ダイヤルゲージによる真直度の測定法について

(第1報 円弧および球面連鎖法)⁽¹⁾宮崎孔友⁽²⁾ 吉田 勇⁽³⁾ 長谷川 徹⁽⁴⁾

On the Methods for measuring Straightness by Dial Gauge (1st Report)

by Kōyū MIYAZAKI, Isamu YOSHIDA and Tōru HASEGAWA

In the present paper, as there are several methods for measuring straightness, we have mentioned the theories of new methods in which we regard the surface to be measured as a series of arcs of circle or spherical surfaces, and applying them to the practical measurements, we made it clear that these methods are simple and practical ones.

1. 緒 言

真直度の測定は、現在種々の方法で行われているがここでは、被測定面を円弧または球面の連鎖せるものと考えた場合の測定理論および実験結果について述べ、本測定法が大略の真直度を知るには簡便な測定法であることを示したものである。

2. 測定理論

(i) 円弧連鎖法 第1図のごとき構造を持つ測定具の2脚を、第2図における AB, BC, ..., VW の順に被測定面上を順次移動せしめ、これらの区域にある被測定面をそれぞれ独立せる円弧と見なし、これらの円弧をなめらかに連結することにより、各中央点、すなわち、ダイヤルゲージの測定頭の位置に相当する $P_i (i=0, 1, 2, \dots, n)$ の相互間の高さの差を求め、かくして全体の真直度を求めんとするものである。

第 1 図

さて、ダイヤルゲージの読み、すなわちダイヤルゲージの測定頭と2脚の先端を結ぶ直線との距離が δ_i なる場合、被測定面が構成する円弧の半径 r_i は δ_i が微小値なるゆえ、次式のごとく表わされる。

$$r_i = \frac{a^2}{8\delta_i} \quad (1)$$

ここに、 a は脚間距離である。

次に、各 P_i 間の高さの差を求めるため、まず第2図における P_0 および P_1 間の高さの差 h_1 を求める

第 2 図

第 3 図

に、第3図において、 $\widehat{P_0B}$ および $\widehat{BP_1}$ をそれぞれ O を中心、半径 r_0 なる円の一部、および O' を中心、半径 r_1 なる円の一部なりとし、一方 B 点における両円の共通切線が x 軸となす角を α_0 とする。

最初に P_0 と B との y 軸方向の高さの差 h' を求めるに、

$$\text{円 } O \text{ の方程式: } x^2 + y^2 = r_0^2 \quad (2)$$

$$\therefore dy = -\frac{x}{y} dx \quad (3)$$

(3) 式の右边を極座標に変換すれば、

$$dy = r_0 \cos \theta d\theta \quad (4)$$

$$\therefore h' = \int_{y_{P_0}}^{y_B} dy = \int_{\frac{\pi}{2} + \alpha_0 + \varphi}^{\frac{\pi}{2} + \alpha_0} r_0 \cos \theta d\theta$$

$$= 2r_0 \sin\left(\alpha_0 + \frac{\varphi}{2}\right) \sin \frac{\varphi}{2} \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{しかるに, } r_0 = \frac{a^2}{8\delta_0}, \varphi = \frac{a/2}{r_0} = \frac{4\delta_0}{a} \dots\dots\dots (6)$$

α_0 および φ が微小値なることを考慮して (6) 式を (5) 式に代入すれば,

$$h' = \frac{a\alpha_0}{2} + \delta_0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{同様に } h'' = \frac{a\alpha_0}{2} - \delta_1 \dots\dots\dots (8)$$

$$\therefore h_1 = h' + h'' = a\alpha_0 + (\delta_0 - \delta_1) \dots\dots\dots (9)$$

次に B 点における切線と同様, 第2図に示される C, D, ……なる各点における切線が x 軸となす角をそれぞれ $\alpha_1, \alpha_2, \dots\dots$ とすれば, P_1 および P_2, P_2 および $P_3, \dots\dots, P_{i-1}$ および P_i 間の高さの差 $h_2, h_3, \dots\dots, h_i$ は同様に次のごとく与えられる.

$$\left. \begin{aligned} h_2 &= a\alpha_1 + (\delta_1 - \delta_2) \\ h_3 &= a\alpha_2 + (\delta_2 - \delta_3) \\ &\dots\dots\dots \\ h_i &= a\alpha_{i-1} + (\delta_{i-1} - \delta_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

しかるに,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_0 - \frac{8\delta_1}{a} \\ \alpha_2 &= \alpha_1 - \frac{8\delta_2}{a} = \alpha_0 - \frac{8}{a}(\delta_1 + \delta_2) \\ &\dots\dots\dots \\ \alpha_{i-1} &= \alpha_{i-2} - \frac{8\delta_{i-1}}{a} = \alpha_0 - \frac{8}{a}(\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_{i-1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

