right) - r_1 \sin (\varphi_1 - \theta_1) \\ \eta &= +\delta \cos \lambda \theta_1 + a \cos \left(\frac{s}{a} - \lambda \theta_1 \right) + r_1 \cos (\varphi_1 - \theta_1) \\ \theta_1 &= \left(\varphi_1 + \tau_1 + \frac{s}{a} - \frac{\pi}{2} \right) / (1 + \lambda), \quad a = \frac{L_1}{2\pi\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

で表わされる。

5. 歯形のすべり, 曲率, 干涉および切下げ

前に述べたころがり曲線を導入することによって、

歯形のすべり, 曲率, 干涉および切下げ等の問題を平歯車やかさ歯車におけるほとんど同様に簡単に取扱うことができ、その結果も類似したものが得られる⁽³⁾。

いま第 6 図においてピッチ点 P におけるピッチ曲線 C_1 , C_2 およびころがり曲線 K の曲率半径をそれぞれ ρ_1 , ρ_2 , ρ_k (ρ_1 は O_1 に、 ρ_2 および ρ_k は O_2 に向って凹なるを正とする) とし、ピッチ曲線上の微小ころがり ds に対する歯形 F_1 (上歯面), F_2 (下歯面) 上の接点 Q の移動量をそれぞれ dl_1 , dl_2 とすれば

$$dl_1 = \left(\frac{1}{\rho_k} + \frac{1}{\rho_1} \right) ds, \quad dl_2 = \left(\frac{1}{\rho_k} - \frac{1}{\rho_2} \right) ds \quad (22)$$

$$ds = \frac{dr}{\cos \theta}, \quad \frac{1}{\rho_k} = \frac{\sin \theta}{r} + \cos \theta \frac{d\theta}{dr} \quad (23)$$

$$\text{相互すべり} \quad \Delta dl = dl_1 - dl_2 = \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) ds \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{すべり率} \quad \sigma_1 &= \frac{\Delta dl}{dl_1} = \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) / \left(\frac{1}{\rho_k} + \frac{1}{\rho_1} \right) \\ \sigma_2 &= \frac{\Delta dl}{dl_2} = \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) / \left(\frac{1}{\rho_k} - \frac{1}{\rho_2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

歯形の曲率を $1/x_1$, $1/x_2$ (点 P に向って凹なるを正とする) とすれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x_1} &= \frac{1}{r} \left(1 - \frac{\sin \theta / r}{1/\rho_k + 1/\rho_1} \right) = \frac{1}{r} \frac{1/\rho_k + 1/\rho_1}{1/\rho_k + 1/\rho_1} \\ \frac{1}{x_2} &= \frac{1}{r} \left(1 - \frac{\sin \theta / r}{1/\rho_k - 1/\rho_2} \right) = \frac{1}{r} \frac{1/\rho_k - 1/\rho_2}{1/\rho_k - 1/\rho_2} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\text{ここに} \quad \frac{1}{\rho_k} = \cos \theta \frac{d\theta}{dr}$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{x_1 - r} \right) \sin \theta &= \frac{1}{\rho_k} + \frac{1}{\rho_1} \\ \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{x_2 - r} \right) \sin \theta &= \frac{1}{\rho_k} - \frac{1}{\rho_2} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\left(\frac{1}{x_1 - r} - \frac{1}{x_2 - r} \right) \sin \theta = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \quad (28)$$

なる関係は平歯車と同様である。

$\theta > 0$ とすれば歯肉が相犯することによる干涉を避けるには $1/x_1 \geq 1/x_2$ なるを要し、したがって

$$1/\rho_k \geq 1/\rho_2 \quad \text{または} \quad 1/\rho_k \leq -1/\rho_1 \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} 1/\rho_k \geq 1/\rho_2 \quad \text{なる場合は} \quad 1/x_1 < 1/r, \\ 0 \leq \sigma_1 < \sigma_2, \quad 0 \leq \sigma_1 < 1, \quad 0 < \sigma_2 < \infty; \\ 1/\rho_k \leq -1/\rho_1 \quad \text{なる場合は} \quad 1/x_1 > 1/r, \\ \sigma_1 < \sigma_2 \leq 0, \quad -\infty < \sigma_1 < 0, \quad -1 < \sigma_2 \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