(11) → (10)

$$\left. \begin{aligned} \therefore h_2 &= a\alpha_0 - 8\delta_1 + (\delta_1 - \delta_2) \\ h_3 &= a\alpha_0 - 8(\delta_1 + \delta_2) + (\delta_2 - \delta_3) \\ &\dots\dots\dots \\ h_i &= a\alpha_0 - 8(\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_{i-1}) + (\delta_{i-1} - \delta_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

(9) 式および (12) 式を辺々相加えることにより P_0 および P_i 間の高さの差 y_i を得る. すなわち,

$$y_i = ia\alpha_0 - 8\{(i-1)\delta_1 + (i-2)\delta_2 + \dots + 2\delta_{i-2} + \delta_{i-1}\} + (\delta_0 - \delta_i) \dots\dots\dots (13)$$

さて P_0 および P_n を結ぶ直線を基準にとるため (13) 式において, $y_n = 0$ とおくことにより,

$$a\alpha_0 = \frac{8}{n}\{(n-1)\delta_1 + (n-2)\delta_2 + \dots + 2\delta_{n-2} + \delta_{n-1}\} - \frac{1}{n}(\delta_0 - \delta_n) \dots\dots\dots (14)$$

(14) 式より $a\alpha_0$ の値が求められ, この値を (13)

第 1 表

P_i	P_1	P_2	P_3	P_4	$\vdots$	$\vdots$	P_n
$(i-1)\delta_1$		δ_1	$2\delta_1$	$3\delta_1$	$\vdots$	$\vdots$	$(n-1)\delta_1$
$(i-2)\delta_2$			δ_2	$2\delta_2$	$\vdots$	$\vdots$	$(n-2)\delta_2$
$(i-3)\delta_3$				δ_3	$\vdots$	$\vdots$	$(n-3)\delta_3$
$\vdots$					$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
δ_{n-1}					$\vdots$	$\vdots$	δ_{n-1}
Σ		δ_1	$2\delta_1 + \delta_2$	$3\delta_1 + 2\delta_2 + \delta_3$	$\vdots$	$\vdots$	$(n-1)\delta_1 + (n-2)\delta_2 + \dots + \delta_{n-1}$
A	-8Σ	$-8\delta_1$	$-8(2\delta_1 + \delta_2)$	$-8(3\delta_1 + 2\delta_2 + \delta_3)$	$\vdots$	$\vdots$	$-8\{(n-1)\delta_1 + (n-2)\delta_2 + \dots + \delta_{n-1}\}$
B	$\delta_0 - \delta_4$	$\delta_0 - \delta_1$	$\delta_0 - \delta_2$	$\delta_0 - \delta_3$	$\vdots$	$\vdots$	$\delta_0 - \delta_n$
C	iK	K	$2K$	$3K$	$\vdots$	$\vdots$	nK
y_i	$A+B+C$	$(\delta_0 - \delta_1) + K$	$-8\delta_1 + (\delta_0 - \delta_2) + 2K$	$-8(2\delta_1 + \delta_2) + (\delta_0 - \delta_3) + 3K$	$-8(3\delta_1 + 2\delta_2 + \delta_3) + (\delta_0 - \delta_4) + 4K$	$\vdots$	0

注: K の値は P_n に対する $-\frac{1}{n}(A+B)$ を用いる.

式に代入することにより, P_0 および P_n を結ぶ直線を基準にとりたる場合の各 P_i の高さが決定せられ,

かくして容易に全体の真直度を知ることができる. この計算は第1表のごとき表を作成することにより, 迅

速かつ正確に行われる。

(ii) 球面連鎖法 第4図のごとき構造を持つ測定具の3脚を, 第5図における $ABC, CDE, \dots, UVW$ の順に被測定面上を順次移動せしめ, これらの区域にある被測定面をそれぞれ独立せる球面と見なし, これらの球面をなめらかに連結することにより, 各中央点, すなわちダイヤルゲージの測定頭の位置に相当する $P_i (i=0, 1, 2,$

第 4 図

$\dots, n)$ の相互間の高さの差を求め, かくして全体の真直度を求めんとするものである。

さてダイヤルゲージの読み, すなわちダイヤルゲージの測定頭と, 3脚の各先端によって決定せられる平面との距離が δ_i なる場合, 被測定面が構成する球面の半径 r_i は δ_i が微小値なるゆえ, 次式のごとく表わされる。

$$r_i = \frac{1}{2\delta_i} \left(\delta_i^2 + \frac{a^2}{3} \right) \approx \frac{a^2}{6\delta_i} \quad (15)$$