である。要するに円形平歯車の場合のピッチ円の半径の代りに、ピッチ曲線の曲率半径を使うだけである。

歯切の際の干涉、すなわち切下げの問題を論ずるには上記において 1 車をカッタと考えて取扱えばよい。ピッチ曲線が直線で直線刃のラック型カッタを用いる場合は $\theta = \text{const.}$ $1/\rho_k = \sin \theta / r$ となる。

6. 歯車装置の構造

変位歯車によって一定の機械運動を得るためには、

移動歯車中心の通路を一定に定め、かつ歯の接触を確実に保たしめ、適当なバックラッシュを有するように拘束する必要がある。移動歯車中心の通路としては実用上直線（たとえば直線みぞによる案内）もしくは円弧（たとえばリンクによる拘束）が便利であり、歯面の接触に対する拘束としては、カム、ピッチ曲線の輪郭をもつ曲線板とばねの併用、特別の場合はリンク装置を用い得る。低速度の場合はばねのみを用いバックラッシュの無いようにかみ合せてもよい。第 12 図は

第 12 図

直線の通路で拘束にカムを用いた一例である。

7. 軸方向に歯形の変化する歯車を軸方向に相対的に移動させることを原理とする変位歯車

これまで述べた二次元的歯形の歯車のほかに、三次元的歯形の変位歯車が考えられ、軸方向に歯形の変化する歯車を軸方向に相対的に移動させ、その位置に応じて軸間距離を変化させる歯車がそれで、これには種々のものが考えられる。たとえば、角速度の関係には変りがないが、軸方向にかみ合位置が変わると共に中心距離もしくは中心距離の変動の状況が変わるものはその一例で、そのうち最も簡単なものは角速比は一定でかみ合位置に応じ中心距離が変わるもの（これを自在歯車と仮称する）で、これには軸方向に転位係数を変化させたインボリュート歯車⁽⁴⁾が適している。

インボリュート歯車では、中心距離は転位係数の和（外接かみ合の場合）もしくは差（内接かみ合の場合）

のかん数であるから、転位係数を軸方向に互いに反対方向に直線的に同じ割合で変化させた二歯車を軸方向に相対的に移動せしめると、バックラッシュを一定に保つものとすれば、かみ合位置が変わるにつれて中心距離も変わるが角速比は変化しない。ただし中心距離は直線的に変化しないから、みぞカムのごときものを併用して中心距離の変化を案内しなければならない。転位係数は両歯車について同じ割合で反対方向に直線的に変化しているから、同時にかみ合っている歯幅のどの位置をとっても転位係数の和は相等しくバックラッシュも一定である。第 13 a 図はこの機構の一例である。

第 13 図 (a)

第 13 図 (b)

第 13.b 図に示すようにかみ合位置の変化に伴う中心距離の変化を直線的ならしめるには、2 車の歯幅をせまくし、その中央の転位係数を $x_2 = \text{const.}$ と考え、1 車の転位係数 x_1 を曲線的に変化させる必要がある。この場合 2 車は 1 車の転位係数 x_1 の変化の割合のだいたい平均値の割合で反対方向に転位係数を変化させ、その歯幅の中央で所定の値 x_2 をとるようにすればよい。

注:-

- (1) 昭和 28 年 11 月 3 日 関西臨時大会において講演（標題の「自在歯車」を「変位歯車」と改める）、原稿受付 昭和 28 年 11 月 4 日。
- (2) 正員、工学院大学。
- (3) 窪田、機械学会論文集、12 巻 42 号：同、14 巻 46 号。
- (4) 窪田、機械学会名古屋地方講演会において講演（昭 26-6-23）。

本論文集は昭和 28 年度文部省研究成果刊行費の補助を受く。

「日本機械学会論文集」第 20 巻 第 90 号

昭和 29 年 2 月 20 日印刷 昭和 29 年 2 月 25 日発行 [定価 100 円]
 編集兼発行人 等々力徳重 印刷人 片岡義郎
 印刷所 東京都中央区銀座東 2 丁目 1 番地 共立印刷株式会社

発行所 東京中央局区内 千代田区丸ノ内 2 の 2 丸ノ内ビルディング 563 区

社団法人 日本機械学会 振替貯金口座東京 19018 番
 電話和田倉 (20) 3979, 3980