ここに, a は脚間距離である。

以下, 円弧連鎖法の場合と同様にして P_0 および P_n を結ぶ直線を基準にとりたる場合の各 P_i の高さ y_i は, 次式によって決定せられる。

第 5 図

$$y_i = ia\alpha_0 - 6\{(i-1)\delta_1 + (i-2)\delta_2 + \dots + 2\delta_{i-2} + \delta_{i-1}\} + \frac{3}{4}(\delta_0 - \delta_i) \quad (16)$$

ここに,

$$a\alpha_0 = \frac{6}{n} \{(n-1)\delta_1 + (n-2)\delta_2 + \dots + 2\delta_{n-2} + \delta_{n-1}\} - \frac{3}{4n}(\delta_0 - \delta_n) \quad (17)$$

この計算も第1表に似た表を作成することにより, 迅速かつ正確に行われる。

3. 測定誤差の伝播

以上の理論に基づいて測定を行う場合, 各ダイヤルゲ

ージの読み δ_i に生ずる測定誤差 ε_i により, 高さ y_i にいかほどの誤差を生ずるかを全測定範囲にわたり検討する。

(i) 円弧連鎖法 (13) および (14) 式より, y_i

は次式により与えられる。

$$y_i = \left(\frac{n-i}{n} \right) \delta_0 + \frac{8(n-i)}{n} \{ \delta_1 + 2\delta_2 + \dots + (i-1)\delta_{i-1} \} + \left\{ \frac{8i(n-i)}{n} - 1 \right\} \delta_i \\ + \frac{8i}{n} \{ (n-i-1)\delta_{i+1} + \dots + 2\delta_{n-2} + \delta_{n-1} \} + \frac{i}{n} \delta_n \quad (18)$$

さて誤差 ε_i によって生ずる y_i の誤差を E_c とすれば, 誤差伝播の法則により

$$E_c^2 = \left(\frac{\partial y_i}{\partial \delta_0} \right)^2 \varepsilon_1^2 + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \delta_1} \right)^2 \varepsilon_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial y_i}{\partial \delta_n} \right)^2 \varepsilon_n^2 \quad (19)$$

$$\text{したがって, } \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = \varepsilon_n = \varepsilon \quad (20)$$

と仮定すれば, (18) 式より

$$E_c^2 = \left[\left(\frac{n-i}{n} \right)^2 + \left\{ \frac{8(n-i)}{n} \right\}^2 \{ 1^2 + 2^2 + \dots + (i-1)^2 \} + \left\{ \frac{8i(n-i)}{n} - 1 \right\}^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{8i}{n} \right)^2 \{ (n-i-1)^2 + \dots + 2^2 + 1^2 \} + \left(\frac{i}{n} \right)^2 \right] \varepsilon^2 = \frac{2}{n^2} \{ 8(n+1)i^3 - 16n(n+1)i^2 \\ + (8n^3 + 8n^2 + 4n + 1)i^2 - n(4n+1)i + n^2 \} \varepsilon^2 \quad (21)$$

次に, E_c が極大となる位置を求めるため,

$$\frac{dE_c^2}{di} = 0 \text{ を計算することにより}$$

$$32(n+1)i^3 - 48n(n+1)i^2 + 2(8n^3 + 8n^2 + 4n + 1)i - n(4n+1) = 0 \quad (22)$$

$i = n/2$ は, (22)式を満足する。すなわち, E_c の極

大値は中央位置において生じ、その値は (21) 式に $i = n/2$ とおくことにより、

$$(E_c)^2_{\max} = \frac{1}{2} (2n^3 + 2n^2 - 4n + 3) \epsilon^2 \dots\dots\dots (23)$$

n の各値に対する $(E_c)_{\max}$ の値を $\epsilon = 1 \mu$ として計算すれば第2表のごとくなる。

(ii) 球面連鎖法 (16) および (17) 式より y_i は次式により与えられる。

第 2 表

n	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$(E_c)_{\max}$	12	33	60	91	127	167	210	256	288	357 μ
$(E_s)_{\max}$	10	27	50	77	108	142	180	219	260	305 μ

$$y_i = \frac{3}{4} \left(\frac{n-i}{n} \right) \delta_0 + \frac{6(n-i)}{n} \left\{ \delta_1 + 2\delta_2 + \dots + (i-1)\delta_{i-1} \right\} + \left\{ \frac{6i(n-i)}{n} - \frac{3}{4} \right\} \delta_i \\ + \frac{6i}{n} \left\{ (n-i-1)\delta_{i+1} + \dots + 2\delta_{n-2} + \delta_{n-1} \right\} + \frac{3i}{4n} \delta_n \dots\dots\dots (24)$$

円弧連鎖法の場合と同様、誤差 ϵ_i によって生ずる y_i の誤差を E_s とすれば、 E_s は次式により与えられる。

$$E_s^2 = \frac{3}{8n^2} \{ 32ni^4 - 64n^2i^3 + (32n^3 + 8n + 3)i^2 - (8n^2 + 3n)i + 3n^2 \} \epsilon^2 \dots\dots\dots (25)$$

また E_s の極大値は同様に $i = n/2$ 、すなわち中央位置において生じ、その値は (25) 式に $i = n/2$ とおくことにより、

$$(E_s)^2_{\max} = \frac{3}{32} (8n^3 - 8n + 9) \epsilon^2 \dots\dots\dots (26)$$

n の各値に対する $(E_s)_{\max}$ の値を $\epsilon = 1 \mu$ として計算すれば、第2表のごとくなり、円弧連鎖法に比較してやや小なることが知られる。

4. 実験結果

(i) 円弧連鎖法 第1図のごとき測定具により測定を行う場合には読みが不安定となるので、実際には一方の脚を微小距離距てた2脚に変更して測定を行った。また測定結果より得られる真直度の正確さを調べるため、2脚間の距離がそれぞれ 50 mm および 35 mm なる2種の測定具を用い、これらによりある研削仕上面を約 1 m にわたり測定した結果、第3表のごとき測定値を得、これより、第6図のごとき真直度を得た。

(ii) 球面連鎖法 円弧連鎖法の場合と同様、得られる真直度の正確さを調べるため脚間距離がそれぞれ 50 mm および 35 mm なる2種の測定具を用いこれらにより、ある研削仕上面を約 1 m に

第 6 図

第 7 図

第 3 表

脚間距離		50mm (I)	35mm (II)		50mm (I)	35mm (II)
ダイヤル ゲージの 読み μ	0	-4.0	-2.3	16	3.5	-2.1
	1	-3.1	-1.5	17	2.0	1.0
	2	-2.5	-1.2	18	0	0
	3	-1.1	-1.0	19	-3.0	2.4
	4	-0.4	0.2	20	-1.2	2.1
	5	1.5	1.0	21	0	0.9
	6	0	1.0	22		0
	7	4.0	1.2	23		2.4
	8	1.0	0	24		1.4
	9	1.9	-0.8	25		0
	10	-1.2	1.8	26		-0.1
	11	-5.1	-0.8	27		-1.4
	12	1.4	1.2	28		0
	13	3.5	2.0	29		0
	14	4.0	-1.4	30		0
	15	4.0	-2.0			

わたり測定した結果, 第4表のごとき測定値を得, これより第7図のごとき真直度を得た。

5. 結 言

実験結果より明らかなごとく, 本測定法により容易に真直度の傾向を知ることができ, また第2表により偏位量の精密度をだいたい推測することができる。

本測定法の利点として,

(1) 測定具が非常に簡単である。

第 4 表

脚間距離		50mm (I)	35mm (II)		50mm (I)	35mm (II)
ダイヤル ゲージの 読み μ	0	2.9	0.9	14	-0.8	1.0
	1	3.9	1.3	15	3.5	2.5
	2	3.5	1.5	16	4.8	1.1
	3	5.3	0.9	17	5.5	-0.8
	4	2.8	2.0	18	5.0	-1.5
	5	6.0	2.5	19	0.3	-2.1
	6	2.5	3.1	20		0.5
	7	3.0	2.1	21		0
	8	5.3	1.5	22		2.4
	9	3.0	0.9	23		3.4
	10	1.5	1.9	24		2.7
	11	3.3	2.4	25		2.9
	12	-0.8	3.5	26		2.0
	13	-2.3	1.8	27		1.2

(2) 測定方法がきわめて容易である。

(3) 測定に要する時間が非常に短い。

等があげられ, また欠点として, 測定誤差がやや大きいことがあげられる。

以上により, 本測定法は, 精度の高い真直度の測定には適しないが, それ以外の場合には, 測定誤差を考慮して連鎖回数を適当に定めることにより, 実用的な測定法になるものと考えられる。

注:-

(1) 昭和 28 年 10 月 23 日 第 573 回講演会において講演。

原稿受付 昭和 28 年 10 月 29 日。

(2) 正員, 群馬大学工学部。

(3) (4) 学生員, 群馬大学工学部学生。

621.831 : 621.833.1

歯間摩擦が平歯車のかみ合性能に及ぼす影響⁽¹⁾

(第1報 回転力の変動)

和 田 稻 苗⁽²⁾

On the Effects of Tooth Friction on the Gearing Performances of Spur Gear

(1st Report, Torque Fluctuation)

by Sanae WADA

In general, the torque ratio of driver and follower of shafts of gears is equal to the gear ratio assuming no tooth friction.,

The force acting normal to the tooth profile must be in accord with the circular force divided by $\cos \alpha$, where α is a pressure angle. If, however, the normal force and torque ratio vary with a contact point of conjugated tooth.

In the present paper the torque fluctuation mentioned above is investigated analytically as the normal force is a function of tooth friction.

And it is confirmed that the results analyzed mathematically are compatible with those of the experimental analysis.